Chương 1

HỆ THỐNG SỐ ĐẾM VÀ KHÁI NIỆM VỀ MÃ

1.1. HỆ THỐNG SỐ ĐẾM

1.1.1. Hệ đếm

1.1.1.1. Khái niệm

Hệ đếm là tập hợp các phương pháp gọi và biểu diễn các con số bằng các kí hiệu có giá trị số lượng xác định gọi là chữ số.

1.1.1.2. Phân loại

Chia làm hai loại:

a. Hệ đếm theo vị trí:

Là hệ đếm mà trong đó giá trị số lượng của chữ số còn phụ thuộc vào vị trí của nó đứng trong con số.

Ví dụ: 1991 (Hệ thập phân)

1111 (Hệ nhị phân)

b. Hệ đếm không theo vị trí:

Là hệ đếm mà trong đó giá trị số lượng của chữ số không phụ thuộc vào vị trí của nó tương ứng (đứng) trong con số.

Ví dụ: Hệ đếm La mã I, II, III . . . . .

1.1.2. Cơ số của hệ đếm

Một số A bất kỳ có thể biểu diễn bằng dãy sau:

$$\mathbf{A= a_{m-1}a_{m-2}. . . . .a_0a_{-1} \; . . . . .a_{-n}}$$

Trong đó: a_i $(i = \overline{-n \div m-1})$ là các chữ số; i: các hàng số, i nhỏ: hàng trẻ, i lớn: hàng già.

Giá trị số lượng của các chữ số a_i sẽ nhận một giá trị nào đó của con số N sao cho thỏa mãn bất đẳng thức sau:

$$0 \le a_i \le N-1$$

Và a_i nguyên, thì N được gọi là cơ số của hệ đếm.

Ví dụ: N =10 $\Rightarrow a_i$ = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
N =8 $\Rightarrow a_i$ = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.
N =16 $\Rightarrow a_i$ = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C,D, E, F.
N =2 $\Rightarrow a_i$ = 0, 1.

Khi đã xuất hiện cơ số N, ta có thể biểu diễn số A dưới dạng một đa thức theo cơ số N, ký hiệu là $\mathbf{A_{(N)}}$:

$$\mathbf{A_{(N)} = a_{m-1} .N^{m-1} + a_{m-2} .N^{m-2} +. . ..+ a_0 .N^0 + a_{-1} .N^{-1} + . . + a_{-n} .N^{-n}}$$

Hay:

$$A_{(N)} = \sum_{i=-n}^{m-1} a_i N^i$$

Với N=10:

$$\mathbf{A_{(10)} = a_{m-1} .10^{m-1} + a_{m-1} .10^{m-1} +. . . . .+ a_0 .10^0 +. . .+ a_{-n} .10^{-n}}$$

Ví dụ: $1999,999 = 1.10^3 + 9.10^2 + 9.10^1 + 9.10^{-1} + 9.10^{-2} + 9.10^{-3}$

Với N=2:

$$\mathbf{A_{(2)} = a_{m-1}.2^{m-1} + . . .+ a_{-n}2^{-n}}$$

Ví dụ: $1111.110 = 1.2^3 + 1.2^2 + 1.2^1 + 1.2^0 + 1.2^{-1} + 1.2^{-2} + 0.2^{-3}$

Với N=16:

$$\mathbf{A_{(16)} = a_{m-1}.16^{m-1} + a_{m-2}16^{m-2} +. . .+ a_0.16^0 +..+ a_{-1}16^{-1} +. . .+ a_{-n}16^{-n}}$$

Ví dụ: $3FFH = 3.16^2 + 15.16^1 + 15.16^0$

1.1.3. Đổi cơ số

1.1.3.1. Đổi từ cơ số d sang cơ số 10

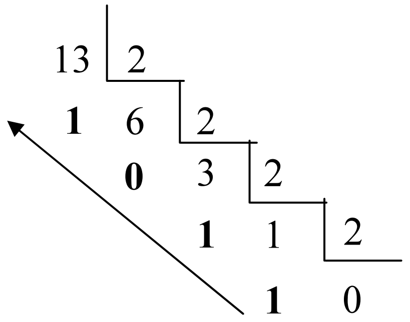
Về phương pháp, người ta khai triển con số trong cơ số d dưới dạng đa thức theo cơ số của nó.

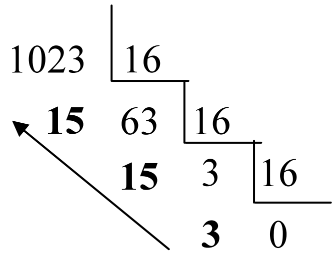
Ví dụ: $A_{(2)} = 1101$, đổi sang thập phân là:
$1101_{(2)} = 1.2^3 + 1.2^2 + 0.2^1 + 1.2^0 = 13_{(10)}$

1.1.3.2. Đổi cơ số 10 sang cơ số d

Về nguyên tắc, người ta lấy con số trong cơ số chia liên tiếp cho cơ số d đến khi thương số bằng không thì thôi.

Ví dụ:





$A_{(10)}=13 \rightarrow A_{(2)}=1101$ $A_{(10)}=1023 \rightarrow A_{(16)}=3FFH$

Kết luận: Gọi d_1, d_2, ...,d_n lần lượt là dư số của phép chia số thập phân cho cơ số d lần thứ 1, 2, 3, 4, ..., n thì kết quả sẽ là $d_n d_{n-1} d_{n-2}$ .. d_1, nghĩa là dư số sau cùng là bít có trọng số cao nhất (MSB), còn dư số đầu tiên là bít có trọng số nhỏ nhất (LSB).

1.2. HỆ ĐẾM NHỊ PHÂN VÀ KHÁI NIỆM VỀ MÃ

1.2.1. Hệ đếm nhị phân

1.2.1.1. Khái niệm

Hệ đếm nhị phân còn gọi là hệ đếm cơ số 2 là hệ đếm mà trong đó người ta chỉ sử dụng hai kí hiệu 0 và 1 để biểu diễn tất cả các số. Hai ký hiệu đó gọi chung là bit hoặc digit và nó đặc trưng cho mạch điện tử có hai trạng thái ổn định hay còn gọi là 2 trạng thái bền FLIP-FLOP (ký hiệu là FF).

Một nhóm 4 bít gọi là nibble.

Một nhóm 8 bít gọi là byte.

Nhóm nhiều bytes gọi là từ (word).

Xét số nhị phân 4 bít: $\mathbf{a_3\, a_2 a_1 a_0}$. Biểu diễn dưới dạng đa thức theo cơ số của nó là:

$$\mathbf{a_3\, a_2 a_1 a_0 = a_3.2^3 + a_2\, .\, 2^2 + a_1.2^1 + a_0.2^0}$$

Trong đó:

- $\mathbf{2^0}$, $\mathbf{2^1}$, $\mathbf{2^2}$, $\mathbf{2^3}$ (hay 1, 2, 4, 8) được gọi là các trọng số.
- $\mathbf{a_0}$ được gọi là bit có trọng số nhỏ nhất, hay còn gọi bit có ý nghĩa nhỏ nhất (LSB: Least Significant Bit) .

- **a_3** được gọi là bit có trọng số lớn nhất, hay còn gọi là bít có ý nghĩa lớn nhất (MSB: Most Significant Bit).

Như vậy, với số nhị phân 4 bit $a_3\,a_2a_1a_0$ mà trong đó mỗi chữ số a_i chỉ nhận được hai giá trị {0,1}, lúc đó ta có $2^4 = 16$ tổ hợp nhị phân.

Số thập phân	$a_3\,a_2a_1a_0$	Số thập lục phân
0	0000	0
1	0001	1
2	0010	2
3	0011	3
4	0100	4
5	0101	5
6	0110	6
7	0111	7
8	1000	8
9	1001	9
10	1010	A
11	1011	B
12	1100	C
13	1101	D
14	1110	E
15	1111	F

<u>Chú ý:</u> Khi biểu diễn số nhị phân nhiều bit trên máy tính thì thường để tránh sai sót, người ta thường biểu diễn thông qua số thập phân hoặc thập lục phân, bát phân.

<u>Ví dụ</u>:

$$\overbrace{1}^{1}\ \overbrace{0\ 1\ 1}^{3}\ \overbrace{1\ 1\ 1}^{7}\ \overbrace{0\ 1\ 1}^{3}\ \overbrace{1\ 1\ 1}^{7}\ \overbrace{1\ 1\ 0}^{6}$$

$$\underbrace{1\ 0\ 1\ 1}_{B}\ \underbrace{1\ 1\ 1\ 0}_{E}\ \underbrace{1\ 1\ 1\ 1}_{F}\ \underbrace{1\ 1\ 1\ 0}_{E}$$

Có thể biểu diễn : $137376_{(8)}$ hoặc $0BEFE_{(H)}$.

1.2.1.2. Các phép tính trên số nhị phân

a. Phép cộng

Để cộng hai số nhị phân, người ta dựa trên qui tắc cộng như sau:

0 + 0 = 0 nhớ 0

0 + 1 = 1 nhớ 0

1 + 0 = 1 nhớ 0

1 + 1 = 0 nhớ 1

Ví dụ:

$$\begin{array}{r} 3 \\ +\ 2 \\ \hline 5 \end{array} \quad \begin{array}{c} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{array} \quad \begin{array}{r} 0011 \\ +\ 0010 \\ \hline 0101 \end{array}$$

b. Phép trừ

0 - 0 = 0 mượn 0

0 - 1 = 1 mươn 1

1 - 0 = 1 mượn 0

1 - 1 = 0 mượn 0

Ví dụ:

$$\begin{array}{r} 7 \\ -\ 5 \\ \hline 2 \end{array} \quad \begin{array}{c} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{array} \quad \begin{array}{r} 0111 \\ -\ 0101 \\ \hline 0010 \end{array} = 1.2^2 + 0.2^1 + 1.2^0 = 2$$

c. Phép nhân

0 . 0 = 0

0 . 1 = 0

1 . 0 = 0

1 . 1 = 1

Ví dụ:

$$\begin{array}{r} 7 \\ \times\ 5 \\ \hline 35 \end{array} \quad \begin{array}{c} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \ \end{array} \quad \begin{array}{r} 0111 \\ \times\ 0101 \\ \hline 0111 \\ 0000 \\ 0111 \\ 0000 \\ \hline 0100011 \end{array} = 1.2^5 + 1.2^1 + 1.2^0 = 35$$

d. Phép chia

0 : 0 = 0

1 : 1 = 1

Ví dụ: 10 | 5 → 1010 | 101

2   101   10 = 2

00

0

Ứng dụng thanh ghi dịch thực hiện phép toán nhân hai, chia hai:

Dịch trái (nhân hai)

0	0	0	0	0	0	1	1	1

Thanh ghi ban đầu

0	0	0	0	0	1	1	1	0

Thanh ghi sau khi nhân 2

Dịch phải (chia hai)

0	0	0	0	0	0	1	1

dư $\boxed{1}$

Thanh ghi sau khi chia 2

1.2.2. Khái niệm về mã

1.2.2.1. Đại cương

Trong đời sống hàng ngày, con người giao tiếp với nhau thông qua một hệ thống ngôn ngữ qui ước, nhưng trong máy tính chỉ xử lý các dữ liệu nhị phân. Do đó, một vấn đề đặt ra là làm thế nào tạo ra một giao diện dễ dàng giữa người và máy tính, nghĩa là máy tính thực hiện được những bài toán do con người đặt ra.

Để thực hiện điều đó, người ta đặt ra vấn đề về mã hóa dữ liệu. Như vậy, mã hóa là quá trình biến đổi những ký hiệu quen thuộc của con người sang những ký hiệu quen thuộc với máy tính.

Các lĩnh vực mã hóa gồm :

- Số thập phân
- Ký tự
- Tập lệnh
- Tiếng nói
- Hình ảnh
- ..v..v..

1.2.2.2. Mã hóa số thập phân

a. Khái niệm

Trong thực tế để mã hóa số thập phân, người ta sử dụng các số nhị phân 4 bit.

Ví dụ:

0	0000	;	5	0101
1	0001	;	6	0110
2	0010	;	7	0101
3	0011	;	8	1000
4	0100	;	9	1001

Việc sử dụng các số nhị phân để mã hóa các số thập phân gọi là các số BCD (**B**inary **C**ode **D**ecimal: Số thập phân được mã hóa bằng số nhị phân).

b. Phân loại

Khi sử dụng số nhị phân 4 bit để mã hóa các số thập phân tương ứng với $2^4 = 16$ tổ hợp mã nhị phân phân biệt.

Do việc chọn 10 tổ hợp trong 16 tổ hợp để mã hóa các ký hiệu thập phân từ 0 đến 9 mà trong thực tế xuất hiện nhiều loại mã BCD khác nhau.

Mặc dù tồn tại nhiều loại mã BCD khác nhau, nhưng trong thực tế người ta chia làm hai loại chính: BCD có trọng số và BCD không có trọng số.

b1. Mã BCD có trọng số: gồm có mã BCD tự nhiên, mã BCD số học.

Mã BCD tự nhiên đó là loại mã mà trong đó các trọng số thường được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Ví dụ: Mã BCD 8421 , mã BCD 5421

Mã BCD số học là loại mã mà trong đó có tổng các trọng số luôn luôn bằng 9.

Ví dụ: Loại mã: BCD 2421, BCD 5121, BCD 8 4-2-1

Suy ra mã BCD số học có đặc trưng: Để tìm từ mã thập phân của một số thập phân nào đó ta lấy bù (đảo) từ mã nhị phân của số bù 9 tương ứng.

Ví dụ: 3 → 0011

Mà số 6 là bù 9 của 3:

6 → 1100

Lấy nghịch đảo ta có: 0011 = 3

Vậy, đặc trưng của mã BCD số học là có tính chất đối xứng qua một đường trung gian.

b2. Mã BCD không có trọng số: là loại mã không cho phép phân tích thành đa thức theo cơ số của nó.

Ví dụ: Mã Gray, Mã Gray thừa 3.

Đặc trưng của mã Gray là loại bộ mã mà trong đó hai từ mã nhị phân đứng kế tiếp nhau bao giờ cũng chỉ khác nhau 1 bit.

Ví dụ: Mã Gray: 2 → 0011 Còn đối với mã BCD 8421:

3 → 0010 3 → 0011

4 → 0110 4 → 0100

Các bảng dưới đây trình bày một số loại mã thông dụng:

Bảng 1: Các mã BCD tự nhiên.

BCD 8421				**BCD 5421**				**BCD quá 3**				**Số thập phân**
a_3	a_2	a_1	a_0	b_3	b_2	b_1	b_0	c_3	c_2	c_1	c_0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1
0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	2
0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	3
0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	4
0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	5
0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	6
0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	7
1	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	8
1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	9

Bảng 2: Các mã BCD số học

BCD 2421				**BCD 5121**				**BCD 84-2-1**				**Số thập phân**
a_3	a_2	a_1	a_0	b_3	B_2	b_1	b_0	c_3	c_2	c_1	c_0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1
0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	2
0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	1	3
0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	4
1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1	5
1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	6
1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	0	1	7
1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0	8
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	9

Bảng 3: BCD tự nhiên và mã Gray.

BCD 8421				**BCD quá 3**				**Mã Gray**				**Gray quá 3**				**Số thập phân**
a_3	a_2	a_1	a_0	c_3	c_2	c_1	c_0	G_3	G_2	G_1	G_0	g_3	g_2	g_1	g_0	
0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1
0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1	2
0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	3
0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	4
0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	5
0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1	6
0	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	7
1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	8
1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	9

Chú ý: Mã Gray được suy ra từ mã BCD 8421 bằng cách: các bit 0,1 đứng sau bit 0 (ở mã BCD 8421) khi chuyển sang mã Gray thì được giữ nguyên, còn các bit 0,1 đứng sau bit 1 (ở mã BCD 8421) khi chuyển sang mã Gray thì được đổi ngược lại, nghĩa là từ bit 1 thành bit 0 và bit 0 thành bit 1.

1.2.2.3. Mạch nhận dạng số BCD 8421 :

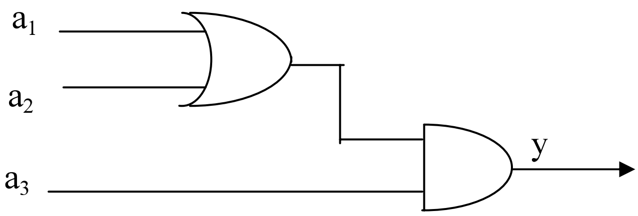
+ y = 1 → $a_3\, a_2\, a_1\, a_0$ không phải số BCD 8421

+ y = 0 → $a_3\, a_2\, a_1\, a_0$ là số BCD 8421

Suy ra để nhận dạng một số nhị phân 4 bit không phải là một số BCD 8421 thì ngõ ra y = 1, nghĩa là: bit a_3 luôn luôn bằng 1 và bit a_1 hoặc a_2 bằng 1.

Phương trình logic : $y = a_3\,(a_1 + a_2) = a_3a_1 + a_3\,a_2$

Sơ đồ logic:



Do việc xuất hiện số BCD nên có hai cách nhập dữ liệu vào máy tính: nhập số nhị phân, nhập bằng mã BCD.

Để nhập số BCD thập phân hai chữ số thì máy tính chia số thập phân thành các đềcác và mỗi đềcác được biểu diễn bằng số BCD tương ứng.

Ví dụ: 11 (thập phân) có thể được nhập vào máy tính theo 2 cách:

- Số nhị phân: 1011
- Mã BCD : 0001 0001

1.2.2.4. Các phép tính trên số BCD

a. Phép cộng

Số thập phân là 128 thì:

- Số nhị phân là: 10000000
- Số BCD là: 0001 0010 1000

Do số BCD chỉ có từ 0 đến 9 nên đối với những số thập phân lớn hơn, nó chia số thập phân thành nhiều đềcác, mỗi đềcác được biểu diễn bằng số BCD tương ứng.

$$\begin{array}{r} 5 \\ +\ 3 \\ \hline 8 \end{array} \begin{array}{c} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \end{array} \begin{array}{r} 0101 \\ +\ 0011 \\ \hline 1000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ +\ 5 \\ \hline 12 \end{array} \begin{array}{c} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \end{array} \begin{array}{rr} & 0111 \\ + & 0101 \\ \hline & 1100 \\ + & 0110 \\ \hline 0001 & 0010 \\ 1 & 2 \end{array}$$

Số hiệu chỉnh $\longrightarrow$ 0110

b. Phép trừ

$$A - B = A + \overline{B}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ -\ 5 \\ \hline 2 \end{array} \begin{array}{c} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \end{array} \begin{array}{r} 0111 \\ -\ 0101 \\ \hline 0010 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0111 \\ +\ 1010 \\ \hline 10001 \\ +\ 1 \\ \hline 0010 \end{array}$$

$\longleftarrow$ Bù 1 của 5 (1010)

$\longleftarrow$ Bù 2 của 5 (1)

Bù 1 là bit 0 thành 1, bit 1 thành 0.

Bù 2 là bù 1 cộng thêm 1.

Xét các trường hợp mở rộng:

- Thực hiện trừ 2 số BCD 1 đềcác mà số bị trừ nhỏ hơn số trừ.
- Mở rộng cho cộng và trừ 2 số BCD nhiều đềcác.