HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG

CHƯƠNG TRÌNH PTIT
www.e-ptit.edu.vn
ĐÀO TẠO ĐẠI HỌC TỪ XA

CƠ SỞ ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

(Dùng cho sinh viên hệ đào tạo đại học từ xa)

Lưu hành nội bộ

HÀ NỘI - 2006

CƠ SỞ
ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

Biên soạn : Ths. ĐẶNG HOÀI BẮC

LỜI NÓI ĐẦU

Lịch sử phát triển của điều khiển tự động được ghi nhận từ trước công nguyên, bắt đầu từ đồng hồ nước có phao điều chỉnh Ktesibios ở Hy Lạp. Hệ điều chỉnh nhiệt độ đầu tiên do Cornelis Drebble (1572 - 1633) người Hà Lan sáng chế. Hệ điều chỉnh mức đầu tiên là của Polzunou người Nga (1765) Hệ điều chỉnh tốc độ được ứng dụng trong công nghiệp đầu tiên là của Jame Watt (1769). Thế chiến lần thứ hai đòi hỏi sự phát triển về lý thuyết và ứng dụng để có những máy bay lái tự động, những hệ điều khiển vị trí cúa loại pháo, điều khiển các loại vũ khí khác, điều khiển tự động các rađa v.v… Những năm 1950, các phương pháp toán học và phân tích đã phát triển và đưa vào ứng dụng nhanh chóng. ở Mỹ thịnh hành hướng nghiên cứu trong miền tần số với các công trình ứng dụng của Bode, Nyquist và Black ở các trung tâm thí nghiệm điện tín. Trong khi ấy, ở Liên Xô (cũ) ngự trị lĩnh vực lý thuyết và ứng dụng trong miền thời gian.

Từ những năm 1980, máy tính số bắt đầu được sử dụng rộng rãi, cho phép điều khiển với độ chính xác cao các đối tượng khác nhau. Các phương pháp của Liapunou, Minorsky cũng như lý thuyết điều khiển tối ưu hiện đại của L.S. Pontryagin (Liên Xô cũ), của R.Belman (Mỹ) có ý nghĩa rất lớn. Các nguyên tắc điều khiển thích nghi, điều khiển bền vững, điều khiển mờ, các “hệ thông minh” v.v… ra đời và được áp dụng có hiệu quả vào thực tiễn.

Nhìn chung, cơ sở điều khiển tự động là môn học trang bị cho sinh viên những kiến thức cơ bản để phân tích và tổng hợp hệ thống điều khiển kỹ thuật trong miền thời gian và miền tần số bằng công cụ toán học. Trong sách hướng dẫn học tập này, chúng ta tập trung xét các hệ thống trong miền liên tục và miền rời rạc, đề cập đến các vấn đề cơ bản nhất của lý thuyết hệ thống điều khiển được ứng dụng cho kỹ thuật. Các phương pháp được đề cập đến để phân tích và tổng hợp hệ thống là phương pháp kinh điển khảo sát theo hàm truyền đạt của hệ thống và phương pháp không gian trạng thái. Nội dung chính sẽ bao gồm 7 chương:

Chương 1: Mô tả toán học hệ thống ĐKTĐ liên tục.

Chương II. Các đặc tính của hệ thống ĐKTĐ liên tục.

Chương III. Khảo sát tính ổn định của hệ thống ĐKTĐ liên tục.

Chương IV. Khảo sát chất lượng hệ thống ĐKTĐ liên tục.

Chương V. Tổng hợp hệ thống ĐKTĐ liên tục.

Chương VI. Mô tả toán học hệ thống ĐKTĐ rời rạc.

Chương VII. Phân tích và tổng hợp hệ thống ĐKTĐ rời rạc.

Ngày nay, các công cụ để điều khiển đều biến đổi nhanh chóng và hoàn thiện, nhưng những nguyên lý cơ bản vẫn không thay đổi hoặc thay đổi không đáng kể. Các vấn đề được đề cập trong sách hướng dẫn này dựa trên các giáo trình về Điều khiển tự động trong và ngoài nước nhưng được tóm tắt và cô đọng giúp học viên nắm được những vấn đề cơ bản nhất của môn học.

Vì thời gian có hạn, chắc còn một số sai sót không tránh khỏi, nhóm biên soạn mong nhận được các góp ý của người đọc để hoàn thiện trong các lần xuất bản sau.

Tác giả

CHƯƠNG I. MÔ TẢ TOÁN HỌC HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG LIÊN TỤC

NỘI DUNG

1.1 GIỚI THIỆU CHUNG

Trong mọi hoạt động của con người, ở bất cứ lĩnh vực nào, bất cứ vị trí nào đều liên quan đến hai từ điều khiển. Trong khoa học, tồn tại một ngành khoa học đã và đang phát triển mạnh mẽ, đó là điều khiển học.

Điều khiển học là khoa học nghiên cứu về các quá trình thu thập, xử lý tín hiệu và điều khiển trong mọi lĩnh vực đời sống xã hội, khoa học công nghệ, môi trường... Điều khiển học chia ra làm nhiều lĩnh vực khác nhau gồm điều khiển học toán học, điều khiển học sinh học, điều khiển học kỹ thuật...

Điều khiển học kỹ thuật là khoa học nghiên cứu về quá trình thu thập, xử lý tín hiệu và điều khiển các quá trình và hệ thống thiết bị kỹ thuật. Khái niệm điều khiển được hiểu là tập hợp tất cả các tác động mang tính tổ chức của một quá trình nhằm đạt được mục đích mong muốn của quá trình đó. Hệ thống điều khiển mà không có sự tham gia trực tiếp của con người trong quá trình điều khiển được gọi là *điều khiển tự động*.

Chương này đề cập đến các vấn đề sau:

+ Khái niệm chung về hệ thống điều khiển, phân tích sơ đồ khối của một hệ thống điều khiển thông thường và các phân loại các hệ thống điều khiển.

+ Mô tả toán học các hệ thống điều khiển trong miền thời gian và trong miền tần số. Các cách biểu diễn hệ thống điều khiển tự động (ĐKTĐ) và mối quan hệ giữa chúng.

1.1.1 Sơ đồ khối hệ thống điều khiển tự động điển hình.

Một hệ thống ĐKTĐ gồm ba thành phần cơ bản là đối tượng điều khiển (Object - O), thiết bị điều khiển (Controller - C) và thiết bị đo lường (Measuring Device - M).

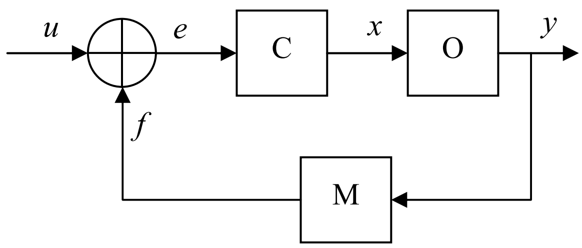
Đối tượng điều khiển là thành phần tồn tại khách quan có tín hiệu ra là đại lượng cần được điều khiển và nhiệm vụ cơ bản của điều khiển là phải tác động lên đầu vào của đối tượng điều khiển sao cho đại lượng cần điều khiển đạt được giá trị mong muốn. Thiết bị điều khiển là tập hợp tất cả các phần tử của hệ thống nhằm mục đích tạo ra giá trị điều khiển tác động lên đối tượng. Giá trị này được gọi là tác động điều khiển.

Đại lượng cần điều khiển còn được gọi là đại lượng ra của hệ thống ĐKTĐ. Những tác động từ bên ngoài lên hệ thống được gọi là tác động nhiễu.

Có ba phương thức điều khiển là phương thức điều khiển theo chương trình, phương thức bù nhiễu và phương thức điều khiển theo sai lệch.

Trong phương thức điều khiển theo chương trình, tín hiệu điều khiển được phát ra do một chương trình định sẵn trong thiết bị điều khiển. Với phương thức bù nhiễu, tín hiệu điều khiển được hình thành khi xuất hiện nhiễu loạn tác động lên hệ thống, tín hiệu điều khiển phát ra nhằm bù lại sự tác động của nhiễu loạn để giữ cho giá trị ra của đại lượng cần điều khiển không đổi. Vì vậy hệ bù nhiễu còn được gọi là hệ bất biến.

Trong kỹ thuật thường sử dụng phương thức điều khiển theo sai lệch, trong đó tín hiệu điều khiển là sự sai lệch giữa giá trị mong muốn và giá trị đo được của đại lượng cần điều khiển. Sơ đồ cấu trúc của hệ điều khiển tự động theo sai lệch được mô tả trên hình 1.1.



Hình 1.1. Sơ đồ khối hệ thống điều khiển tự động điên hình

Các tín hiệu tác động trong hệ thống:

u : tín hiệu vào (input)

y : tín hiệu ra (output)

x : tín hiệu điều khiển tác động lên đối tượng (O)

e : sai lệch điều khiển

f : tín hiệu phản hồi

Hệ thống ĐKTĐ luôn tồn tại một trong hai trạng thái là trạng thái xác lập (trạng thái tĩnh) và trạng thái quá độ (trạng thái động). Trạng thái xác lập là trạng thái mà tất cả các đại lượng của hệ thống đều đạt được giá trị không đổi. Trạng thái quá độ là trạng thái kể từ thời điểm có tác động nhiễu cho đến khi hệ thống đạt được trạng thái xác lập mới. Lý thuyết điều khiển tự động tập trung mô tả và phân tích trạng thái quá độ của hệ thống. Trạng thái xác lập đánh giá độ chính xác của quá trình điều khiển. Nếu ở trạng thái xác lập vẫn còn tồn tại sai lệch giữa tín hiệu chủ đạo và tín hiệu đo, giá trị này được gọi là sai lệch dư (hay sai lệch tĩnh), ký hiệu là ∂, hệ thống được gọi là hệ thống có sai lệch dư. Nếu $\partial = 0$ thì gọi là hệ thống không có sai lệch dư.

1.1.2 Phân loại hệ thống điều khiển tự động.

Có rất nhiều cách phân loại hệ thống ĐKTĐ. Mục đích của phần này không phải nhằm đi sâu các cách phân loại hệ thống mà đi sâu một cách phân loại để chúng ta thấy được vị trí, giới hạn của phần lý thuyết mà mình đang nghiên cứu. Với mục đích đó, hệ thống ĐKTĐ được phân làm hai loại chính, phụ thuộc vào tính chất của các phần tử trong hệ thống là hệ thống tuyến tính và hệ thống phi tuyến.

- *Hệ tuyến tính* là hệ thống mà tất cả các phần tử của nó đều là tuyến tính.
- *Hệ phi tuyến* là hệ thống mà chỉ cần một trong các phần tử của nó là phi tuyến.

Nội dung cơ bản nhất của lý thuyết điều khiển tự động là đi sâu nghiên cứu hệ tuyến tính. Đặc trưng cơ bản nhất của các phần tử tuyến tính là nguyên lý xếp chồng, nghĩa là khi có một tổ hợp tín hiệu tác động ở đầu vào của phần tử thì tín hiệu ra sẽ bằng tổ hợp tương ứng của các tín hiệu ra thành phần. Hệ thống phi tuyến không có tính chất này.

Dựa vào tính chất truyền tín hiệu mà hệ thống tuyến tính lại được phân ra làm hai loại là hệ thống liên tục tuyến tính và hệ thống rời rạc tuyến tính. Các khái niệm liên tục và rời rạc ở đây được hiểu theo biến thời gian.

- *Hệ thống liên tục tuyến tính* nếu tất cả các tín hiệu xuất hiện trong hệ thống đều là tín hiệu liên tục theo thời gian.

- *Hệ thống rời rạc tuyến tính* nếu chỉ cần một tín hiệu xuất hiện trong hệ thống tín hiệu rời rạc theo thời gian.

Dựa vào lượng thông tin thu thập được ban đầu về đối tượng điều khiển và tính chất của nó mà ta phải xây dựng được hệ thống thiết bị điều khiển thích hợp, đảm bảo được chất lượng của điều khiển. Do đó, hệ thống liên tục tuyến tính được phân ra làm hai loại là *hệ điều khiển thông thường* và *hệ điều khiển tự thích nghi*.

Hệ thống tuyến tính được xây dựng cho những đối tượng mà các thông tin ban đầu về chúng khá đầy đủ. Trong hệ thống này, cấu trúc và tham số của thiết bị điều khiển là không đổi với đối tượng điều khiển cụ thể. Đối với những đối tượng điều khiển mà thông tin ban đầu không đầy đủ hay quá trình công nghệ có yêu cầu đặc biệt thì hệ thống tuyến tính không đáp ứng được thì phải xây dựng *hệ thống thích nghi*. Đối với hệ thống thích nghi, ngoài cấu trúc thông thường, trong thiết bị điều khiển còn có một số thiết bị đặc biệt khác thực hiện chức năng riêng của nó nhằm đảm bảo chất lượng của quá trình điều khiển.

Hệ thống ĐKTĐ còn được phân ra làm hai loại là hệ thống hở và hệ thống kín. Đối với hệ thống hở, tín hiệu của đại lượng cần điều chỉnh không được sử dụng trong quá trình tạo ra tác động điều khiển. Hệ thống kín sử dụng phương pháp điều khiển theo sai lệch. Tín hiệu đo được của đại lượng cần điều khiển được đưa phản hồi trở lại đầu vào hệ thống và được sử dụng trong quá trình tạo ra tác động điều khiển.

Việc phân loại các hệ thống ĐKTĐ trên đây chỉ là một cách. Tuy nhiên, giữa các loại hệ thống này có liên quan mật thiết với nhau, ví dụ như trong hệ tuyến tính có hệ liên tục và hệ rời rạc…

1.2 CÁC PHƯƠNG PHÁP MÔ TẢ ĐỘNG HỌC HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG.

Các đặc tính quan trọng của hệ thống điều khiển tự động bao gồm: đặc tính tĩnh, đặc tính động, các đặc tính thời gian và các đặc tính tần số.

Đặc tính tĩnh đưa ra quan hệ vào ra của hệ th ống ở trạng thái xác lập, nó thể hiện độ chính xác điều khiển của hệ thống.

Đặc tính động của hệ thống thường được mô tả bằng hàm truyền đạt. Nếu thay $p = j\omega$ trong công thức tính hàm truyền đạt, ta nhận được hàm truyền tần số và từ đây có thể khảo sát đặc tính động học của hệ thống thông qua đặc tính tần số của nó.

1.2.1 Mô tả hệ thống trong miền thời gian

1.2.1.1 Hàm truyền đạt của hệ thống

Mối quan hệ vào – ra trong hệ thống ĐKTĐ thường được biểu diễn thông qua hàm truyền đạt:

$$Y(p) = W(p).U(p) \tag{1.1}$$

trong đó:

$Y(p)$ là tín hiệu ra của hệ thống

$U(p)$ là tín hiệu vào của hệ thống

$W(p)$ là hàm truyền đạt của hệ thống

Định nghĩa: Hàm truyền đạt của hệ thống là tỉ số giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào của hệ thống đó biểu diễn theo biến đổi Laplace với điều kiện đầu triệt tiêu.

$$W(p)=\frac{L\{y(t)\}}{L\{u(t)\}} \tag{1.2}$$

với L là biến đổi Laplace.

Một hệ thống điều khiển tự động thường được biểu diễn dưới dạng phương trình vi phân (PTVP) dạng tổng quát:

$$a_0\frac{d^n y}{dt^n}+a_1\frac{d^{n-1}y}{dt^{n-1}}+...+a_{n-1}\frac{dy}{dt}+a_n y=b_0\frac{d^m u}{dt^n}+b_1\frac{d^{m-1}y}{dt^{n-1}}+\ldots+b_{m-1}\frac{du}{dt}+b_m u \tag{1.3}$$

trong đó $a_0 \div a_n$, $b_0 \div b_m$ là các hệ số và $n \geq m$

Với điều kiện đầu triệt tiêu:

$$\begin{cases} y(0)=y^{(1)}(0)=...=y^{(n)}(0)=0 \\ u(0)=u^{(1)}(0)=...=u^{(n)}(0)=0 \end{cases} \tag{1.4}$$

Biến đổi Laplace của (1.3) ta có hàm truyền đạt của HTĐKTĐ là:

$$W(p)=\frac{Y(p)}{U(p)}=\frac{b_0p^m+b_1p^{m-1}+...+b_{m-1}p+b_m}{a_0p^n+a_1p^{n-1}+...+a_{n-1}p+a_n} \tag{1.5}$$

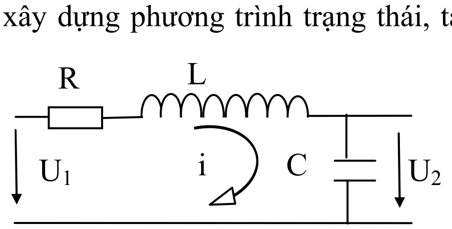
$$a_0p^n+a_1p^{n-1}+...+a_{n-1}p+a_n=0 \tag{1.6}$$

(1.6) được gọi là phương trình đặc tính hay phương trình đặc trưng (PTĐT) của hệ thống ĐKTĐ.

Trong biểu thức (1.5), các nghiệm của đa thức tử số được gọi là các *điểm không* (*zero*), còn các nghiệm của đa thức mẫu số được gọi là các *điểm cực* (*pole*).

1.2.1.2 Phương trình trạng thái mô tả hệ thống

Để hiểu rõ về cách xây dựng phương trình trạng thái, ta hãy xét một mạch lọc tương tự RLC như sau:



Từ sơ đồ này ta có các phương tr ình mô tả vào ra hệ thống như sau

$$\begin{cases} U_1 = iR + L\dfrac{di}{dt} + \dfrac{1}{C}\int idt & (1) \\ U_2 = \dfrac{1}{C}\int idt & (2) \end{cases}$$

Ta thấy rằng các trạng thái của mạch sẽ phụ thuộc i và U_2. Để xây dựng mô hình toán ta đặt:

$U_2 = x_1$

$i = x_2$

x_1, x_2 được gọi là biến trạng thái, tạo ra một không gian trạng thái mô tả các trạng thái của mạch điện trên. Trong bài toán điều khiển tự động người ta quan tâm đến tốc độ biến thiên của trạng thái: $\dot{x}_1, \dot{x}_2$ (đạo hàm hay vi phân bậc 1 của x_1, x_2).

$$\left.\begin{aligned} (2) &\to \dot{x}_1 = \frac{1}{C}x_2 \\ (1) &\to \dot{x}_2 = \frac{-1}{L}x_1 - \frac{R}{L}x_2 + \frac{1}{L}U_1 \end{aligned}\right\} \Leftrightarrow \begin{cases} \dot{x}_1 = 0.x_1 + \dfrac{1}{C}.x_2 + 0.U_1 \\ \dot{x}_2 = \dfrac{-1}{L}x_1 - \dfrac{R}{L}x_2 + \dfrac{1}{L}U_1 \end{cases}$$

Biểu diễn dưới dạng ma trận, ta có:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix}}_{\dot{X}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & \dfrac{1}{C} \\ \dfrac{-1}{L} & \dfrac{R}{L} \end{bmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}}_{X} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{L} \end{bmatrix} U_1}_{B.U}$$

$$\Leftrightarrow \dot{X} = AX + BU \qquad (*)$$

(*): gọi là phương trình trạng thái mô tả hoạt động của mạch RLC trên.

Như vậy thay vì ta phải nghiên cứu từ mạch điện cụ thể, từ phương trình trạng thái, dưới góc độ toán học ta hoàn toàn có thể thể hiện toàn bộ các hoạt động của mạch điện với các kết quả tương tự như khi nghiên cứu trên mạch cụ thể.

Với A, B là các ma trận trạng thái quyết định việc thay đổi các trạng thái của hệ. Ma trân A được gọi là ma trận chuyển trạng thái.

Đối với các hệ thống phức tạp, ta có dạng tổng quát của phương trình trạng thái và phương trình ra là:

$$\begin{cases} \dot{x} = f\left(x, u, t\right) \\ y = g\left(x, u, t\right) \end{cases} \qquad (1.7)$$

trong đó: x, $\dot{x}$, f : là các vector n chiều

u : là các vector r chiều

y, g : là các vector m chiều

Nếu hệ tuyến tính thì (1.7) được viết dưới dạng ***phương trình trạng thái dạng tổng quát*** mô tả một hệ thống ĐKTĐ bất kỳ như sau:

$$\begin{cases} \dot{x} = A(t)x + B(t)u \\ y = C(t)x + D(t)u \end{cases} \tag{1.8}$$

(các hệ số của ma trận là hàm thay đổi theo thời gian)

Nếu hệ thống tuyến tính là dừng, tức A, B, C, D là ma trận hằng số (không đổi theo thời gian) thì ta có hệ phương trình trạng thái:

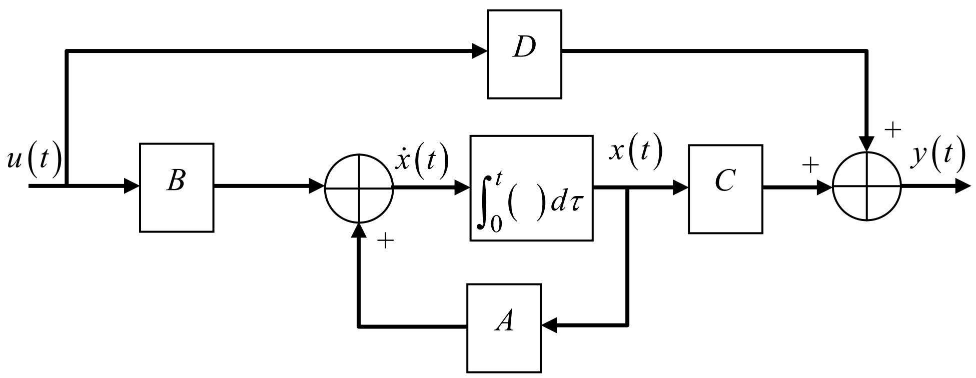
$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases} \tag{1.9}$$

trong đó:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nn} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \ldots & b_{1r} \\ b_{21} & b_{22} & \ldots & b_{2r} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ b_{n1} & b_{n2} & \ldots & b_{nr} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \ldots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \ldots & c_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ c_{m1} & c_{m2} & \ldots & c_{mn} \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & \ldots & d_{1r} \\ d_{21} & d_{22} & \ldots & d_{2r} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ d_{m1} & d_{m2} & \ldots & d_{mr} \end{bmatrix}$$

Sau khi được biểu diễn bởi phương trình trạng thái như (1.8), (1.9) ta sẽ có sơ đồ cấu trúc dạng tổng quát biểu diễn như hình vẽ



Hình 1.2 Sơ đồ cấu trúc tổng quát theo phương trình trạng thái của hệ liên tục

1.2.1.3 Thành lập phương trình trạng thái từ hàm truyền đạt cho trước.

* Nếu đặc tính động học của hệ thống được mô tả bằng PTVP dạng:

$$a_0\frac{d^n y}{dt^n}+a_1\frac{d^{n-1}y}{dt^{n-1}}+...+a_{n-1}\frac{dy}{dt}+a_n y=ku \tag{1.10}$$

với u là tác động đầu vào của hệ thống.

Hàm truyền đạt của hệ có dạng:

$$W(p)=\frac{k}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + ... + a_{n-1}p + a_n} \tag{1.11}$$

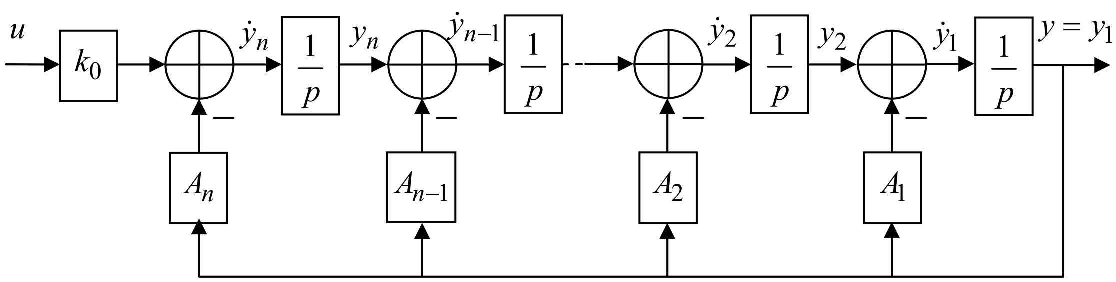
Giải phương trình (1.10), ta tìm được hàm $y(t)$, nghĩa là biết được sự thay đổi của tín hiệu ra theo thời gian khi có tác động đầu vào. Có thể chuyển (1.10) thành n PTVP bậc nhất bằng cách thay đổi biến số:

Đặt:
$$\begin{cases} y_1 = y \\ \dfrac{dy_1}{dt} = y_2 - A_1 y_1 \\ \dfrac{dy_2}{dt} = y_3 - A_2 y_1 \\ ... \\ \dfrac{dy_{n-1}}{dt} = y_n - A_{n-1} y_1 \\ \dfrac{dy_n}{dt} = ku - A_n y_1 \end{cases}$$

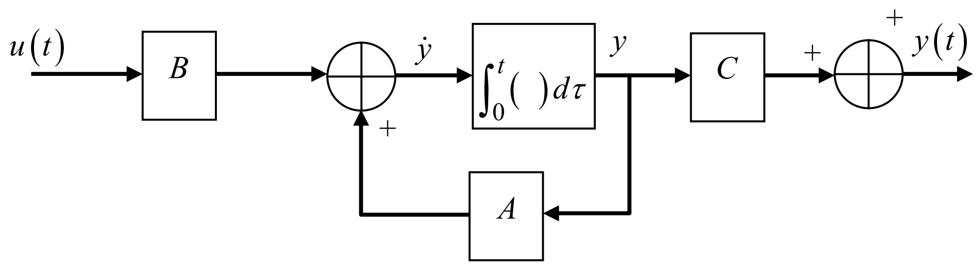
Vậy ta có phương trình trạng thái mô tả hệ thống:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases}$$

với $A = \begin{bmatrix} -A_1 & 1 & ... & 0 \\ -A_2 & 0 & ... & 0 \\ ... & ... & ... & ... \\ -A_n & 0 & ... & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ ... \\ k \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & ... & 0 \end{bmatrix}$



Hình 1.3 Sơ đồ cấu trúc hệ thống



Hình 1.4 Sơ đồ cấu trúc trạng thái của hệ

* Nếu đặc tính động học của hệ thống được mô tả bằng PTVP dạng:

$$a_0\frac{d^n y}{dt^n}+a_1\frac{d^{n-1}y}{dt^{n-1}}+...+a_{n-1}\frac{dy}{dt}+a_n y=b_0\frac{d^m u}{dt^n}+b_1\frac{d^{m-1}y}{dt^{n-1}}+\ldots+b_{m-1}\frac{du}{dt}+b_m u \tag{1.12}$$

thì hàm truyền đạt của hệ thống có dạng:

$$W(p)=\frac{B_0p^m+B_1p^{m-1}+...+B_{m-1}p+B_m}{p^n+A_1p^{n-1}+...+A_{n-1}p+A_n} \tag{1.13}$$

với $B_i=b_i/a_0$, $A_i=a_i/a_0$.

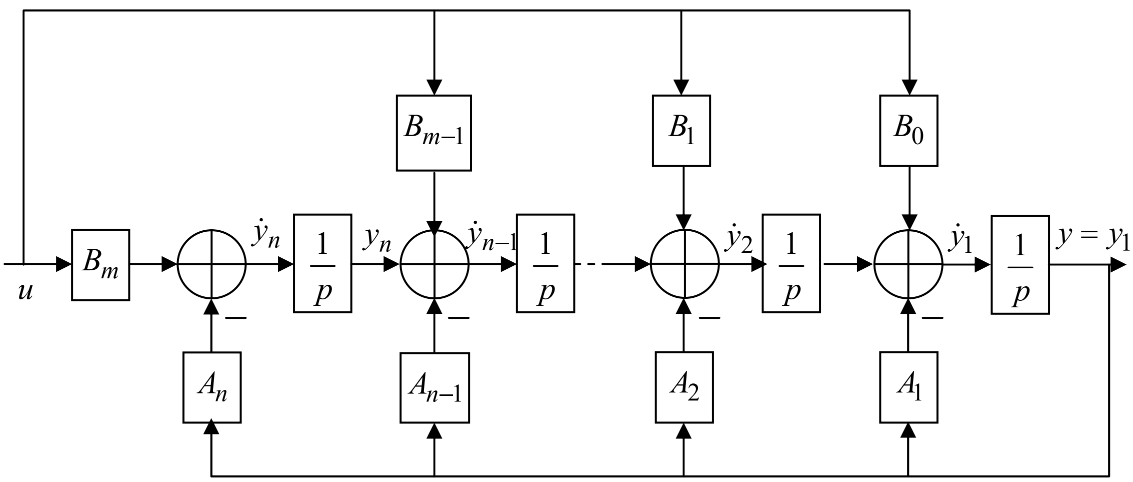
Đặt:

$$\begin{cases} y_1=y \\ \dfrac{dy_1}{dt}=y_2-A_1y_1+B_0u \\ \dfrac{dy_2}{dt}=y_3-A_2y_1+B_1u \\ ... \\ \dfrac{dy_{n-1}}{dt}=y_n-A_{n-1}y_1+B_{m-1}u \\ \dfrac{dy_n}{dt}=B_mu-A_ny_1 \end{cases}$$

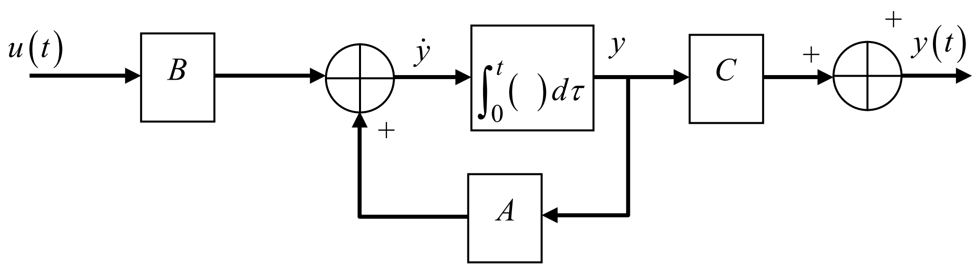
Vậy ta có phương trình trạng thái mô tả hệ thống:

$$\begin{cases} \dot{x}=Ax+Bu \\ y=Cx \end{cases}$$

với $A=\begin{bmatrix} -A_1 & 1 & ... & 0 \\ -A_2 & 0 & ... & 0 \\ ... & ... & ... & ... \\ -A_n & 0 & ... & 0 \end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix} B_0 \\ B_1 \\ ... \\ B_m \end{bmatrix}$, $C=\begin{bmatrix} 1 & 0 & ... & 0 \end{bmatrix}$



Hình 1.5 Sơ đồ cấu trúc hệ thống

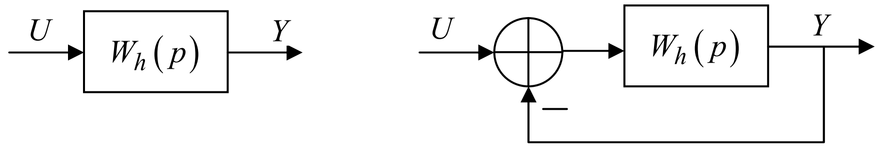


Hình 1.6 Sơ đồ cấu trúc trạng thái của hệ

1.2.2 Mô tả hệ thống trong miền tần số

Để xác định các đặc tính tần số của hệ thống, trước hết phải xác định hàm truyền đạt của nó, sau đó thay $p = j\omega$ vào, ta sẽ nhận được hàm truyền tần số để từ đó xét các đặc tính tần số của hệ thống.

Thông thường, hệ thống ĐKTĐ được phân ra thành hệ thống hở và hệ thống kín.



(a) (b)

Hình 1.7 Sơ đồ hệ thống hở (a) và hệ thống kín (b)

Gọi $W_h(p)$ là hàm truyền đạt của hệ hở và $W_k(p)$ là hàm truyền đạt của hệ kín thì ta có mối quan hệ giữa chúng là:

$$W_k(p) = \frac{W_h(p)}{1 + W_h(p)} \qquad (1.14)$$

1.2.2.1 Các đặc tính tần số của hệ hở

Giả sử hệ thống hở được mô tả bởi hàm truyền đạt:

$$W_h(p) = W_1(p).W_2(p)...W_n(p) \tag{1.15}$$

Nếu hàm truyền tần số của các phần tử được mô tả dưới dạng:

$$W_i(j\omega) = A_i(\omega).e^{j\varphi_i(\omega)} \tag{1.16}$$

thì hàm truyền tần số của hệ hở được tính theo biểu thức:

$$W_h(j\omega) = \prod_{i=1}^{n} A_i(\omega).e^{j\sum_{i=1}^{n}\varphi_i(\omega)} \tag{1.17}$$

Các đặc tính tần số của hệ hở sẽ là:

- Đặc tính biên tần (BT):

$$A(\omega) = \prod_{i=1}^{n} A_i(\omega) \tag{1.18}$$

- Đặc tính pha tần (hay pha tần logarithm – PT- PTL)

$$\varphi(\omega) = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i(\omega) \tag{1.19}$$

- Đặc tính biên tần logarithm (BTL)

$$L(\omega) = 20\lg A(\omega) = \sum_{i=1}^{n} 20\lg A_i(\omega) = \sum_{i=1}^{n} L_i(\omega) \tag{1.20}$$

Như vậy, đặc tính BTL và PTL của hệ hở bằng tổng đại số của các đặc tính BTL và PTL của các phần tử thành phần.

1.2.2.2 Đặc tính tần số của hệ kín

Nếu hàm truyền tần số của hệ hở được biểu diễn theo công thức (1.17) thì theo (1.14), (1.18), (1.19), ta có hàm truyền tần số của hệ kín là:

$$W_k(j\omega) = \frac{A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}}{1 + A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}} = \frac{A(\omega)}{e^{-j\varphi(\omega)} + A(\omega)} \tag{1.21}$$

Sử dụng công thức Eurler:

$$e^{-j\varphi(\omega)} = \cos\varphi(\omega) - j\sin\varphi(\omega) \tag{1.22}$$

ta được:

$$W_k(j\omega) = \frac{A(\omega)}{A(\omega) + \cos\varphi(\omega) - j\sin\varphi(\omega)} \tag{1.23}$$

Tách phần thực và phần ảo ta có:

$$W_k(j\omega) = \frac{A(\omega)\left[A(\omega) + \cos\varphi(\omega)\right]}{1 + A^2(\omega) + 2\cos\varphi(\omega)A(\omega)} + j\frac{A(\omega)\sin\varphi(\omega)}{1 + A^2(\omega) + 2\cos\varphi(\omega)A(\omega)} \tag{1.24}$$

- Đặc tính BT của hệ kín

$$A_k(\omega) = \frac{A(\omega)}{\sqrt{1 + A^2(\omega) + 2\cos\varphi(\omega)A(\omega)}} \tag{1.25}$$

- Đặc tính PT của hệ kín:

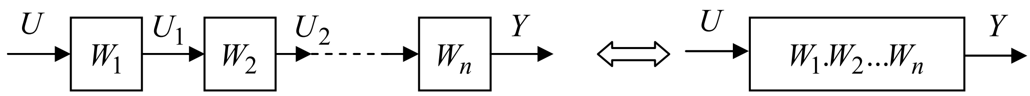
$$\varphi_k(\omega) = \text{arctg}\frac{\sin\varphi(\omega)}{A(\omega) + \cos\varphi(\omega)} \tag{1.26}$$

Như vậy có thể dựa vào các công thức trên để xây dựng các đặc tính tần số của hệ thống kín.

1.3 CÁC QUY TẮC BIẾN ĐỔI SƠ ĐỒ KHỐI

1.3.1 Hệ thống gồm các phần tử mắc nối tiếp

Các phần tử được gọi là mắc nối tiếp nhau nếu tín hiệu ra của phần tử trước là tín hiệu vào của phần tử sau. Tín hiệu vào của hệ thống là tín hiệu vào của phần tử đầu tiên và tín hiệu ra của hệ thống là tín hiệu ra của phần tử cuối cùng. Sơ đồ của các phần tử mắc nối tiếp được mô tả trên hình 1.8.



Hình 1.8 Sơ đồ hệ thống gồm các phần tử mắc nối tiếp

Từ hình 1.8 ta có:

$W_1 = U_1/U$

$W_2 = U_2/U_1$

…

$W_n = Y/U_{n-1}$

Vậy hàm truyền đạt của hệ thống:

$$W(p) = \frac{Y}{U} = W_1.W_2...W_n \tag{1.27}$$

1.3.2 Hệ thống gồm các phần tử mắc song song

Hệ thống được xem là gồm các phần tử mắc song song nếu tín hiệu vào của hệ thống là tín hiệu vào của các phần tử thành phần còn tín hiệu ra của hệ thống bằng tổng đại số của các tín hiệu ta của từng phần tử thành phần. Sơ đồ hệ thống gồm các phần tử mắc song song được mô tả trên hình 1.9.

Từ hình 1.9 ta có:

$Y_1 = W_1 U$

$Y_2 = W_2 U$

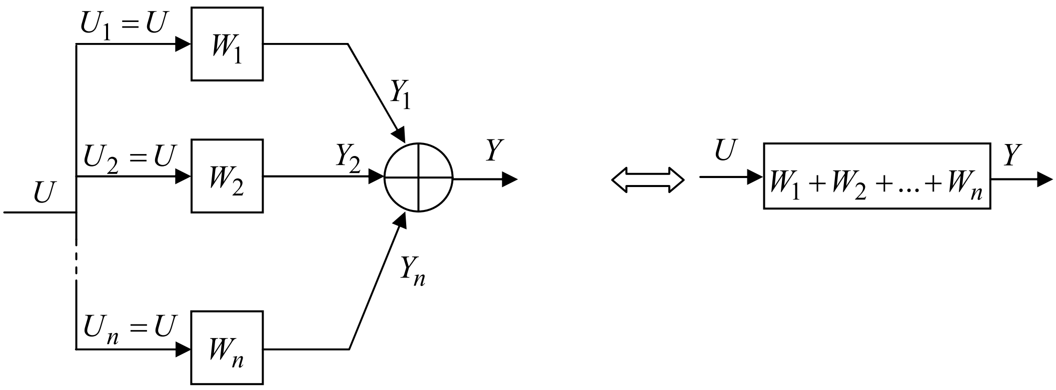
…

$Y_n = W_n U$

Với $Y = Y_1 + Y_2 + ... + Y_n$

Vậy hàm truyền đạt của hệ thống:

$$W(p) = \frac{Y}{U} = W_1 + W_2 + ... + W_n \tag{1.28}$$

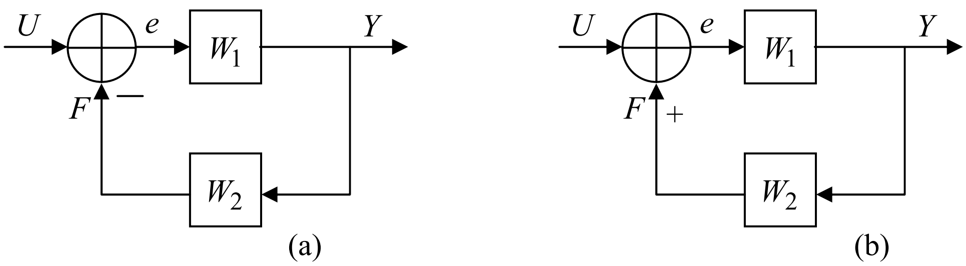


Hình 1.9 Sơ đồ hệ thống gồm các phần tử mắc song song

1.3.3 Hệ thống có mạch mắc phản hồi (hồi tiếp)

Hệ thống có mạch mắc phản hồi gồm hai loại là phản hồi âm và phản hồi dương.

Đối với phản hồi dương: tín hiệu ra của hệ thống chính là tín hiệu được đưa về phản hồi còn trong phản hồi âm, tín hiệu đó có thêm dấu âm.



Hình 1.10 Sơ đồ hệ thống có mạch phản hồi âm (a) và dương (b)

*Xét hệ thống có phản hồi âm (hình 1.10a):

$e = U - F$

Y=$W_1.e$

$Z = W_2.Y$

Giải ra ta có:

$$W(p) = \frac{Y}{U} = \frac{W_1}{1 + W_1 W_2} \tag{1.29}$$

* Xét hệ thống có phản hồi dương: $e = U + F$

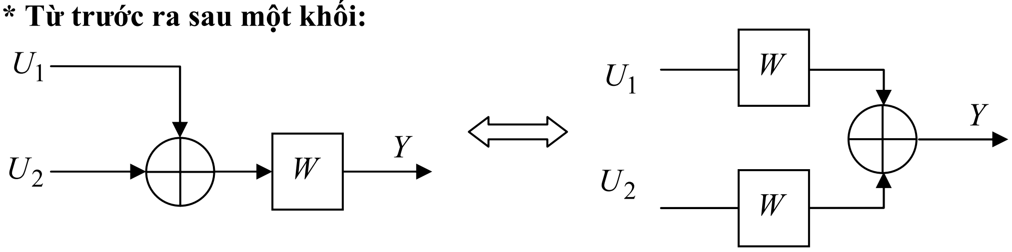
$$W(p) = \frac{Y}{U} = \frac{W_1}{1 - W_1 W_2} \tag{1.30}$$

1.3.4 Chuyển đổi vị trí các tín hiệu

Chuyển đổi vị trí các tín hiệu là công cụ để chuyển sơ đồ khối các mạch liên kết phức tạp sang các mạch liên kết đơn giản như mắc song song, nối tiếp, hồi tiếp để từ đó có thể sử dụng các quy luật đã nêu trên nhằm xác định hàm truyền đạt của hệ thống. Nguyên tắc của việc chuyển đổi là không làm thay đổi sự truyền tín hiệu trong hệ thống.

1.3.4.1 Chuyển đổi tín hiệu vào

*** Từ trước ra sau một khối:**



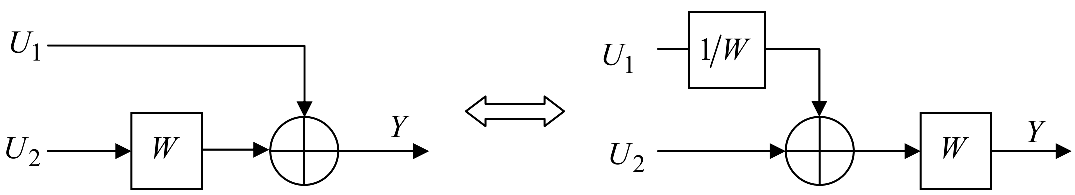
(a) (b)

Hình 1.11 Chuyển tín hiệu vào từ trước ra sau một khối

Từ hình 1.11 (a) và (b) ta có: $Y = WU_1 + WU_2$

Vậy tín hiệu U_1 chuyển từ trước ra sau một khối thì tín hiệu đó phải đi qua một khối mới có hàm truyền đạt chính bằng khối đó.

*** Từ sau ra trước một khối:**



(a) (b)

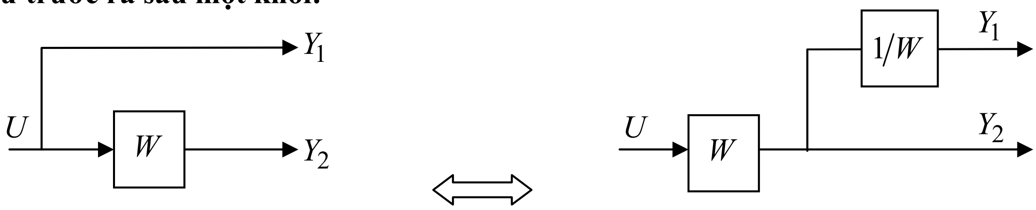
Hình 1.12 Chuyển tín hiệu vào từ sau ra trước một khối

Từ hình 1.12 (a) và (b) ta có: $Y = U_1 + WU_2$

Vậy tín hiệu U_1 chuyển từ sau ra trước một khối thì tín hiệu đó phải đi qua một khối mới có hàm truyền đạt chính bằng nghịch đảo của khối đó.

1.3.4.2 Chuyển đổi tín hiệu ra

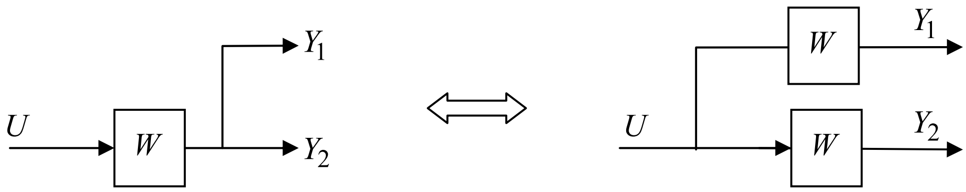
*** Từ trước ra sau một khối:**



(a) (b)

Hình 1.13 Chuyển tín hiệu ra từ trước ra sau một khối

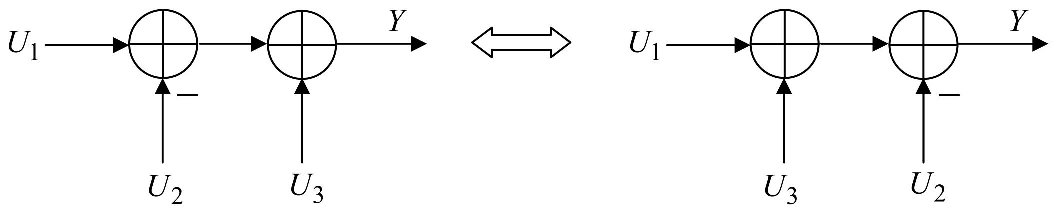
*** Từ sau ra trước một khối:**



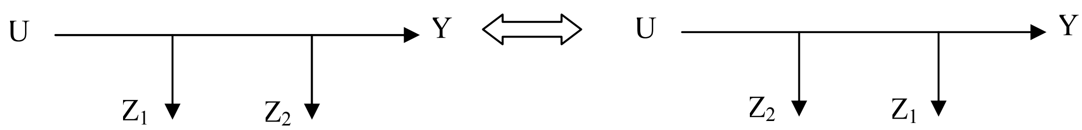
(a) (b)

Hình 1.14 Chuyển tín hiệu ra từ sau ra trước một khối

1.3.4.3 Các bộ cộng, điểm rẽ nhánh liền nhau có thể đổi chỗ cho nhau



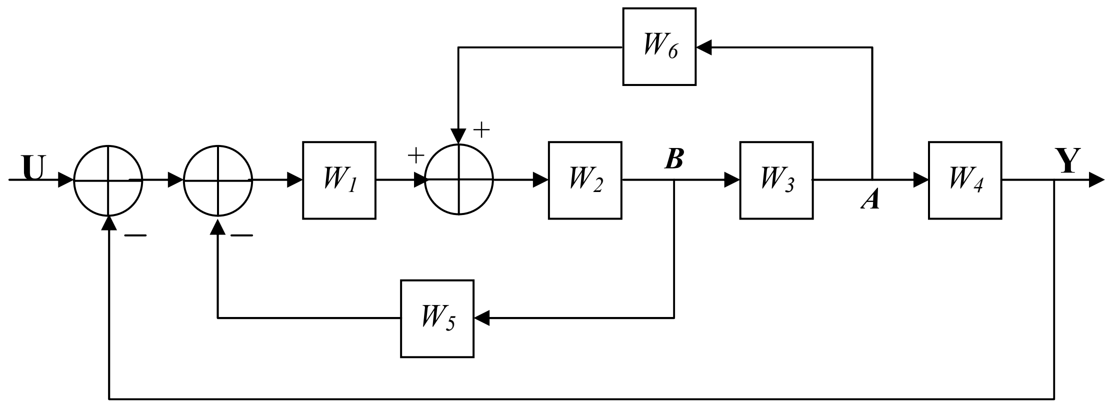
(a) (b)



(a) (b)

Hình 1.15 Các bộ cộng, điểm rẽ nhánh có thể chuyển vị trí cho nhau

***Ví dụ 1.1*: Xác định hàm truyền đạt của hệ thống có sơ đồ như hình 1.16:



Hình 1.16

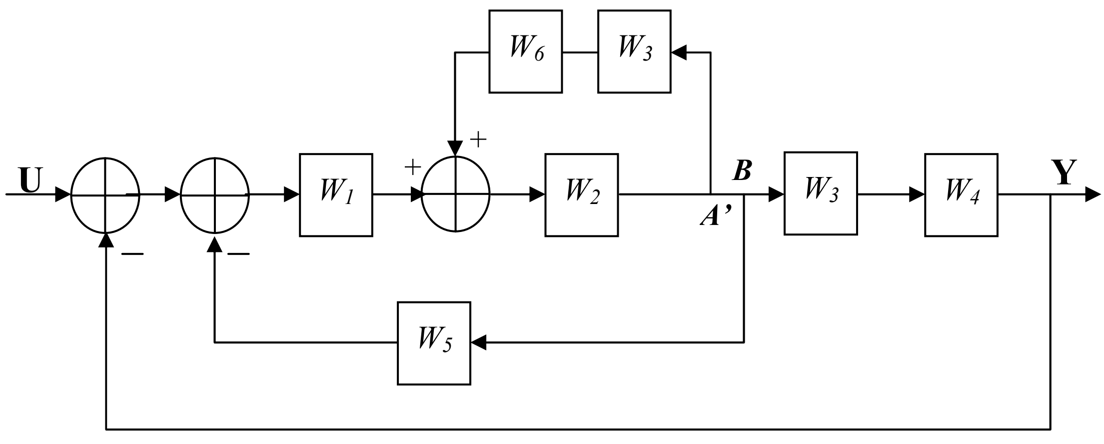
Để tính được hàm truyền đạt của hệ thống, ta phải chuyển hệ thống về dạng có thể áp dụng được các công thức trong phần 1.3. Có nhiều cách thực hiện như:

- Cách 1: Chuyển A về B (chuyển tín hiệu ra từ sau ra trước khối W_3), sau đó hoán đổi vị trí của A và B.
- Cách 2: Chuyển B về A (chuyển tín hiệu ra từ trước ra sau khối W_3), sau đó hoán đổi vị trí của A và B.

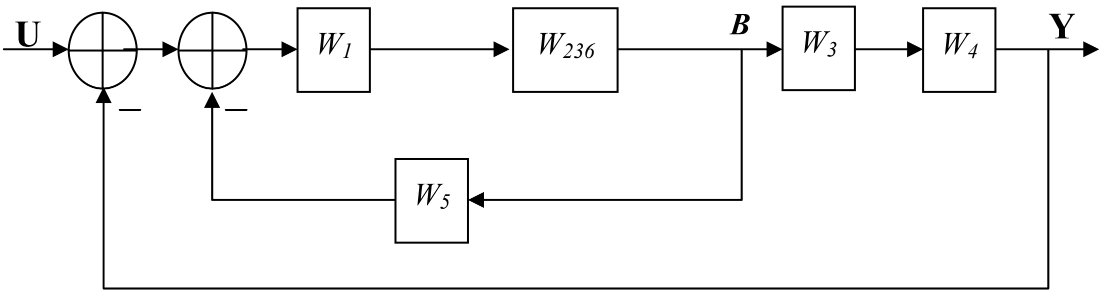
Sau đây ta sẽ thực hiện theo cách 1, khi đó ta có hệ thống tương đương như trên hình 1.17.

Từ hình 1.17, ta có thể tính hàm truyền đạt của ba khâu W_2, W_3, W_6 và có hệ thống tương đương như hình 1.18:

$$W_{236} = \frac{W_2}{1 - W_2.W_3.W_6}$$



Hình 1.17



Hình 1.18

Từ hình 1.18:

$$W_{12356} = \frac{W_1.W_{236}}{1 + W_5.W_1.W_{236}}$$

Hàm truyền đạt hở của hệ thống:

$$W_h = W_{12356}.W_3.W_4$$

Hàm truyền đạt kín của hệ thống:

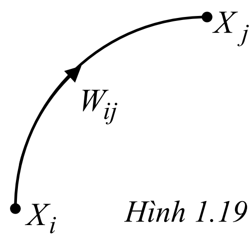
$$W_k = \frac{W_h}{1 + W_h}$$

1.4 GRAPH TÍN HIỆU

Được dùng để xác định hàm truyền đạt của hệ thống ĐKTĐ với các đặc điểm sau:

- Graph là đồ hình gồm các nhánh và các nút.
- Mỗi một nút của graph được biểu diễn bằng một điểm và ghi tên một đại lượng nào đó trong hệ thống điều khiển. Nút gốc là lượng vào, nút ngọn là lượng ra của một khâu nào đó.
- Một nhánh nối nút gốc và nút ngọn có mũi tên, trên đó ghi giá trị hàm truyền đạt tương ứng với một khâu nào đó (hình 1.19). Hàm truyền đạt của một nhánh bằng tỉ số giữa giá trị nút ngọn và giá trị nút gốc:

$$W_{ij} = X_j / X_i$$

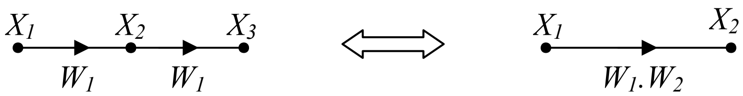


Hình 1.19

Tương tự như sơ đồ cấu trúc, sự liên kết của các nhánh riêng lẻ tạo thành một graph tín hiệu cho một hệ thống điều khiển.

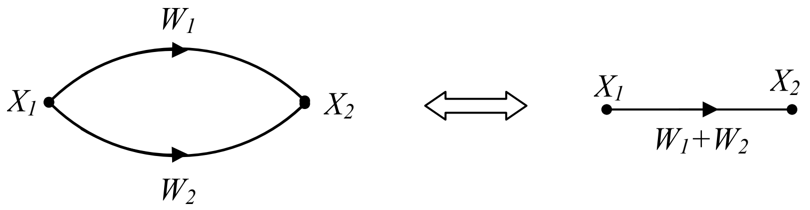
* Các quy tắc biến đổi của graph:

- Các nhánh nối tiếp:



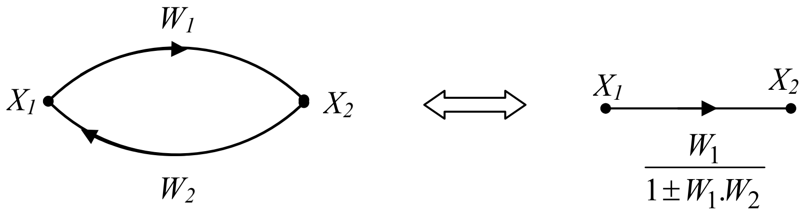
Hình 1.20

- Các nhánh song song:



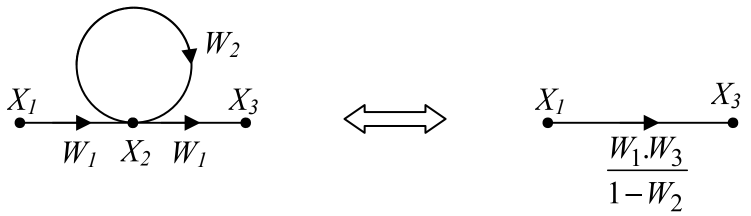
Hình 1.21

- Phản hồi dương (âm)



Hình 1.22

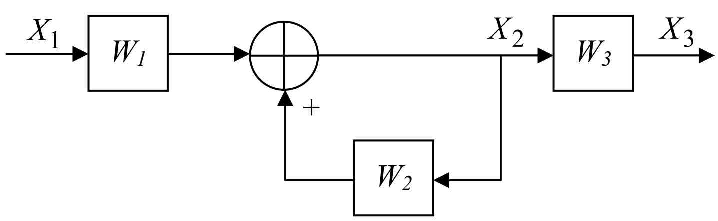
- Khử nhánh tạo vòng kín:



Hình 1.23

* Sự tương quan giữa sơ đồ cấu trúc hệ thống và graph tín hiệu trong hệ thống điều khiển

Hình 1.23 là graph tín hiệu biểu diễn hệ thống có sơ đồ cấu trúc như hình 1.24.



Hình 1.24

Theo hình 1.23 ta có:

$X_2 = W_1 X_1 + W_2 X_2$

$X_3 = W_3 X_2$

Vậy: $$W_{13} = \frac{X_3}{X_1} = \frac{W_1 W_3}{1 - W_2}$$

Theo hình 1.24 ta có:

$$W_{13} = \frac{X_3}{X_1} = W_1 \frac{1}{1 - W_2} W_3 = \frac{W_1 W_3}{1 - W_2}$$

Vậy hai sơ đồ là tương đương với nhau.

TÓM TẮT NỘI DUNG HỌC TẬP CHƯƠNG 1

Trong chương này ta cần nhớ các khái niệm sau:

+ Một hệ thống điều khiển tự động bao gồm ba thành phần cơ bản là đối tượng điều khiển, thiết bị điều khiển và thiết bị đo lường. Các hệ thống điều khiển mà ta xét ở đây đều sử dụng phương thức điều khiển theo sai lệch.

+ Đặc trưng cơ bản nhất của các phần tử tuyến tính là nguyên lý xếp chồng, nghĩa là khi có một tổ hợp tín hiệu tác động ở đầu vào của phần tử thì tín hiệu ra sẽ bằng tổ hợp tương ứng của các tín hiệu ra thành phần.

+ Có thể mô tả một hệ thống điều khiển tự động bằng hàm truyền đạt, bằng phương trình trạng thái và sơ đồ cấu trúc của hệ thống sẽ thể hiện mối liên hệ giữa hai phương pháp mô tả này.

+ Chương này cũng đưa ra các nguyên tắc biến đổi sơ đồ khối như chuyển đổi vị trí các tín hiệu vào/ra một khối; tìm hàm truyền đạt tương đương của các khâu mắc nối tiếp, song song, hồi tiếp... để từ đó, ta tìm hàm truyền đạt của toàn hệ thống.

+ Graph tín hiệu cũng là một cách mô tả hệ thống, được dùng để tìm hàm truyền đạt của hệ thống. Các quy tắc biến đổi giữa các nhánh của nó cũng tương đương như các quy tắc biến đổi giữa các khối trong sơ đồ cấu trúc của hệ thống.

BÀI TẬP

Bài 1:

Sơ đồ khối của một hệ thống điều khiển điển hình?

Bài 2:

Thế nào là hàm truyền đạt của hệ thống?

a. Hàm truyền đạt của hệ thống là tỉ số giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào của hệ thống đó biểu diễn theo thời gian.

b. Hàm truyền đạt của hệ thống là tỉ số giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào của hệ thống đó biểu diễn theo biến đổi Laplace với điều kiện đầu không đổi.

c. Hàm truyền đạt của hệ thống là tỉ số giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào của hệ thống đó biểu diễn theo biến đổi Laplace với điều kiện đầu triệt tiêu.

d. Hàm truyền đạt của hệ thống là tỉ số giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào của hệ thống đó biểu diễn theo biến đổi Laplace với các điều kiện đầu khác nhau.

Bài 3:

Nghiệm đa thức mẫu số của PTĐT là:

a. Các điểm cực (pole)

b. Các điểm không (zero)

Bài 4:

Xây dựng phương trình trạng thái mô tả hệ thống liên tục tuyến tính từ PTVP mô tả quá trình động học của hệ thống dạng:

$$a_0\frac{d^n y}{dt^n}+a_1\frac{d^{n-1}y}{dt^{n-1}}+...+a_{n-1}\frac{dy}{dt}+a_n y=ku$$

Bài 5:

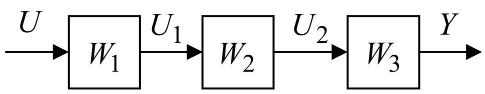
Đặc tính tần số của hệ thống hở?

Bài 6:

Đặc tính tần số của hệ thống kín?

Bài 7:

Cho hệ thống như hình sau:



Hàm truyền đạt của hệ thống là:

a. $W = W_1 + W_2 + W_3$

b. $W = W_1.W_2.W_3$

c. $W = \dfrac{W_1}{W_2 + W_3}$

Bài 8:

Khi chuyển tín hiệu vào từ trước ra sau một khối thì:

a. Tín hiệu đó phải đi qua một khối mới có hàm truyền đạt chính bằng khối đó.

b. Tín hiệu đó phải đi qua một khối mới có hàm truyền đạt bằng nghịch đảo của khối đó.

Bài 9:

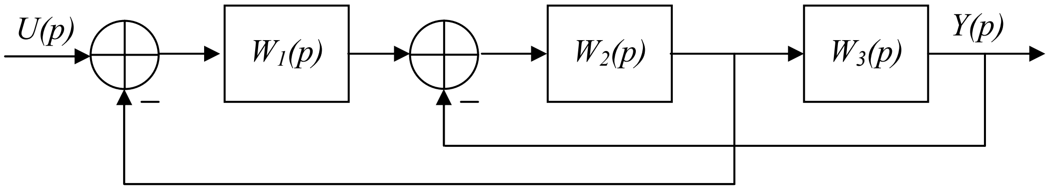
Khi chuyển tín hiệu ra từ trước ra sau một khối thì:

a. Tín hiệu đó phải đi qua một khối mới có hàm truyền đạt chính bằng khối đó.

b. Tín hiệu đó phải đi qua một khối mới có hàm truyền đạt bằng nghịch đảo của khối đó.

Bài 10:

Cho hệ thống như hình sau:

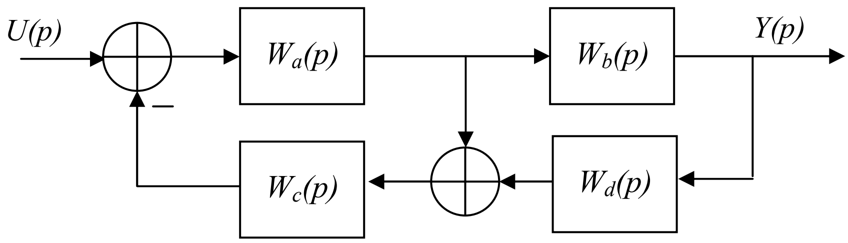


Tìm hàm truyền đạt của hệ thống?

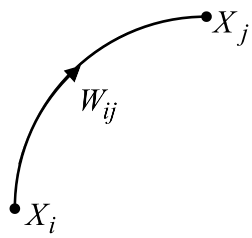
Bài 11:

Cho hệ thống như hình sau

Tìm hàm truyền đạt của hệ thống?



Bài 12:



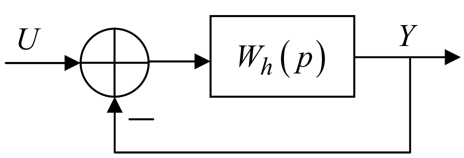
Graph tín hiệu như hình trên biểu thị hàm truyền đạt W_{ij} bằng bao nhiêu?

a. $W_{ij} = X_j / X_i$

b. $W_{ij} = X_i / X_j$

Bài 13:

Hàm truyền đạt của hệ thống trong hình sau sẽ bằng:



a. $W_k(p) = \dfrac{W_h(p)}{1 + W_h(p)}$

b. $W_k(p) = \dfrac{W_h(p)}{1 - W_h(p)}$

c. $W_k(p) = \dfrac{1}{1 + W_h(p)}$

d. $W_k(p) = \dfrac{W_h(p)}{1 + W_h^2(p)}$

Bài 14:

Nghiệm đa thức mẫu số của hàm truyền đạt được gọi là gì?

a. Các điểm không

b. Các điểm cực

c. Các điểm cực trị

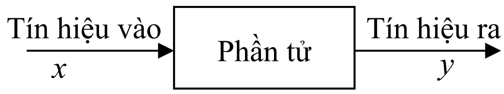
d. Các điểm uốn

CHƯƠNG II. CÁC ĐẶC TÍNH CỦA HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG LIÊN TỤC

NỘI DUNG

2.1 GIỚI THIỆU CHUNG

Để thuận tiện cho việc nghiên cứu, hệ thống ĐKTĐ được phân ra những phần nhỏ gọi là các *phần tử* (hay các khâu) của hệ thống. Mỗi phần tử có tác động ngoài vào gọi là tín hiệu vào, ký hiệu là x, và tín hiệu biểu hiện phản ứng của phần tử đối với tác động đầu vào gọi là tín hiệu ra của phần tử, ký hiệu là y. Mô hình phần tử được mô tả như hình 2.1.



Hình 2.1 Mô hình biểu diễn phần tử

Mỗi phần tử có hai đặc tính cơ bản là đặc tính tĩnh và đặc tính động. Hai đặc tính này biểu diễn hai trạng thái của nó là trạng thái tĩnh và trạng thái động.

* Đặc tính tĩnh của phần tử: là mối liên hệ giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào của phần tử ở trạng thái xác lập. Dựa vào đặc tính tĩnh mà các phần tử tuyến tính được chia ra làm bốn loại là phần tử nguyên hàm, phần tử tích phân, phần tử vi phân và phần tử trễ.

- Phần tử nguyên hàm: có đặc tính tĩnh được mô tả bởi công thức:

$$y = Kx \tag{2.1}$$

trong đó K là hệ số truyền của phần tử.

- Phần tử tích phân: có đặc tính tĩnh được mô tả bởi công thức:

$$y = \frac{1}{T_i}\int x.dt \tag{2.2}$$

trong đó T_i là hằng số thời gian tích phân của phần tử.

- Phần tử vi phân: có đặc tính tĩnh được mô tả bởi công thức:

$$y = T_d \frac{dx}{dt} \tag{2.3}$$

trong đó T_d là hằng số thời gian vi phân của phần tử.

- Phần tử trễ: có đặc tính tĩnh được mô tả bởi công thức:

$$y(t) = x(t-\tau) \tag{2.4}$$

Tất cả các phần tử mà đặc tính tĩnh của nó không được liệt vào một trong bốn loại trên thì đều thuộc phần tử phi tuyến.

* Đặc tính động học của phần tử: mô tả sự thay đổi của tín hiệu ra theo thời gian khi có tác động ở đầu vào. Đặc tính động mô tả quá trình động học xảy ra trong hệ thống và thường được biễu diễn bằng PTVP dạng tổng quát:

$$a_0\frac{d^n y}{dt^n}+a_1\frac{d^{n-1}y}{dt^{n-1}}+...+a_{n-1}\frac{dy}{dt}+a_n y=b_0\frac{d^m u}{dt^n}+b_1\frac{d^{m-1}y}{dt^{n-1}}+\ldots+b_{m-1}\frac{du}{dt}+b_m u \tag{2.5}$$

Trong chương này, ta cũng sẽ đề cập đến các đặc tính thời gian, đặc tính tần số của các phần tử cũng như đặc điểm của các khâu động học cơ bản.

2.2 ĐẶC TÍNH THỜI GIAN CỦA PHẦN TỬ

Đặc tính thời gian của phần tử là sự thay đổi của phần tử theo thời gian khi tác động ở đầu vào là những tín hiệu chuẩn. Các đặc tính đó bao gồm hàm quá độ, đường quá độ, hàm quá độ xung và đường quá độ xung.

Các hàm thời gian này đều mô tả sự biến thiên của tín hiệu ra khi phần tử chuyển từ trạng thái cân bằng này sang trạng thái cân bằng khác do sự tác động của một trong các nhiễu chuẩn. Để đơn giản, ta xét trạng thái cân bằng ban đầu của các phần tử là không ($y(0)=0$)

2.2.1 Tín hiệu tác động ở đầu vào

* Tín hiệu bậc thang đơn vị $1(t)$:

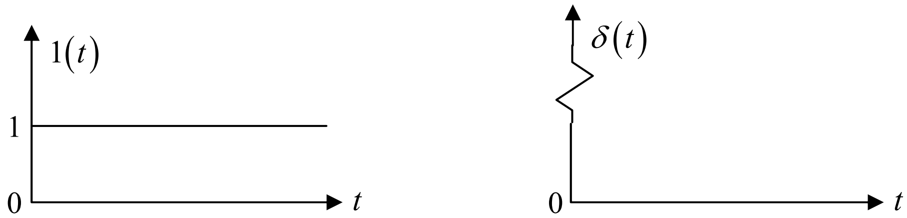
$$1(t)=\begin{cases}0 & \text{khi } t\le 0\\ 1 & \text{khi } t>0\end{cases} \tag{2.6}$$

* Tín hiệu xung đơn vị $\delta(t)$:

$$\delta(t)=\frac{d}{dt}1(t)=\begin{cases}0 & \text{khi } t\ne 0\\ \infty & \text{khi } t=0\end{cases} \tag{2.7}$$

Hàm $\delta(t)$ có tính chất:

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)=1 \tag{2.8}$$



(a) (b)

Hình 2.2. (a). Đồ thị hàm $1(t)$

(b). Đồ thị hàm $\delta(t)$

* Tín hiệu điều hòa:

$$\sin(\omega t+\varphi) \text{ hay } e^{j\omega t+\varphi} \tag{2.9}$$

* Tín hiệu có dạng bất kỳ $x(t)$: có thể được mô tả thông qua hàm $1(t)$ và $\delta(t)$

- Biểu diễn $x(t)$ qua hàm $1(t)$: dựa vào tích phân Duyamen (khi $\alpha \to 0$):

$$x(t)=x(\alpha).1(t)+\int_0^t \frac{dx(\tau)}{d\tau}.1(t-\tau)d\tau \tag{2.10}$$

- Biểu diễn $x(t)$ qua hàm $\delta(t)$ (khi $\alpha \to 0$):

$$x(t)=\int_\alpha^{t+\alpha} x(\tau).\delta(t-\tau)d\tau \tag{2.11}$$

2.2.2 Phản ứng của phần tử

** Hàm quá độ:*

Được ký hiệu là $h(t)$, là phản ứng của phần tử khi tín hiệu tác động ở đầu vào là hàm bậc thang đơn vị $1(t)$.

Nếu $x(t)=1(t)$ thì $L\left[1(t)\right]=\frac{1}{p}$

Mối liên hệ giữa hàm truyền đạt và hàm quá độ của phần tử là:

$W(p)=\frac{L(h(t))}{L(1(t))}=p.L\left[h(t)\right]$. Vậy :

$$L\left[h(t)\right]=\frac{W(p)}{p} \tag{2.12}$$

** Đường quá độ:*

Được ký hiệu là $H(t)$, là phản ứng của phần tử khi tín hiệu tác động ở đầu vào là nhiễu bậc thang có biên độ bằng A dạng $A.1(t)$. Dựa vào nguyên lý xếp chồng của phần tử tuyến tính:

$H(t)=A.h(t)$. Vậy:

$$L(H(t))=\frac{A.W(p)}{p} \tag{2.13}$$

** Hàm quá độ xung (hàm trọng lượng):*

Được ký hiệu là $k(t)$, là phản ứng của phần tử khi tín hiệu tác động ở đầu vào là nhiễu xung đơn vị có ký hiệu là $\delta(t)$. Mối liên hệ giữa $1(t)$ và $\delta(t)$ là:

$\delta(t) = 1'(t)$. Vậy $L[\delta(t)] = 1$. Ta có:

$$L[k(t)] = W(p) \tag{2.14}$$

** Đường quá độ xung:*

Được ký hiệu là $K(t)$, là phản ứng của phần tử khi tín hiệu tác động ở đầu vào là nhiễu xung đơn vị có biên độ bằng A dạng $A.\delta(t)$. Theo tính chất của $\delta(t)$ ta có thể viết:

$$x(t) = x(t).\int_0^t \delta(t-\tau).d\tau = \int_0^t x(\tau)\delta(t-\tau).d\tau \tag{2.15}$$

trong đó: $x(\tau)$ là giá trị hàm $x(t)$ tại thời điểm $t = \tau$.

$\delta(t-\tau)$ là hàm xung đơn vị được phát tại thời điểm $t = \tau$.

Theo nguyên lý xếp chồng, ta có thể xác định đáp ứng $y(t)$ của phần tử:

$$y(t) = \int_0^t x(\tau)k(t-\tau).d\tau \tag{2.16}$$

2.3 ĐẶC TÍNH TẦN SỐ CỦA PHẦN TỬ

Đặc tính tần số của phần tử mô tả mối liên hệ giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào của phần tử ở trạng thái xác lập khi thay đổi tần số dao động điều hòa tác động ở đầu vào của phần tử.

Nếu ở đầu vào của phần tử cho tác động một dao động điều hòa dạng:

$$x(t) = A_v \sin(\omega t) \tag{2.17}$$

thì sau một thời gian quá độ, đầu ra của nó sẽ nhận được một dao động điều hòa có cùng tần số nhưng khác nhau về biên độ và pha:

$$y(t) = A_r \sin(\omega t + \varphi) \tag{2.18}$$

Nếu giữ $A_v = \text{const}$ và thay đổi ω thì A_r và φ sẽ thay đổi. Sự thay đổi của φ theo ω được gọi là đặc tính pha tần (PT), ký hiệu là $\varphi(\omega)$ còn sự thay đổi của $A(\omega) = A_r / A_v$ theo ω được gọi là đặc tính biên tần (BT).

Nếu đầu vào của phần tử chịu tác động của dao động điều hòa dạng tổng quát:

$$x(t) = A_v e^{j\omega t} \tag{2.19}$$

thì ở trạng thái xác lập, đầu ra của phần tử nhận được dao động dạng:

$$y(t) = A_r e^{j(\omega t + \varphi)} \tag{2.20}$$

Ta có:

$$\frac{d^n x(t)}{dt^n} = A_v\,(j\omega)^n\,.e^{j\omega t} \tag{2.21}$$

$$\frac{d^n y(t)}{dt^n} = A_r\,(j\omega)^n\,.e^{j\left[\omega t+\varphi(\omega)\right]} \tag{2.22}$$

Thay (2.21) và (2.22) và (2.5):

$$\left[a_0.(j\omega)^n + a_1.(j\omega)^{n-1} + ... + a_{n-1}.j\omega + a_n\right]A_r e^{j\left[\omega t+\varphi(\omega)\right]} = \left[b_0.(j\omega)^m + b_1.(j\omega)^{m-1} + ... + b_{m-1}.j\omega + b_m\right]A_v e^{j\omega} \tag{2.23}$$

Vậy:

$$W(j\omega) = \frac{A_r}{A_v}e^{j\varphi(\omega)} = \frac{b_0.(j\omega)^m + b_1.(j\omega)^{m-1} + ... + b_{m-1}.j\omega + b_m}{a_0.(j\omega)^n + a_1.(j\omega)^{n-1} + ... + a_{n-1}.j\omega + a_n} \tag{2.24}$$

(2.24) được gọi là *hàm truyền đạt tần số* của phần tử. Vậy *muốn tìm hàm truyền đạt tần số của phần tử, ta chỉ việc thay biến* $p = j\omega$ *vào hàm truyền đạt của nó.*

Tách riêng phần thực, phần ảo của tử số và mẫu số trong (2.24) ta được:

$$W(j\omega) = A(\omega).e^{j\varphi(\omega)} = \frac{R_1(\omega) + jI_1(\omega)}{R_2(\omega) + jI_2(\omega)} \tag{2.25}$$

trong đó: $A(\omega) = A_r / A_v$: đặc tính biên tần của phần tử

$R_1(\omega),\ R_2(\omega)$: đặc tính phần thực của tử số và mẫu số

$I_1(\omega),\ I_2(\omega)$: đặc tính phần ảo của tử số và mẫu số

Tách phần thực và phần ảo của biểu thức (2.25) ta được:

$$A(\omega).e^{j\varphi(\omega)} = \frac{R_1(\omega).R_2(\omega) + I_1(\omega).I_2(\omega)}{R_2^2(\omega) + I_2^2(\omega)} + j\frac{R_2(\omega).I_1(\omega) - R_1(\omega).I_2(\omega)}{R_2^2(\omega) + I_2^2(\omega)} \tag{2.26}$$

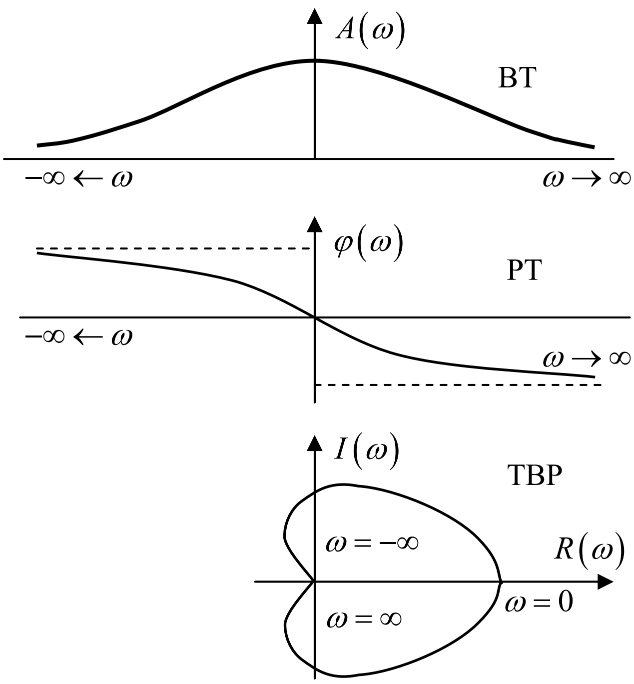
$$R(\omega) = \frac{R_1(\omega).R_2(\omega) + I_1(\omega).I_2(\omega)}{R_2^2(\omega) + I_2^2(\omega)} \tag{2.27}$$

được gọi là đặc tính phần thực của phần tử

$$I(\omega) = \frac{R_2(\omega).I_1(\omega) - R_1(\omega).I_2(\omega)}{R_2^2(\omega) + I_2^2(\omega)} \tag{2.28}$$

được gọi là đặc tính phần ảo của phần tử

$R(\omega)$ là hàm chẵn, nghĩa là $R(\omega) = R(-\omega)$, còn đặc tính phần ảo là hàm lẻ, nghĩa là $I(\omega) = -I(-\omega)$.



Hình 2.3 Các đặc tính tần số của phần tử

Đặc tính biên tần của phần tử được xác định theo biểu thức:

$$A(\omega) = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)} \tag{2.29}$$

và đặc tính pha tần của phần tử được xác định theo biểu thức:

$$\varphi(\omega) = \text{arctg}\frac{I(\omega)}{R(\omega)} \tag{2.30}$$

Cho ω thay đổi từ $-\infty$ đến ∞, ta sẽ xây dựng được các đặc tính BT, PT. Đồng thời, trong hệ tọa độ $R(\omega)$ và $I(\omega)$ sẽ xây dựng được đường đặc tính gọi là đặc tính tần biên pha (TBP) và đường đặc tính này đối xứng qua trục thực. Vì vậy, khi xây dựng các đặc tính BT, PT, TBP, ta chỉ xét ω thay đổi từ 0 đến ∞. Hình 2.3 là một ví dụ về xây dựng đặc tính tần số của phần tử.

Đặc tính tần số còn được biểu diễn dưới dạng đặc tính tần số logarithm:

Lấy logarithm hai vế của (2.25) ta có:

$$\ln W(j\omega) = \ln A(\omega) + j\varphi(\omega)$$

Hàm số $\ln A(\omega)$ được gọi là đặc tính biên tần logarithm (BTL) và $\varphi(\omega)$ được gọi là đặc tính pha tần logarithm (PTL) của phần tử.

Đặc tính BTL thường được đo bằng decibel (dB). Khi tính theo decibel, đặc tính BTL được xác định theo công thức:

$$L(\omega) = 20\lg A(\omega) \tag{2.31}$$

Đặc tính PTL được tính theo đơn vị độ. Khi xây dựng các đặc tính logarithm, để thuận tiện, lấy trục hoành theo logarithm của tần số ($\lg\omega$) và đơn vị tính của nó là decade (dec). 1 dec ứng với tần số tăng 10 lần.

2.4 CÁC KHÂU ĐỘNG HỌC CƠ BẢN

Một hệ thống gồm các phần tử nối tiếp với nhau theo các phương thức chung như nối tiếp, song song, hồi tiếp. Tính chất của quá trình quá độ toàn hệ thống phụ thuộc vào tính chất động học của các phần tử hợp thành. Các phần tử hợp thành đó thường được phân tích thành những khâu cơ bản.

Các khâu động học cơ bản là các phần tử của hệ thống ĐKTĐ có các tính chất sau:

- Chỉ có một tín hiệu vào và một tín hiệu ra
- Tín hiệu chỉ truyền đi một chiều, nghĩa là khi có tín hiệu vào thì có tín hiệu ra nhưng tín hiệu ra không ảnh hưởng đến tín hiệu vào.
- Quá trình động học của phần tử được biểu diễn bằng phương trình vi phân không quá bậc hai.

2.4.1 Các khâu nguyên hàm

2.4.1.1 Khâu khuếch đại

* Phương trình vi phân:

$$y = k.x \tag{2.32}$$

trong đó k là hệ số khuếch đại.

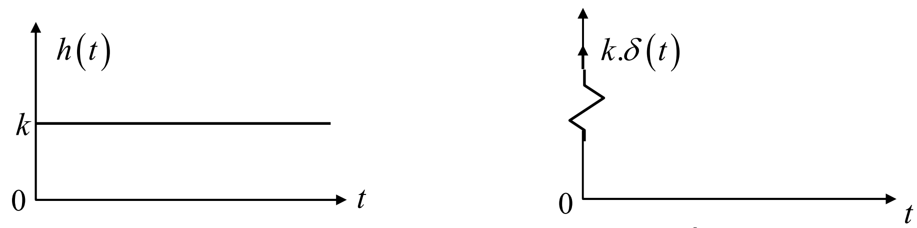
Các phần tử có hàm truyền đạt là khâu khuếch đại: các phần tử đo lường (sensor, biến trở, bộ phát tín hiệu cảm ứng…), phần tử khuếch đại (bộ khuếch đại điện tử, bán dẫn, ion…).

* Hàm truyền đạt của khâu: $W(p) = k$

* Các đặc tính thời gian:

- Hàm quá độ: $h(t) = k.1(t)$
- Hàm trọng lượng: $k(t) = k.\delta(t)$

Các đặc tính thời gian được mô tả trên hình 2.4.

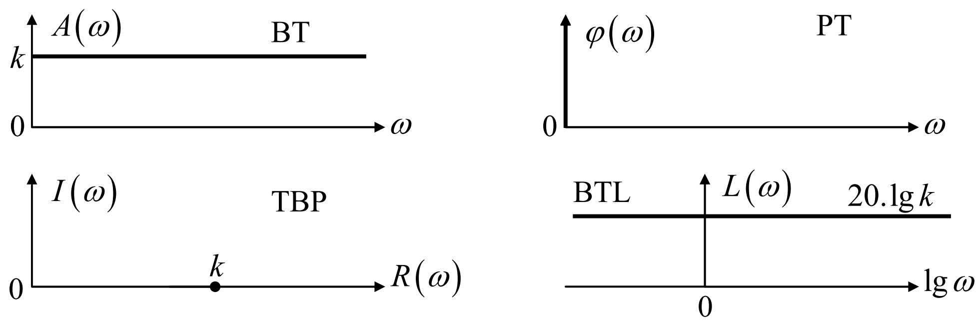


Hình 2.4. Các đặc tính thời gian của khâu khuếch đại

* Các đặc tính tần số:

- Hàm truyền tần số: $W(j\omega) = k$
- Đặc tính BT: $A(\omega) = k$
- Đặc tính PT: $\varphi(\omega) = 0$
- Đặc tính BTL: $L(\omega) = 20.\lg k$

Các đặc tính tần số được mô tả trên hình 2.5.



Hình 2.5 Các đặc tính tần số của khâu khuếch đại

Nhận xét: Khâu khuyếch đại chỉ làm khuyếch đại tín hiệu lên k lần, tín hiệu vào và ra của khâu khuyếch đại là cùng pha với nhau.

2.4.1.2 Khâu quán tính bậc nhất

* Phương trình vi phân: $T.\dfrac{dy}{dt} + y = kx$

trong đó k là hệ số truyền và T là hằng số thời gian của khâu.

Các phần tử thuộc khâu quán tính bậc nhất: khuếch đại từ, máy phát điện một chiều, mạch điện R-C, L-R, lò điện trở, động cơ điện không đồng bộ hai pha và ba pha nếu lượng ra là tốc độ quay

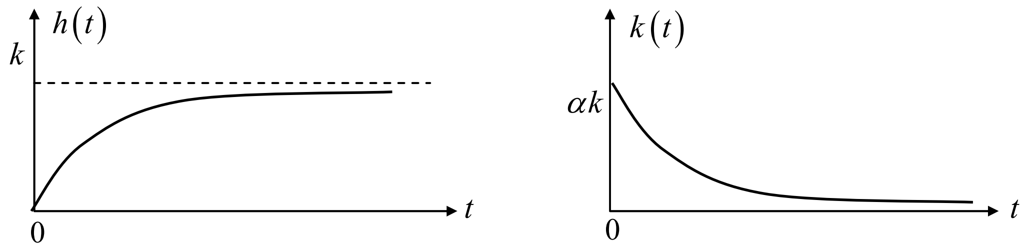
* Hàm truyền đạt của khâu: $W(p) = \dfrac{k}{Tp+1}$

* Các đặc tính thời gian:

- Hàm quá độ: Hàm $h(t)$ nhận được do giải PTVP $T\dfrac{dh(t)}{dt} + h(t) = k$ với điều kiện $h(0) = 0$ và $h(\infty) = k$, ta được:

$$h(t) = k\left(1 - e^{-\alpha t}\right) \text{ với } \alpha = 1/T$$

- Hàm trọng lượng: $k(t) = h'(t) = \alpha.k.e^{-\alpha t}$



Hình 2.6 Đặc tính thời gian của khâu quán tính bậc 1

* Các đặc tính tần số:

- Hàm truyền tần số:

$$W(j\omega)=\frac{k}{Tj\omega+1}=\frac{k}{(T\omega)^2+1}-j\frac{kT\omega}{(T\omega)^2+1}=R(\omega)+jI(\omega)$$

- Đặc tính BT: $A(\omega)=\sqrt{R^2(\omega)+I^2(\omega)}=\frac{k}{\sqrt{(T\omega)^2+1}}$

- Đặc tính PT: $\varphi(\omega)=\operatorname{arctg}\frac{I(\omega)}{R(\omega)}=-\operatorname{arctg}(T\omega)$

- Đặc tính TBP: Từ mối liên hệ $A^2(\omega)=R^2(\omega)+I^2(\omega)$, qua một số phép biến đổi ta tìm được:

$$\left(R(\omega)-\frac{k}{2}\right)^2+I^2(\omega)=\left(\frac{k}{2}\right)^2$$

Đây chính là phương trình đường tròn có tâm $(k/2;\,0)$ và bán kính bằng $k/2$. Nếu lấy ω thay đổi từ 0 đến ∞ nó là nửa đường tròn nằm ở góc phần tư thứ IV.

- Đặc tính BTL:

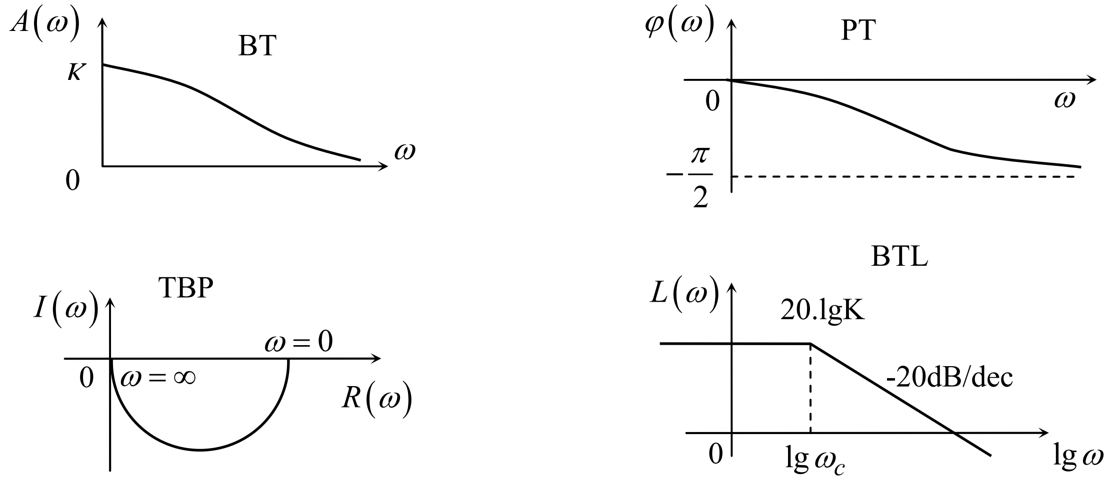
$$L(\omega)=20.\lg A(\omega)=20.\lg k-20.\lg\sqrt{(T\omega)^2+1}$$

Vẽ chính xác thì $L(\omega)$ là một đường cong nhưng ta có thể vẽ gần đúng bằng cách tuyến tính hóa từng đoạn:

+ Khi $\omega<<1/T$, $L(\omega)\approx 20.\lg k$

+ Khi $\omega>>1/T$, $L(\omega)\approx 20.\lg k-20.\lg T-20.\lg\omega$

Đặt $\omega_c=1/T$, được gọi là tần số cắt, ta có đặc tính tần số của khâu quán tính bậc 1 như hình 2.7.



Hình 2.7 Đặc tính tần số của khâu quán tính bậc 1.

Nhận xét:

+ Hàm quá độ h(t) của khâu quán tính bậc 1 cho ta thấy, khâu quán tính bậc 1 không đạt ngay giá trị k mà tiến từ từ đến giá trị k theo quy luật hàm mũ (vì thế khâu quán tính bậc 1 còn được gọi là khâu phi chu kỳ). Như vậy, quá trình tích luỹ năng lượng và giải phóng năng lượng không xảy ra đồng thời, gây ra hiện tượng quán tính.

+ Hàm trọng lượng k(t) của khâu quán tính bậc 1 cho ta thấy, khi hàm quá độ h(t) đạt giá trị xác lập hàm trọng lượng k(t) sẽ giảm về 0, có nghĩa là lúc này khâu quán tính bậc 1 được giải phóng sức ì quán tính.

+ Đặc tính BT A(ω) cho ta thấy, khâu quán tính bậc 1 không làm việc được với tín hiệu cao tần (đặc tính A(ω) giống như bộ lọc thông thấp)

+ Đặc tính PT $\varphi(\omega)$ cho ta thấy tín hiệu ra của khâu quán tính bậc 1 luôn chậm pha so với tín hiệu vào một góc từ 0 đến π/2, nghĩa là khâu quán tính bậc 1 có tác động chậm.

2.4.1.3 Khâu bậc hai (khâu dao động)

* Phương trình vi phân:

$$T^2.\frac{d^2y}{dt^2}+2.\xi.T.\frac{dy}{dt}+y=k.x \qquad (2.33)$$

trong đó: T : hằng số

k : hệ số truyền

ξ : hệ số $(\xi<1)$

Các phần tử thuộc khâu dao động: mạch điện R-L-C, động cơ điện một chiều kích từ độc lập lượng vào là điện áp phần ứng, lượng ra là tốc độ quay; hệ cơ học đàn hồi; con quay hồi chuyển trong bộ phận lái máy bay…

* Hàm truyền đạt của khâu:

Chuyển PTVP sang dạng toán tử p , ta được:

$$\left(T^2.p^2 + 2.\xi.T.p + 1\right).Y(p) = k.X(p) \tag{2.34}$$

Vậy hàm truyền đạt là:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{k}{T^2.p^2 + 2.\xi.T.p + 1} \tag{2.35}$$

* Các đặc tính thời gian:

- Hàm quá độ:

Phương trình đặc trưng của khâu dao động:

$$T^2.p^2 + 2.\xi.T.p + 1 = 0 \tag{2.36}$$

Phương trình có hai nghiệm phức liên hợp là: $p_{1,2} = -\frac{\xi}{T} \pm j\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T} = -\alpha \pm j\beta$

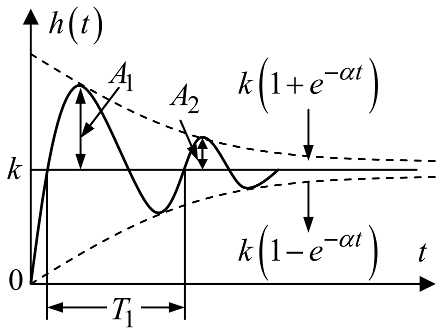
$$\begin{aligned} h(t) &= L^{-1}\left\{\frac{k}{T^2.p^2 + 2.\xi.T.p + 1}.\frac{1}{p}\right\} \\ &= k.1(t).\left[1 - e^{-\alpha t}\left(\cos\beta t + \frac{\alpha}{\beta}\sin\beta t\right)\right] \end{aligned} \tag{2.37}$$

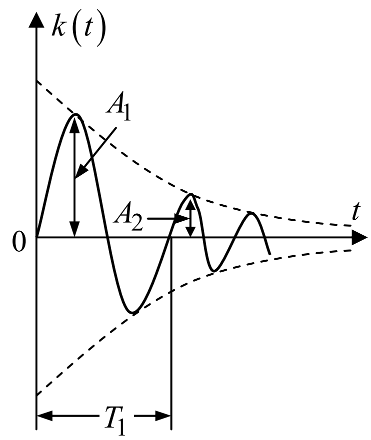
trong đó: $\alpha = \xi.\omega_0$; $\beta = \sqrt{1-\xi^2.\omega_0}$; $\omega_0 = \frac{1}{T}$

- Hàm trọng lượng:

$$\omega(t) = \frac{dh(t)}{dt} = \frac{k.\omega_0^2}{\beta}.1(t).e^{-\alpha t}.\sin\beta t \tag{2.38}$$

Hình 2.8 mô tả các đặc tính thời gian của khâu dao động.





Hình 2.8 Các đặc tính thời gian của khâu dao động

Từ đồ thị của $h(t)$ ta xác định được các tham số: k, A_1, A_2 và T. Từ đó tính ra:

$$\begin{cases} \alpha = \dfrac{2\pi}{T_1} \\ \beta = \dfrac{1}{T_1}.\ln\dfrac{A_1}{A_2} \\ \omega_0 = \sqrt{\alpha^2+\beta^2} = \dfrac{1}{T} \\ \xi = \alpha.T \end{cases} \quad (2.39)$$

* Đặc tính tần số:

- Hàm truyền tần số:

$$W(j\omega) = \frac{k}{-T^2.\omega^2 + 2\xi.T.j\omega + 1} \quad (2.40)$$

- Đặc tính BT:

$$A(\omega) = \frac{k}{\sqrt{\left(1-\omega^2.T^2\right)^2 + 4.\xi^2.\omega^2.T^2}} \quad (2.41)$$

- Đặc tính PT:

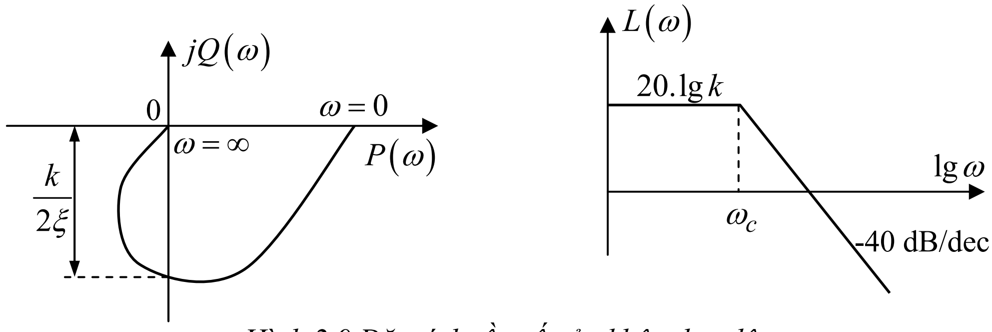
mn

$$\varphi(\omega) = -\text{arctg}\frac{2.\xi.\omega.T}{1-\omega^2.T^2} \quad (2.42)$$

- Đặc tính BTL:

$$L(\omega) = 20.\lg A(\omega) = 20.\lg k = 20.\lg\sqrt{\left(1-\omega^2.T^2\right)^2 + 4.\xi^2.\omega^2.T^2} \quad (2.43)$$

Hình 2.9 mô tả các đặc tính tần số của khâu dao động.



Hình 2.9 Đặc tính tần số của khâu dao động

Nhận xét:

\+ Hàm quá độ h(t) của khâu quán tính bậc 1 cho ta thấy, khâu quán tính bậc 1 không đạt ngay giá trị k mà dao động tiến đến giá trị k. Muốn hệ dao động, trong hệ phải có bộ tích động năng và một bộ tích thế năng, ví dụ trong mạch R-L-C thì C tích thế năng còn L tích động năng.

\+ Hàm trọng lượng k(t) của khâu dao động cho ta thấy, khi hàm quá độ h(t) đạt giá trị xác lập hàm trọng lượng k(t) sẽ giảm về 0, có nghĩa là lúc này khâu dao động được giải phóng sức ì quán tính.

+ Đặc tính BT A(ω) cho ta thấy, khâu dao động cũng không làm việc được với tín hiệu cao tần và đạt giá trị $A_{max}(\omega)$ tại ω

+ Đặc tính PT $\varphi(\omega)$ cho ta thấy tín hiệu ra của khâu dao động cũng luôn chậm pha so với tín hiệu vào tức là khâu dao động có độ tác động chậm.

2.4.2 Khâu tích phân (khâu phi tĩnh)

* Phương trình vi phân: $y = k\int x.dt$

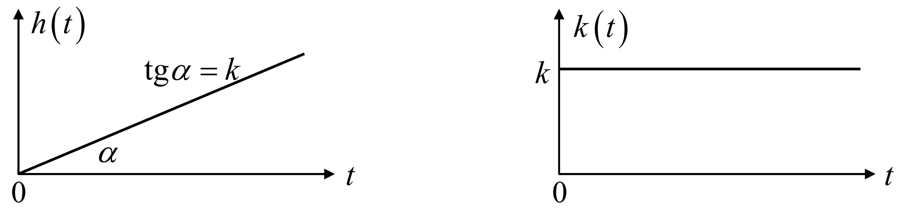
trong đó $T = 1/k$ là hằng số thời gian tích phân

* Hàm truyền đạt của khâu: $W(p) = \dfrac{1}{Tp}$

* Các đặc tính thời gian:

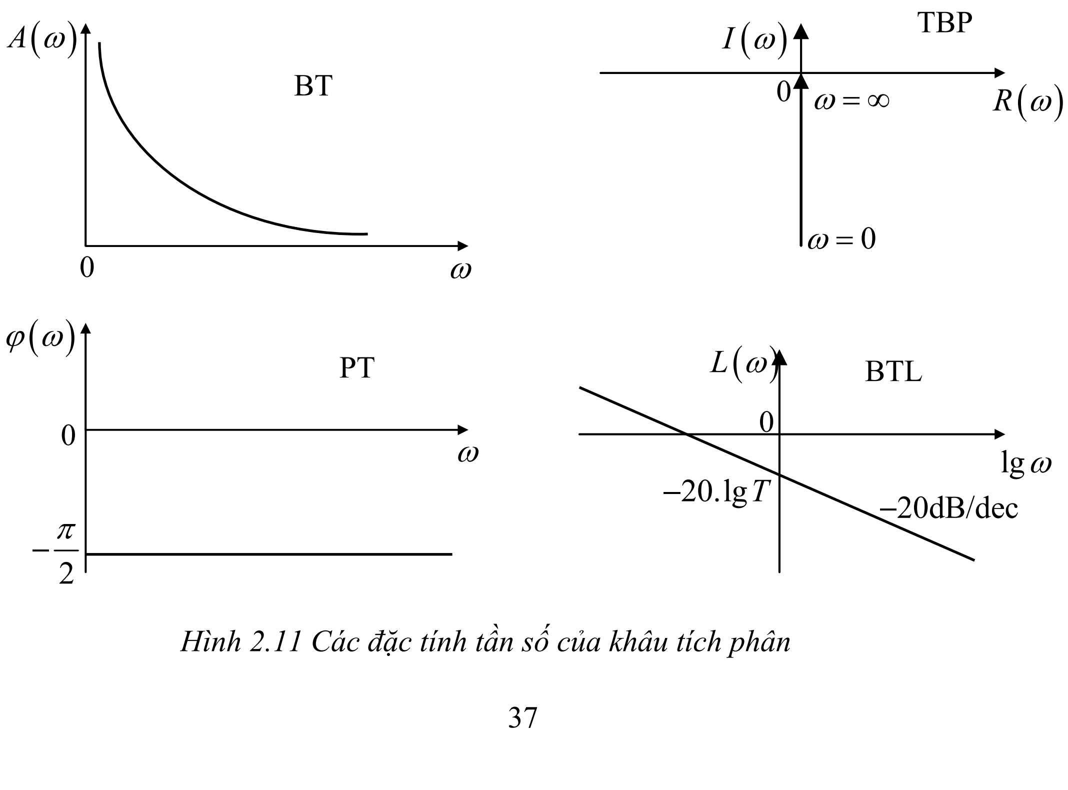
- Hàm quá độ: $h(t) = k.\int 1(t).dt = kt$
- Hàm trọng lượng: $k(t) = h'(t) = k$

Hình 2.10 mô tả các đặc tính thời gian của khâu tích phân.



Hình 2.10 Các đặc tính thời gian của khâu tích phân

* Các đặc tính tần số:



Hình 2.11 Các đặc tính tần số của khâu tích phân

- Hàm truyền tần số: $W(j\omega) = \dfrac{1}{T.j\omega} = -j\dfrac{1}{T\omega}$

- Đặc tính BT: $A(\omega) = \dfrac{1}{T\omega}$

- Đặc tính PT: $\varphi(\omega) = -\pi/2$

- Đặc tính BTL: $L(\omega) = 20.\lg A(\omega) = -20.\lg T\omega$

Hình 2.11 mô tả các đặc tính tần số của khâu tích phân.

Nhận xét:

+ Hàm quá độ h(t), hàm trọng lượng k(t) của hệ thống của tích phân cho ta thấy, khâu tích phân có tính chất có nhớ. Nghĩa là, khâu tích phân sẽ giữ nguyên trạng thái tại thời điểm dừng tác động đầu vào.

+ Đặc tính PT của khâu tích phân bậc n là tín hiệu ra luôn chậm pha so với tín hiệu vào một góc bằng $\pi/2$.

2.4.3 Khâu vi phân

* Phương trình vi phân: $y = T\dfrac{dx}{dt}$

trong đó T là hằng số thời gian vi phân

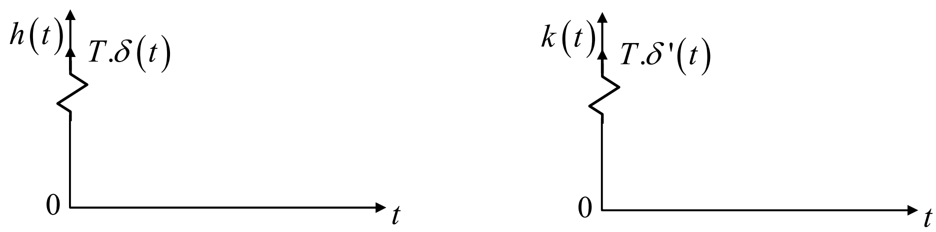
* Hàm truyền đạt của khâu: $W(p) = Tp$

* Các đặc tính thời gian:

- Hàm quá độ: $h(t) = T.1'(t) = T.\delta(t)$

- Hàm trọng lượng: $k(t) = h'(t) = T.\delta'(t)$

Hình 2.12 mô tả các đặc tính thời gian của khâu vi phân.



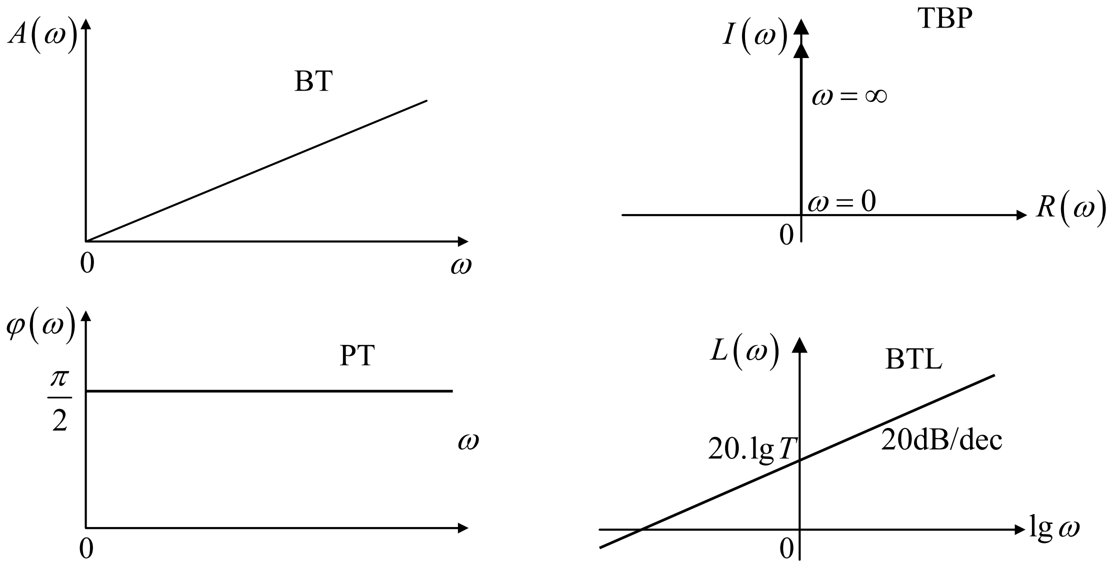
Hình 2.12. Các đặc tính thời gian của khâu vi phân

* Các đặc tính tần số:

- Hàm truyền tần số: $W(j\omega) = T.j\omega$

- Đặc tính BT: $A(\omega) = T\omega$
- Đặc tính PT: $\varphi(\omega) = \pi/2$
- Đặc tính BTL: $L(\omega) = 20.\lg A(\omega) = 20.\lg T\omega$

Hình 2.13 mô tả các đặc tính tần số của khâu vi phân.



Hình 2.13 Các đặc tính tần số của khâu vi phân

Nhận xét:

+ Các đặc tính quá độ h(t) và trọng lượng k(t) của khâu vi phân cho thấy khâu vi phân có xu hướng mất ổn định.

+ Khâu vi phân có tín hiệu ra của khâu vi phân luôn sớm pha hơn tín hiệu vào một góc bằng $\pi/2$, đây là đặc tính nổi bật của khâu vi phân khiến cho hệ thống tác động nhanh.

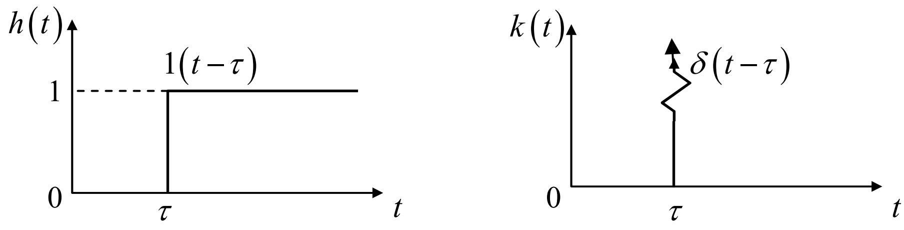
2.4.4 Khâu trễ

* Phương trình vi phân: $y(t) = x(t-\tau)$

* Các đặc tính thời gian:

- Hàm quá độ: $h(t) = 1(t-\tau)$
- Hàm trọng lượng: $k(t) = h'(t) = \delta(t-\tau)$

Hình 2.14 mô tả các đặc tính thời gian của khâu trễ.

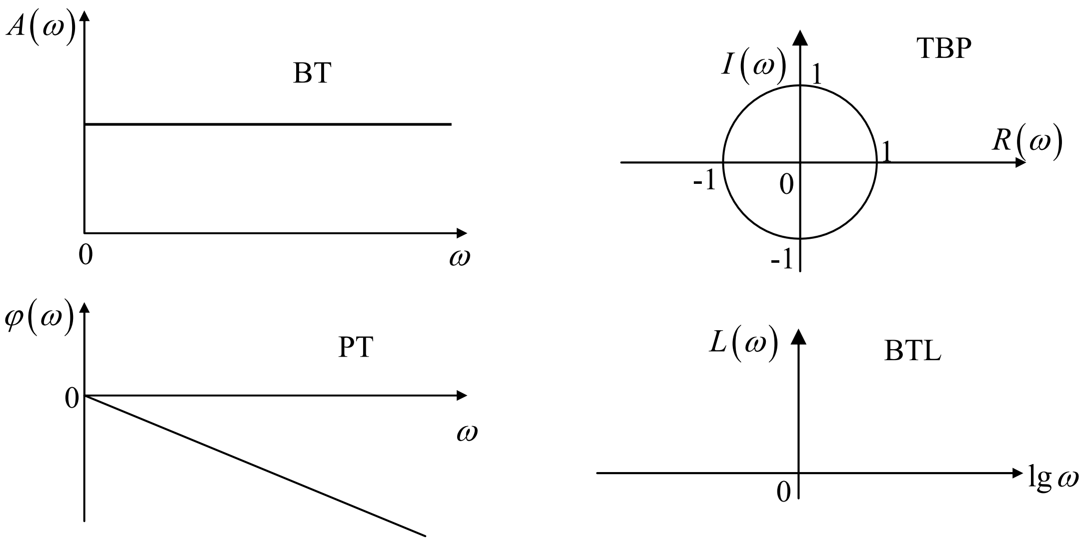


Hình 2.14. Các đặc tính thời gian của khâu trễ

* Các đặc tính tần số

Nếu tín hiệu vào có dạng: $x(t) = A.e^{j\omega t}$ thì tín hiệu ra sẽ có dạng $y(t) = A.e^{j\omega(t-\tau)}$

- Hàm truyền tần số: $W(j\omega) = e^{-j.\omega\tau}$
- Đặc tính BT: $A(\omega) = 1$
- Đặc tính PT: $\varphi(\omega) = -\omega\tau$
- Đặc tính BTL: $L(\omega) = 20.\lg A(\omega) = 0$
- Hình 2.15 mô tả các đặc tính tần số của khâu tích phân.
-



Hình 2.15 Các đặc tính tần số của khâu trễ

Nhận xét:

+ Ta thấy rằng khâu trễ không làm biến đổi hình trạng tín hiệu nhưng khâu trễ luôn có tín hiệu ra chậm pha so với tín hiệu vào.

TỔNG KẾT CÁC KHÂU ĐỘNG HỌC CƠ BẢN.

Sau khi đã nghiên cứu các khâu cơ bản trên ta thấy rằng:

+ Khâu khuếch đại, khâu quán tính bậc 1, khâu dao động luôn đưa hệ thống đến giá trị k ở trạng thái xác lập.

+ Khâu khuyếch đại có tín hiệu ra trùng pha tín hiệu vào. Khâu tích phân, khâu quán tính bậc 1, khâu dao động, khâu trễ là các khâu có tín hiệu ra chậm pha hơn so với tín hiệu vào. Chỉ có duy nhất khâu vi phân là tín hiệu ra nhanh pha hơn so với tín hiệu vào. Chính vì đặc điểm này nên khâu vi phân thường dùng cho các cơ cấu yêu cầu tác động nhanh.

+ Các đặc tính biên độ tần số logarith BTL có những đặc điểm theo bậc n của PTĐT như sau:

n = 0 độ dốc 0db/dec

n = 1 độ dốc ±20 db/dec

n = 2 độ dốc ±40 db/dec

Dấu + cho biết tín hiệu ra nhanh pha hơn so với tín hiệu vào.

Dấu - cho biết tín hiệu ra chậm pha hơn so với tín hiệu vào.

TÓM TẮT NỘI DUNG HỌC TẬP CHƯƠNG 2

Các vấn đề cần quan tâm ở chương này bao gồm:

+ Các đặc tính thời gian của phần tử

+ Các đặc tính tần số của phần tử

+ Các khâu động học cơ bản:

- Khâu khuyếch đại.
- Khâu quán tính bậc 1.
- Khâu dao động.
- Khâu tích phân.
- Khâu vi phân.
- Khâu trễ.

BÀI TẬP

Bài 1.

Hàm quá độ của một khâu là đáp ứng của khâu đó khi tín hiệu vào là nhiễu có dạng:

a. $\delta(t)$

b. $A.\delta(t)$

c. $1(t)$

d. $A.1(t)$

Bài 2.

Hàm trọng lượng của một khâu là đáp ứng của khâu đó khi tín hiệu vào là nhiễu có dạng:

a. $\delta(t)$

b. $A.\delta(t)$

c. $1(t)$

d. $A.1(t)$

Bài 3.

Khi xét các đặc tính tần số của một khâu, ta cần xét các đặc tính nào?

a. BT, PT

b. TBP

c. BTL

d. Cả bốn đặc tính trên

Bài 4.

Nêu các đặc điểm của các khâu động học cơ bản?

Bài 5.

Sự khác nhau cơ bản giữa khâu tích phân và khâu vi phân?

Bài 6.

Tại sao khi xây dựng các đặc tính tần số, ta chỉ cần xét sự thay đổi của ω từ 0 đến ∞.

Bài 7.

Muốn tìm hàm truyền đạt tần số của một khâu hay một hệ thống, ta thay p bằng gì vào hàm truyền đạt của nó?

a. $p=\omega$

b. $p=-\omega$

c. $p=j\omega$

d. $p=-j\omega$

Bài 8.

Tại sao đặc tính TBP của khâu trễ lại là đường tròn có bán kính bằng 1?

Bài 9.

Nếu hàm truyền đạt của phần tử được biểu diễn dưới dạng: $W(j\omega)=R(\omega)+jI(\omega)$ thì đặc tính biên tần của phần tử được xác định theo công thức nào sau đây?

a. $A(\omega)=\sqrt{R^2(\omega)-I^2(\omega)}$

b. $A(\omega)=\sqrt{R(\omega)+I(\omega)}$

c. $A(\omega)=\sqrt{R^2(\omega)+I^2(\omega)}$

d. $A(\omega)=\sqrt{R(\omega)-I(\omega)}$

Bài 10.

Trong khâu khuếch đại, mối quan hệ về pha giữa tín hiệu vào và tín hiệu ra là?

a. Tín hiệu vào chậm pha hơn so với tín hiệu ra một góc là $\pi/2$

b. Hai tín hiệu vào và ra là đồng pha với nhau

c. Tín hiệu vào sớm pha hơn so với tín hiệu ra

d. Tín hiệu vào sớm pha hơn so với tín hiệu ra một góc là π

Bài 11.

Nếu $R(\omega)$ là hàm chẵn và $I(\omega)$ là hàm lẻ thì $\varphi(\omega)$ là hàm chẵn?

a. Đúng

b. Sai

Bài 12.

Cho hệ thống có hàm truyền đạt hở dạng:

$$W_h(p)=\frac{10p+4}{8p^3+5p^2}$$

Cho biết hệ hở gồm những khâu cơ bản nào?

CHƯƠNG III. KHẢO SÁT TÍNH ỔN ĐỊNH CỦA HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG LIÊN TỤC

NỘI DUNG

3.1 GIỚI THIỆU CHUNG

Chương 1 và 2 đã trình bày mô tả toán học và các đặc tính của hệ thống ĐKTĐ liên tục. Trong chương này sẽ sử dụng kiến thức trong hai chương trước để giải quyết nhiệm vụ đầu tiên khi phân tích hệ thống ĐKTĐ, đó là tính ổn định của nó. Hệ thống muốn sử dụng được thì trước hết nó phải ổn định.

Hệ thống ĐKTĐ được gọi là ổn định nếu sau khi bị phá vỡ trạng thái cân bằng do tác động của nhiễu, nó sẽ tự điều chỉnh để trở lại trạng thái cân bằng. Nếu nó không trở lại trạng thái cân bằng mà tín hiệu ra tiến tới vô cùng thì hệ thống sẽ không ổn định. Trạng thái trung gian giữa ổn định và không ổn định được gọi là biên giới ổn định, khi đó tín hiệu ra của hệ thống dao động với biên độ không đổi.

Trong chương này sẽ trình bày điều kiện để một hệ thống ĐKTĐ ổn định; các tiêu chuẩn đại số và tần số thường dùng để xét tính ổn định của hệ thống có thông số bất biến; phương pháp quỹ đạo nghiệm số dùng để xét tính ổn định cho hệ thống có thông số bất biến và khái niệm độ dự trữ ổn định của hệ thống.

3.2 ĐIỀU KIỆN ỔN ĐỊNH CỦA HỆ THỐNG

Vậy điều kiện ổn định của hệ thống là $\lim_{t\to\infty} e(t) \to 0$ (hoặc một giá trị cố định) .

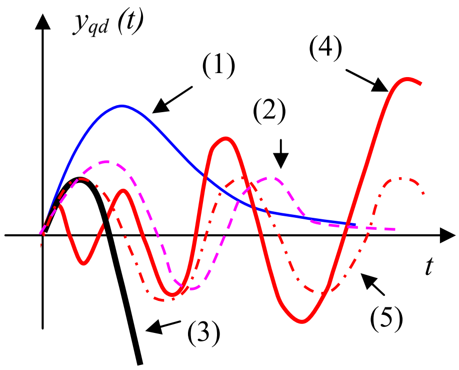
Hệ thống sẽ không ổn định nếu $\lim_{t\to\infty} e(t) \to \infty$.

Hệ thống sẽ ở biên giới ổn định nếu $\lim_{t\to\infty} e(t) \to$ dao động có biên độ không đổi.

Khảo sát tính ổn định của hệ thống chính là khảo sát hệ thống ở 2 quá trình: quá độ và xác lập. Ta thấy rằng ở quá trình xác lập, hệ thống luôn ổn định.

Xét sự ổn định của hệ thống chủ yếu là khảo sát hệ thống ở quá trình quá độ.

Một hệ thống tuyến tính liên tục được gọi là ổn định nếu quá trình quá độ của nó tắt dần theo thời gian, không ổn định nếu quá trình quá độ của nó tăng dần theo thời gian và ở biên giới ổn định nếu quá trình quá độ của nó dao động với biên độ không đổi hoặc bằng hằng số. Hình 3.1 mô tả 5 trạng thái quá độ của hệ thống ĐKTĐ.



(1): Hệ thống ổn định và không dao động.

(2): Hệ thống ổn định và dao động.

(3): Hệ thống không ổn định và không dao động.

(4): Hệ thống không ổn định và dao động.

(5): Hệ thống dao động với biên độ không đổi (biên giới ổn định).

Hình 3.1

Để biết hệ thống ĐKTĐ có ổn định hay không, ta phải giải PTVP mô tả quá trình động học của nó. Dạng tổng quát:

$$a_0\frac{d^ny}{dt^n}+a_1\frac{d^{n-1}y}{dt^{n-1}}+\ldots+a_{n-1}\frac{dy}{dt}+a_ny=b_0\frac{d^mu}{dt^n}+b_1\frac{d^{m-1}y}{dt^{n-1}}+\ldots+b_{m-1}\frac{du}{dt}+b_mu \tag{3.1}$$

Nghiệm của PTVP này gồm hai phần: $y(t)=y_{qd}(t)+y_0(t)$

Với: $y_{qd}(t)$ là nghiệm tổng quát của (3.1), đặc trưng cho quá trình quá độ

$y_0(t)$ là nghiệm riêng của (3.1), đặc trưng cho quá trình xác lập.

$y_{qd}(t)$ có được bằng cách giải PTVP đồng nhất:

$$a_0\frac{d^ny}{dt^n}+a_1\frac{d^{n-1}y}{dt^{n-1}}+\ldots+a_{n-1}\frac{dy}{dt}+a_ny=0 \tag{3.2}$$

Nghiệm riêng phụ thuộc tác động đầu vào, nếu tác động đầu vào cố định thì $y_0(t)$ cũng cố định, như vậy nó không ảnh hưởng đến tính ổn định của hệ thống.

Tính ổn định của hệ thống được phản ánh qua nghiệm tổng quát, nghiệm này hoàn toàn không chịu ảnh hưởng của tác động bên ngoài, vậy tính ổn định là tính chất bên trong của hệ thống, là bản chất của hệ thống.

Để xác định $y_{qd}(t)$ ta phải tìm nghiệm của PTĐT:

$$a_0p^n+a_1p^{n-1}+\ldots+a_{n-1}p+a_n=0 \tag{3.3}$$

Nghiệm tổng quát của $y_{qd}(t)$ là:

$$y_{qd}(t)=\sum_{i=1}^{n}c_ie^{p_it} \tag{3.4}$$

trong đó c_i là các hằng số. Nghiệm p_i có thể tồn tại một trong các dạng sau:

+ Nghiệm thực: $p_i = \alpha_i$

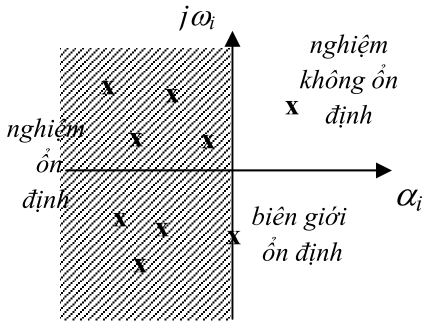
+ Nghiệm phức: $p_i = \alpha_i \pm j\omega_i$

+ Nghiệm thuần ảo: $p_i = j\omega_i$

*Ảnh hưởng của các loại nghiệm đến tính chất của hệ thống:

Khi nghiệm của PTĐT là nghiệm thực (hệ không dao động):

$$\lim_{t\to\infty} e^{\alpha_i t} \begin{cases} \to 0 & \text{khi} \quad \alpha_i < 0 \\ \to \infty & \text{khi} \quad \alpha_i > 0 \end{cases}$$



Hình 3.2. Phân vùng trên mặt phẳng phân bố nghiệm số

Còn khi nó là nghiệm phức (hệ dao động):

$$\lim_{t\to\infty} e^{(\alpha_i + j\omega_i)t} \begin{cases} \to 0 & \text{khi} \quad \alpha_i < 0 \\ \to \infty & \text{khi} \quad \alpha_i > 0 \end{cases}$$

Nếu là nghiệm thuần ảo thì:

$\lim_{t\to\infty} e^{\omega_i t} \to$ dao động với biên độ không đổi.

Như vậy:

- hệ thống ĐKTĐ ổn định ($\lim y_{qd} \to 0$ khi $t \to \infty$) nếu tất cả các nghiệm của PTĐT có phần thực âm (các nghiệm nằm ở nửa bên trái mặt phẳng phức).

- hệ thống ĐKTĐ không ổn định ($\lim y_{qd} \to \infty$ khi $t \to \infty$) nếu PTĐT chỉ cần có một nghiệm có phần thực dương (nghiệm nằm ở nửa bên phải mặt phẳng phức).

- hệ thống ĐKTĐ sẽ nằm ở biên giới ổn định nếu PTĐT chỉ cần có 1 nghiệm có phần thực = 0 và các nghiệm còn lại có phần thực <0 (có 1 nghiệm nằm trên trục ảo, các nghiệm còn lại nằm trên mặt trái mặt phẳng phức).

3.3 CÁC TIÊU CHUẨN ỔN ĐỊNH ĐẠI SỐ

Khi không thể xác định được nghiệm số của PTĐT để xét tính ổn định của hệ thống theo phương pháp trên, người ta dùng các tiêu chuẩn ổn định đại số và tần số.

3.3.1 Điều kiện cần.

Điều kiện cần thiết để một hệ thống điều khiển tuyến tính ổn định là các hệ số của phương trình đặc trưng dương. Khi không tồn tại điều kiện cần thì hệ thống được liệt vào loại có cấu trúc không ổn định, và lúc đó ta phải thay đổi cấu trúc của nó.

Ví dụ 3.1 : Hệ thống ĐKTĐ có phương trình đặc trưng:

$$0.2p^3 + 3p^2 + 0.1p + 5 = 0$$

có các hệ số $a_i > 0$ nên hệ có thể ổn định. (Muốn biết hệ có ổn định hay không thì cần phải xét cả điều kiện đủ).

3.3.2 Tiêu chuẩn Routh (1875).

** Phát biểu: Điều kiện cần và đủ để hệ thống tuyến tính ổn định là tất cả các số hạng trong cột thứ nhất của bảng Routh dương.*

** Bảng Routh*:

Giả sử hệ thống có phương trình đặc trưng bậc n :

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \ldots + a_{n-1} p + a_n = 0 \qquad (3.5)$$

Sắp xếp các hàng của bảng Routh:

a_0	a_2	a_4	a_6	...
a_1	a_3	a_5	a_7	...
b_0	b_2	b_4	b_6	...
b_1	b_3	b_5	b_7	...
...	...	...	...	
z_0				
z_1				

Cách tính các hệ số của bảng Routh:

$$b_0 = -\begin{vmatrix} a_0 & a_2 \\ a_1 & a_3 \end{vmatrix}, \quad b_2 = -\begin{vmatrix} a_0 & a_4 \\ a_1 & a_5 \end{vmatrix}$$

$$b_1 = -\begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ b_0 & b_2 \end{vmatrix}, \quad b_3 = -\begin{vmatrix} a_1 & a_5 \\ b_0 & 0 \end{vmatrix}$$

** Cách lập bảng*:

+ Dòng đầu tiên của bảng Routh ghi các số hạng có chỉ số chẵn, dòng thứ hai ghi các số hạng có chỉ số lẻ.

+ Mỗi số hạng trong một hàng của bảng Routh là một số âm có giá trị là một định thức bậc hai với cột thứ nhất là cột thứ nhất của hai hàng ngay sát trên hàng có số hạng đang tính; cột thứ hai là hai hàng ngay sát trên và nằm bên phải hàng có số hạng đang tính.

+ Bảng Routh sẽ kết thúc khi nào dòng cuối cùng chỉ còn một số hạng.

** Tính chất của bảng Routh*:

- Có thể nhân hoặc chia các số hạng trên cùng một hàng của bảng Routh với một số dương thì kết quả tính toán vẫn không thay đổi.

- Số lần đổi dấu của các số hạng trong cột đầu tiên của bảng Routh bằng số nghiệm của phương trình đặc trưng có phần thực dương.

- Nếu cột đầu tiên của bảng có một số hạng bằng không thì hệ cũng không ổn định.

** Ứng dụng*:

- Tiêu chuẩn này được sử dụng để xét ổn định cho cả hệ hở và kín.

***Ví dụ 3.2*:** Xét tính ổn định của hệ thống có phương trình đặc trưng:

$$12p^5 + 6p^4 + 18p^3 + 6p^2 + 6p + 1 = 0$$

** Điều kiện cần*:

Ta nhận thấy a_i, $(i = 0 \div 5) > 0$ nên thoả mãn điều kiện cần để hệ ổn định.

** Điều kiện đủ*:

- Lập bảng Routh:

$$\begin{matrix} 12 & 18 & 6 \\ 6 & 6 & 1 \\ b_0 & b_2 & \\ b_1 & b_3 & \\ c_0 & & \\ c_1 & & \end{matrix} \qquad \text{hay} \qquad \begin{matrix} 2 & 3 & 1 \\ 6 & 6 & 1 \\ b_0 & b_2 & \\ b_1 & b_3 & \\ c_0 & & \\ c_1 & & \end{matrix}$$

(vì các số hạng thuộc hàng 1 của bảng Routh đều chia hết cho 6).

Ta có:

$$b_0 = -\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 6 & 6 \end{vmatrix} = 6, \quad b_2 = -\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 1 \end{vmatrix} = 4, \quad b_1 = -\begin{vmatrix} 6 & 6 \\ 6 & 4 \end{vmatrix} = 12, \quad b_3 = -\begin{vmatrix} 6 & 1 \\ 6 & 0 \end{vmatrix} = 6$$

$$c_0 = -\begin{vmatrix} 6 & 4 \\ 12 & 6 \end{vmatrix} = 12, \quad c_1 = -\begin{vmatrix} 12 & 6 \\ 12 & 0 \end{vmatrix} = 72$$

Ta nhận thấy các số hạng thuộc cột đầu tiên của bảng Routh đều dương nên thoả mãn điều kiện ổn định. Vậy hệ thống đã cho là ổn định.

Ví dụ 3.3**:** Cho hệ thống có đối tượng điều khiển:

$$W_0(p) = \frac{1}{p^3 + 5p^2 + 8p + 4}$$

Bộ điều khiển có hàm truyền đạt: $W_C(p) = K_P + K_D p$ (Bộ PD)

Tìm khoảng hiệu chỉnh các tham số của bộ điều khiển (Thực chất, đây là bài toán tìm điều kiện để hệ ổn định).

Giải:

Bước1: Tìm đa thức đặc trưng của hệ thống kín $\mathrm{A(p)}$:

Hàm truyền đạt của hệ thống hở:

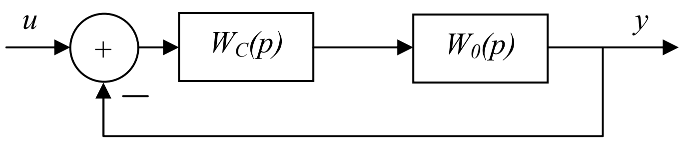
$$W_h(p) = W_0(p).W_C(p) = \frac{1}{p^3 + 5p^2 + 8p + 4}.(K_P + K_D p)$$

Hàm truyền đạt của hệ thống kín:

$$W_k(p) = \frac{W_h(p)}{1 + W_h(p)} = \frac{K_P + K_D p}{p^3 + 5p^2 + (8 + K_D)p + (4 + K_P)}$$

Phương trình đặc trưng của hệ thống kín là:

$$A(p) = p^3 + 5p^2 + (8 + K_D)p + (4 + K_P) = 0$$



Hình 3.3 Biểu diễn hệ thống sơ đồ trong ví dụ 3.3

Bước 2: Xét ổn định:

* Điều kiện cần: Các hệ số $a_i\ (i = 0 \div 3) > 0$

$$\leftrightarrow \begin{cases} 8 + K_D > 0 \\ 4 + K_P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} K_D > 8 \\ K_P > -4 \end{cases}$$

Trên thực tế, $\begin{cases} K_D \geq 0 \\ K_P > 0 \end{cases}$. Nếu $K_D = 0$, ta có bộ điều khiển P (tỉ lệ).

* Điều kiện đủ: Xét ổn định theo tiêu chuẩn Routh:

- Lập bảng Routh:

$$\begin{matrix} 1 & 8 + K_D \\ 5 & 4 + K_P \\ b_0 & \\ b_1 & \end{matrix}$$

Ta có: $b_0 = -\begin{vmatrix} 1 & 8 + K_D \\ 5 & 4 + K_p \end{vmatrix} = 36 + 5K_D - K_p$, $b_1 = -\begin{vmatrix} 5 & 4 + K_p \\ b_0 & 0 \end{vmatrix} = (4 + K_p)b_0$

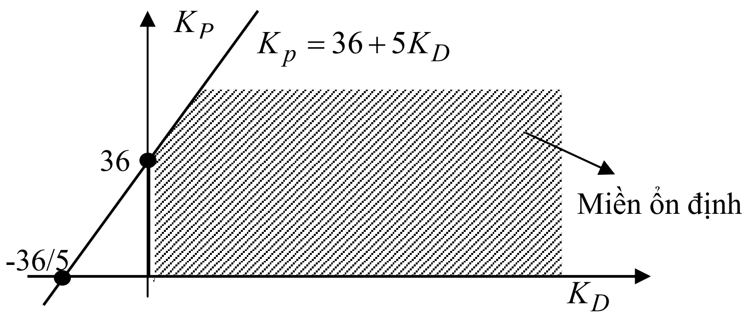
Điều kiện ổn định:

$$\begin{cases} b_0 > 0 \\ b_1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 36 + 5K_D - K_p > 0 \\ 4 + K_p > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} K_p < 36 + 5K_D \\ K_p > -4 \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện cần, ta có điều kiện để hệ ổn định là:

$$\begin{cases} K_D \geq 0 \\ K_P > 0 \\ K_P < 36 + 5K_D \end{cases}$$

Vậy miền ổn định là vùng gạch chéo trên hình vẽ 3.4.



Hình 3.4 Bi ểu diễn miền ổn định trong ví dụ 3.3

3.3.3 Tiêu chuẩn Hurwitz (1895).

* *Phát biểu*: Điều kiện cần và đủ để hệ thống tuyến tính ổn định là hệ số $a_0 > 0$ và các định thức Hurwitz dương.

* *Cách lập định thức Hurwitz*:

Giả sử hệ thống có phương trình đặc trưng bậc n :

$$A(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \ldots + a_{n-1} p + a_n = 0 \qquad (3.6)$$

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \cdots \\ a_0 & a_2 & a_4 & \cdots \\ 0 & a_1 & a_3 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \\ 0 & 0 & 0 & \cdots \end{vmatrix}$$

Định thức Hurwitz bậc n :

Đường chéo chính của Δ_n bắt đầu từ a_1 đến a_n. Trong cùng một cột, các số hạng trên số hạng thuộc đường chéo chính có chỉ số tăng dần; các số hạng dưới số hạng thuộc đường chéo chính có chỉ số giảm dần. Nếu chỉ số lớn hơn n hoặc nhỏ hơn 0 thì ghi 0. Có tất cả n định thức Hurwitz từ bậc 1 đến bậc n.

* *Ứng dụng*:

- Tiêu chuẩn này thường dùng cho hệ thống có phương trình đặc trưng bậc thấp ($n < 4$).

- Tiêu chuẩn này cũng được dùng để xét ổn định cho cả hệ hở và kín.

***Ví dụ 3.4*: **Xét ổn định của hệ thống có phương trình đặc trưng bậc 2:

$$a_0 p^2 + a_1 p + a_2 = 0$$

Giải:

* Điều kiện cần: $a_0, a_1, a_2 > 0$

* Điều kiện ổn định theo Hurwitz:

$$\begin{cases} \Delta_1 = a_1 > 0 \\ \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & 0 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 > 0 \\ a_2 > 0 \end{cases}$$

Kết hợp cả hai điều kiện trên, ta có điều kiện cần và đủ để một hệ thống có phương trình đặc trưng bậc 2 ổn định là: $a_0, a_1, a_2 > 0$

Nhận xét:

+ Các tiêu chuẩn đại số có thể được sử dụng để xét ổn định cho cả hệ thống hở và hệ thống kín. Tuy nhiên, nếu xét về mức độ phức tạp thì việc tính toán các định thức Hurwitz phức tạp hơn việc lập bảng Routh rất nhiều, nhất là đối với các phương trình đặc tính bậc cao. Vì vậy, trong thực tế thường hay dùng tiêu chuẩn Routh hơn.

+ Có thể dùng tiêu chuẩn Routh hoặc Hurwitz để xét điều kiện ở biên giới ổn định của hệ thống. Đối với tiêu chuẩn Routh: số hạng cuối cùng trong cột đầu tiên của bảng Routh bằng 0 và các số hạng còn lại trong cột đầu tiên của bảng Routh dương. Đối với tiêu chuẩn Hurwitz: định thức Δ_{n-1} bằng 0 còn giá trị các định thức khác dương.

3.4 CÁC TIÊU CHUẨN ỔN ĐỊNH TẦN SỐ

3.4.1 Tiêu chuẩn Mikhailope

- Dựa vào tính chất tần số của đa thức đặc tính để xét tính ổn định của hệ thống.

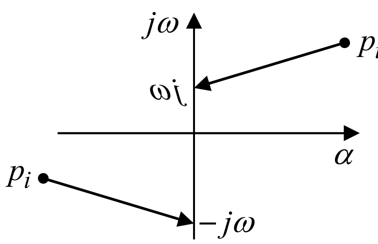
Giả sử hệ thống ĐKTĐ có PTĐT dạng:

$$A(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \ldots + a_{n-1} p + a_n = 0 \tag{3.7}$$

có nghiệm là p_i với $i = 1, 2, ..., n$ thì đa thức đặc tính của nó có thể chuyển sang dạng:

$$A(p) = a_0 \prod_{i=1}^{n} (p - p_i) \tag{3.8}$$

Nếu xét trên mặt phẳng phức thì mỗi số hạng trong đa thức trên là một vector có chân tại điểm p_i và đỉnh nằm trên trục ảo $\mathrm{j}\omega$.



Hình 3.5 Vector $j\omega - p_i$ trên mặt phẳng phức

Nếu p_i nằm bên trái trục ảo thì $\underset{-\infty\le\omega\le\infty}{\Delta\arg}(\mathrm{j}\omega - p_i) = \pi$.

Nếu p_i nằm bên phải trục ảo thì $\underset{-\infty\le\omega\le\infty}{\Delta\arg}(\mathrm{j}\omega - p_i) = -\pi$.

(Vector quay theo chiều kim đồng hồ lấy dấu âm còn ngược lại lấy dấu dương).

Biểu đồ vector đa thức đặc tính có thể biểu diễn như sau:

$$A(p) = a_0 \prod_{i=1}^{n} (p - p_i) = a_0 \prod_{i=1}^{n} |j\omega - p_i| . e^{j\sum_{i=1}^{n} \arg(\mathrm{j}\omega - \mathrm{p_i})} \tag{3.9}$$

Vậy, $\underset{-\infty\le\omega\le\infty}{\Delta\arg\mathrm{A}}(\mathrm{j}\omega) = \sum_{i=1}^{n} \Delta\arg(\mathrm{j}\omega\text{-}\mathrm{p_i}) = (n-k)\pi - k\pi = (n-2k)\pi$

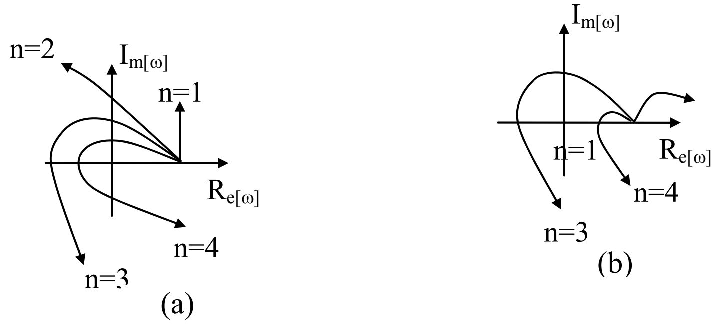
Với k là số nghiệm của PTĐT có phần thực dương. Hệ thống ổn định khi $k = 0$ nên:

$\underset{-\infty\le\omega\le\infty}{\Delta\arg\mathrm{A}}(\mathrm{j}\omega) = n\pi$ *hay* $\underset{0\le\omega\le\infty}{\Delta\arg\mathrm{A}}(\mathrm{j}\omega) = n.\pi/2$ vì thường xét ω biến đổi từ 0 đến ∞.

Từ những phân tích trên, Mikhailope đã phát biểu thành tiêu chuẩn ổn định như sau:

Hệ thống ĐKTĐ có đa thức đặc tính bậc n với các hệ số dương sẽ ổn định nếu biểu đồ vector đa thức đặc tính $A(j\omega)$ xuất phát từ một điểm trên phần dương trục thực quay một góc bằng $n.\pi/2$ quanh gốc tọa độ và ngược chiều kim đồng hồ khi ω thay đổi từ 0 đến ∞.

Hình 3.6 là biểu đồ vector đa thức đặc tính cho hệ thống ổn định (a) và không ổn định (b).



Hình 3.6 Các dạng biểu đồ vector đa thức đặc trưng

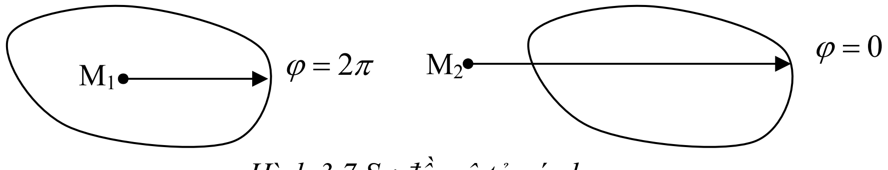
3.4.2 Tiêu chuẩn Nyquist

- Dùng xét ổn định cho cả hệ hở và hệ kín dựa vào đặc tính tần – biên – pha của hệ hở.

** Phát biểu: Nếu PTĐT của hệ hở có k nghiệm nằm bên phải trục ảo thì hệ thống kín sẽ ổn định nếu đặc tính TBP của hệ hở bao điểm $(-1,\ j0)$ một góc bằng $k\pi$ khi ω thay đổi từ 0 đến ∞.*

** Khái niệm đường cong bao một điểm:*

Kẻ một vector có chân là điểm được bao còn đầu ở trên đường cong. Cho đầu vector trượt từ đầu đường cong đến cuối đường cong. Góc quay φ của vector bằng bao nhiêu thì ta nói đường cong bao điểm đã cho bấy nhiêu (vector quay theo chiều kim đồng hồ thì góc quay lấy dấu âm còn quay ngược chiều kim đồng hồ thì góc quay lấy dấu dương).



Hình 3.7 Sơ đồ mô tả góc bao

Trên hình 3.7, đường cong khép kín bao điểm M_1 một góc bằng 2π và không bao điểm M_2 (góc bao $\varphi = 0$).

* Chứng minh tiêu chuẩn Nyquist:

Giả sử hệ thống hở có hàm truyền đạt: $W_h(p) = \dfrac{Q(p)}{P(p)}$

Trong đó $P(p)$ là đa thức đặc tính bậc n và $Q(p)$ là đa thức bậc m với $m < n$. Giả sử $P(p)$ có k nghiệm nằm bên phải trục ảo. Như vậy:

$$\underset{0\le\omega\le\infty}{\Delta\arg}\mathrm{P}(\mathrm{j}\omega) = (n-k)\pi/2 - k\pi/2 = (n-2k)\pi/2 \tag{3.10}$$

Hàm truyền đạt của hệ thống kín:

$$\mathrm{W_k}(p) = \frac{\mathrm{W_h}(p)}{1+\mathrm{W_h}(p)} = \frac{Q(p)}{Q(p)+P(p)} \tag{3.11}$$

Đa thức đặc tính của hệ thống kín là $Q(p)+P(p)$. Theo tiêu chuẩn Mikhailope, hệ kín sẽ ổn định nếu:

$$\underset{0\le\omega\le\infty}{\Delta\arg}\left[\mathrm{Q}(\mathrm{j}\omega)+\mathrm{P}(\mathrm{j}\omega)\right] = n\pi/2 \tag{3.12}$$

Xét biểu thức $J(j\omega) = 1 + \mathrm{W_h}(j\omega) = \dfrac{Q(j\omega)+P(j\omega)}{P(j\omega)}$

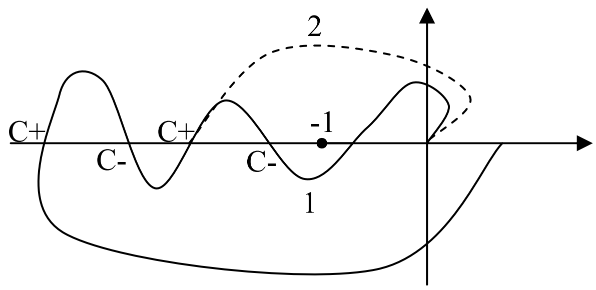
$$\underset{0\le\omega\le\infty}{\Delta\arg}\mathrm{J}(\mathrm{j}\omega) = \underset{0\le\omega\le\infty}{\Delta\arg}\left[\mathrm{Q}(\mathrm{j}\omega)+\mathrm{P}(\mathrm{j}\omega)\right] - \underset{0\le\omega\le\infty}{\Delta\arg}\mathrm{P}(\mathrm{j}\omega) \tag{3.13}$$

Khi hệ kín ổn định thì

$$\underset{0\le\omega\le\infty}{\Delta\arg}\mathrm{J}(\mathrm{j}\omega) = n\pi/2 - (n-2k)\pi/2 = k\pi \tag{3.14}$$

Như vậy, khi ω thay đổi từ 0 đến ∞, biểu đồ vector $\mathrm{J}(\mathrm{j}\omega)$ sẽ bao tâm tọa độ một góc bằng $k\pi$. Biểu đồ $\mathrm{J}(\mathrm{j}\omega)$ chính là do đặc tính TBP của hệ thống hở chuyển sang bên phải 1 đơn vị. Do đó, nếu $\mathrm{J}(\mathrm{j}\omega)$ bao tâm tọa một góc bằng $k\pi$ thì đặc tính TBP của hệ hở cũng bao điểm $(-1,\ j0)$ một góc bằng $k\pi$ (điều phải chứng minh).

** Trong thực tế thường gặp hệ hở ổn định hay ở biên giới ổn định ($k = 0$), lúc đó hệ kín sẽ ổn định nếu đặc tính TBP của hệ hở không bao điểm $(-1,\ j0)$.*



Hình 3.8 Cách xét ổn định cho các đường đặc tính TBP phức tạp

Trong nhiều trường hợp, hệ hở ổn định hay ở biên giới ổn định có đặc tính TBP rất phức tạp nên việc xác định nó bao hay không bao điểm $(-1,\ j0)$ rất khó khăn. Đối với trường hợp này, ta có thể sử dụng số lần chuyển từ âm sang dương (C+) và từ dương sang âm (C-) của đặc tính TBP của hệ hở trên nửa đường thẳng từ $-\infty$ đến -1 thuộc trục thực.

Nếu C+ = C- thì hệ kín ổn định (đặc tính TBP hệ hở không bao điểm $(-1,\ j0)$).

Nếu C+ $\neq$ C- thì hệ kín không ổn định.

3.5 PHƯƠNG PHÁP QUỸ ĐẠO NGHIỆM SỐ

3.5.1 Đặt vấn đề

Phương pháp này dùng để phân miền ổn định của hệ thống ĐKTĐ trong tọa độ thay đổi thông số của nó. Ứng với một giá trị cố định của thông số biến đổi, hệ thống có một trạng thái ổn định nào đó. Ta có thể biểu diễn trạng thái ổn định của hệ bằng vị trí nghiệm số của PTĐT trên mặt phẳng phức. Khi giá trị thông số biến đổi thì vị trí nghiệm của PTĐT trên mặt phẳng phức cũng thay đổi. Do sự thay đổi đó mà vị trí các nghiệm số phương trình đặc tính sẽ tạo nên một số quỹ đạo nào đó trong mặt phẳng phức.

Những đoạn quỹ đạo nghiệm số nằm bên trái trục ảo ứng với hệ thống ổn định; giao điểm của quỹ đạo nghiệm số với trục ảo cho ta trạng thái hệ thống ở biên giới ổn định và nếu quỹ đạo nghiệm số nằm bên phải trục ảo thì hệ thống không ổn định.

Phương pháp này thường dùng cho hệ có một thông số biến đổi tuyến tính.

3.5.2 Phương pháp xây dựng quỹ đạo nghiệm số

Xét hệ thống có PTĐT bậc n:

$$A(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \ldots + a_{n-1} p + a_n = 0 \tag{3.15}$$

Nếu trong hệ thống có một thông số λ biến đổi thì PTĐT sẽ có dạng:

$$A(p) = N(p) + \lambda M(p) = 0 \tag{3.16}$$

trong đó $N(p)$ là đa thức bậc n và $M(p)$ là đa thức bậc m với $m \le n$.

Từ (3.16) ta có:

$$\lambda = -\frac{-N(p)}{M(p)} \tag{3.17}$$

Gọi: $p_j^{"}$ $(j = 1, 2, \ldots, m)$ là các nghiệm của phương trình $M(p) = 0$

$p_i^{'}$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$ là các nghiệm của phương trình $N(p) = 0$

p_i $(i = 1, 2, \ldots, n)$ là các nghiệm của phương trình $A(p) = 0$

Ta có thể biểu diễn $M(p)$, $N(p)$ và $A(p)$ thông qua dạng tích của các thừa số:

$$M(p) = \prod_{j=1}^{m} \left(p - p_j^{"}\right)$$

$$N(p) = \prod_{i=1}^{n} \left(p - p_i^{'}\right)$$

$$A(p) = \prod_{i=1}^{m} (p - p_i)$$

Khi đó (3.16) sẽ có dạng:

$$A(p) = \prod_{i=1}^{n} \left(p - p_i^{'}\right) + \lambda \prod_{j=1}^{m} \left(p - p_j^{''}\right) = 0 \qquad (3.18)$$

Để xây dựng quỹ đạo nghiệm số ta cần xác định: điểm xuất phát và điểm kết thúc của quỹ đạo nghiệm số; số lượng quỹ đạo trên mặt phẳng nghiệm; các đường tiệm cận của quỹ đạo, hướng dịch chuyển của quỹ đạo và các điểm đặc biệt.

1. Xác định điểm xuất phát của quỹ đạo nghiệm số.

Ứng với giá trị $\lambda = 0$. Theo (3.18), các nghiệm p_i của $A(p) = 0$ cũng chính là nghiệm $p_i^{'}$ của $N(p) = 0$. Vì bậc của $A(p)$ bằng bậc của $N(p)$ nên quỹ đạo nghiệm số có n điểm xuất phát từ $p_i^{'}$.

Vậy, *ứng với giá trị $\lambda = 0$, quỹ đạo nghiệm số sẽ xuất phát từ n điểm là nghiệm $p_i^{'}$ của $N(p) = 0$.*

2. Xác định điểm kết thúc của quỹ đạo nghiệm số

Ứng với giá trị $\lambda = \infty$. PTĐT (3.18) có thể viết dưới dạng:

$$A(p) = \frac{1}{\lambda} \prod_{i=1}^{n} \left(p - p_i^{'}\right) + \prod_{j=1}^{m} \left(p - p_j^{''}\right) = 0 \qquad (3.19)$$

Khi $\lambda = \infty$, theo (3.19) thì các nghiệm p_i của $A(p) = 0$ cũng chính là nghiệm $p_j^{''}$ của $M(p) = 0$.

Vậy, *ứng với giá trị $\lambda = \infty$, quỹ đạo nghiệm số sẽ kết thúc ở m điểm là nghiệm $p_j^{''}$ của $M(p) = 0$.*

3. Xác định số lượng quỹ đạo trên mặt phẳng nghiệm:

Ứng với một giá trị λ xác định, PTĐT $A(p)$ có n nghiệm sẽ được biểu diễn tương ứng n vị trí trên mặt phẳng phức. Khi λ biến đổi từ 0 đến ∞, các nghiệm p_i sẽ biến đổi, do đó n nghiệm sẽ vạch nên n đường trên quỹ đạo nghiệm số.

+ Nếu $m < n$, quỹ đạo nghiệm số có m đường khởi đầu từ n nghiệm $p_i^{'}$ và kết thúc ở m nghiệm $p_j^{''}$. Vì quỹ đạo nghiệm số có n đường nên sẽ có $(n-m)$ đường khởi đầu từ $(n-m)$ nghiệm $p_i^{'}$ và tiến xa vô cùng.

+ Vì các nghiệm của $A(p)=0$ có thể có các nghiệm phức liên hợp nên các quỹ đạo nghiệm số đó sẽ đối xứng qua trục thực.

4. Xác định các đường thẳng tiệm cận

Do có $(n-m)$ đường tiến xa vô cùng nên ta phải tìm các đường thẳng tiệm cận cho $(n-m)$ đường đó.

$$p \approx \lambda^{\frac{1}{n-m}} e^{j\frac{2k+1}{n-m}\pi} + R_0 \qquad (k = 0, 1,.., n-m-1) \tag{3.20}$$

với
$$R_0 = \frac{1}{n-m}\left(\sum_{i=1}^{n} p_i^{'} - \sum_{j=1}^{m} p_j^{''}\right) \tag{3.21}$$

(3.20) là phương trình các đường thẳng tiệm cận của $(n-m)$ quỹ đạo tiến xa vô cùng.

Theo (3.20), với $\lambda = 0$ thì $p = R_0$ = const, tức $(n-m)$ đường tiệm cận đều đi qua 1 điểm (tâm) trên trục hoành có hoành độ R_0. Các đường tiệm cận này tạo nên một hình sao gồm $(n-m)$ tia. Mỗi tia của hình sao tạo với trục hoành một góc nghiêng là:

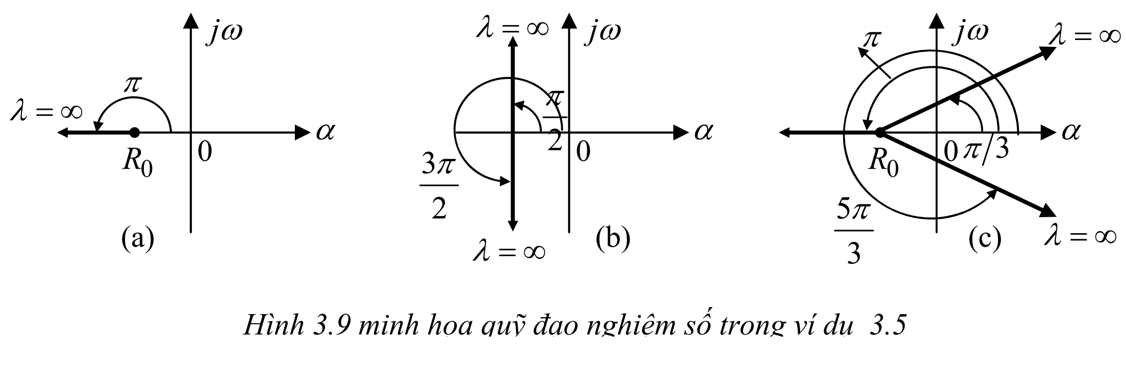
$$\alpha_k = \frac{2k+1}{n-m}\pi \qquad (k = 0, 1,..., n-m-1) \tag{3.22}$$

Ví dụ 3.5:

+ Nếu $(n-m)=1$ thì từ (3.22) ta có:

$$\alpha_0 = \frac{\pi}{n-m} = \pi$$

Đường thẳng tiệm cận chính là một nửa trục hoành tiến ra xa vô cùng như hình 3.9a.



Hình 3.9 minh họa quỹ đạo nghiệm số trong ví dụ 3.5

+ Nếu $(n-m)=2$ thì từ (3.22) ta có hai đường tiệm cận là (hình 3.9b):

$$\alpha_0 = \frac{\pi}{n-m} = \frac{\pi}{2} \qquad (k=0)$$
$$\alpha_1 = \frac{2\times1+1}{2}\pi = \frac{3\pi}{2} \qquad (k=1)$$

+ Nếu $(n-m)=3$ thì từ (3.22) ta có ba đường tiệm cận là (hình 3.9c):

$$\alpha_0 = \frac{\pi}{n-m} = \frac{\pi}{3} \qquad (k=0)$$
$$\alpha_1 = \frac{2\times1+1}{3}\pi = \pi \qquad (k=1)$$
$$\alpha_2 = \frac{2\times2+1}{3}\pi = \frac{5\pi}{3} \qquad (k=2)$$

5. Xác định hướng dịch chuyển của quỹ đạo nghiệm

Từ PTĐT (3.16) ta viết lại thành:

$$-\lambda = \frac{N(p)}{M(p)} \tag{3.23}$$

Giả thiết p là số thực, ta xây dựng đồ thị hàm $f(p) = N(p)/M(p)$. Giao điểm của đường cong $f(p)$ với đường thẳng $-\lambda$ sẽ xác định các nghiệm p_i của $A(p)=0$ ứng với các trị số λ xác định.

Từ các điểm cực trị $(df(p)/dp = 0)$ sẽ xác định các điểm các điểm tách khỏi trục thực của mặt phẳng nghiệm.

Từ đồ thị $f(p)$ và đường thẳng $-\lambda$, tùy thuộc vào sự biến đổi của λ mà ta xác định được hướng dịch chuyển của quỹ đạo.

6. Xác định các giao điểm của quỹ đạo nghiệm số với trục ảo của mặt phẳng nghiệm

Nghiệm nằm trên trục ảo có giá trị $p = j\omega_c$, khi đó PTĐT có dạng:

$$A(j\omega) = P_A(\omega_c) + jQ_A(\omega_c) = 0 \tag{3.24}$$

Trong (3.24) còn có thông số λ_c chưa biết nên phối hợp giải hai phương trình:

$$\begin{aligned} P_A(\omega_c\lambda_c) &= 0 \\ Q_A(\omega_c\lambda_c) &= 0 \end{aligned} \tag{3.25}$$

ta sẽ xác định được giá trị tần số ω_c và λ_c ở giao điểm quỹ đạo nghiệm số và trục ảo.

3.5.3 Trình tự xây dựng quỹ đạo nghiệm số

1. *Xác định các điểm đầu và điểm cuối của quỹ đạo*

- Viết PTĐT dạng: $N(p) + \lambda M(p) = 0$
- Điểm đầu của quỹ đạo ứng với n nghiệm của $N(p) = 0$
- Điểm cuối của quỹ đạo ứng với m nghiệm của $M(p) = 0$

2. *Xác định các đường thẳng tiệm cận của $(n-m)$ quỹ đạo tiến ra xa vô cùng*

- Tâm hình sao của các tia tiệm cận có hoành độ:

$$R_0 = \frac{1}{n-m}\left(\sum_{i=1}^{n} p_i^{'} - \sum_{j=1}^{m} p_j^{''}\right)$$

- Góc tạo bởi các tia của hình sao và trục hoành:

$$\alpha_k = \frac{2k+1}{n-m}\pi \qquad (k = 0, 1, ..., n-m-1)$$

3. *Xác định điểm tách khỏi trục thực và hướng dịch chuyển của quỹ đạo*

- Vẽ đồ thị hàm để tìm hướng dịch chuyển của quỹ đạo:
- Tính đạo hàm $\left(df(p)/dp = 0\right)$ để tìm điểm tách khỏi trục thực.

Nếu có nhiều điểm cực đại. ta phải chọn điểm có $\lambda < 0$ để phù hợp với phương trình (3.23)

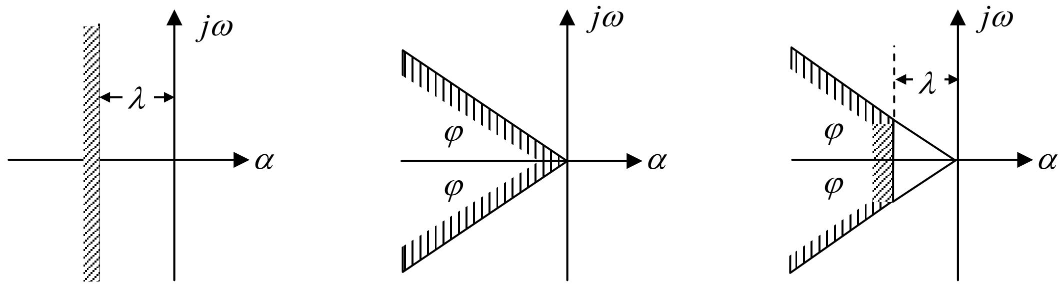
4. *Xác định giao điểm của trục ảo và quỹ đạo nghiệm*

Giải các phương trình (3.25) để tìm ra ω_c và λ_c.

3.6 ĐỘ DỰ TRỮ ỔN ĐỊNH

Để đánh giá được chính xác quá trình quá độ ta phải biết chính xác nghiệm của PTĐT, có nghĩa là phải giải được PTĐT, nhưng việc này rất khó thực hiện. Tuy nhiên, có thể không cần giải PTĐT mà biết được vùng phân bố nghiệm số của nó trên nửa mặt phẳng nằm bên trái trục ảo. Ví dụ, có thể tìm được giá trị λ là giá trị phần thực của nghiệm số gần trục ảo nhất so với các nghiệm khác. Như vậy, vùng gạch sọc trên hình 3.10a là vùng phân bố nghiệm số của PTĐT. Giá trị λ được gọi là hệ số tắt dần, mức độ ổn định hay độ dự trữ ổn định của hệ thống. Như vậy, với độ dự trữ nhỏ, hệ thống có thể từ ổn định trở nên mất ổn định khi thông số của nó vì một lý do nào đó mà bị thay đổi một cách đáng kể. Bởi vậy, khi thiết kế cần phải lựa chọn độ dự trữ ổn định có độ lớn cần thiết.

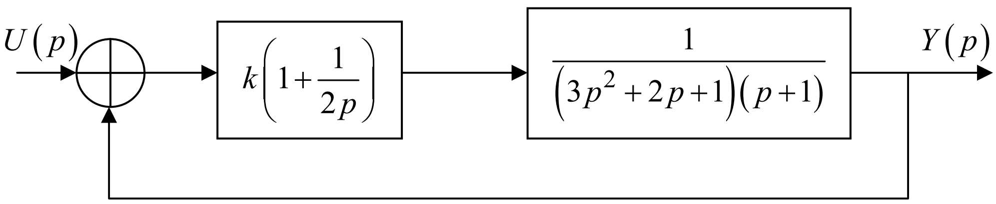
Cũng có thể không cần giải PTĐT mà tìm được giá trị góc 2φ, tương ứng với phần gạch sọc trên hình 3.10b, trong đó phân bố tất cả các nghiệm số của PTĐT. Giá trị $m = -\text{cotg}\varphi$ được gọi là mức độ dao động của hệ thống. Cả λ và m đền là những chỉ tiêu gián tiếp đánh giá chất lượng của quá trình quá độ. Nếu kết hợp λ và m ta sẽ được sự phân bố nghiệm của PTĐT trong phần gạch sọc trên hình 3.10c.



(a) (b) (c)

Hình 3.10 Các vùng phân bố nghiệm số

***Ví dụ 3.6*:** Tìm k để hệ thống ĐKTĐ như hình 3.11 có hệ số tắt dần $\lambda = 0.1$.



Hình 3.11 Sơ đồ khối hệ thống điều khiển

Giải:

* Hàm truyền đạt của hệ hở:

$$W_h(p) = \frac{k(2p+1)}{2p\left(3p^2+2p+1\right)(p+1)}$$

* Hàm truyền đạt của hệ kín:

$$W_k(p) = \frac{k(2p+1)}{2p\left(3p^2+2p+1\right)(p+1)+k(2p+1)}$$

* PTĐT của hệ thống kín:

$$2p\left(3p^2+2p+1\right)(p+1)+k(2p+1)=0$$

hay
$$6p^4+10p^3+6p^2+2p(k+1)+k=0 \tag{3.26}$$

Thay $p = s-0.1$ ta có (3.23) tương đương với:

$$6s^4+7.6s^3+3.36s^2+(2k+1.076)s+0.8k-0.1494=0$$

Hệ có hệ số tắt dần λ trong tọa độ p sẽ tương ứng với hệ ở biên giới ổn định trong tọa độ s. Có hai trường hợp xảy ra: hoặc PTĐT có nghiệm thực bằng 0 ($s=0$), hoặc PTĐT có nghiệm thuần ảo.

+ Hệ có nghiệm thực bằng 0 thì hệ số $a_n = 0$ và phần còn lại phải có nghiệm nằm bên trái trục ảo. Vậy ta có: $0.8k - 0.1494 = 0 \;\Leftrightarrow\; k = 0.187$

Thay k vào phần còn lại của phương trình ta được:

$s = 0$ và $6s^3 + 7.6s^2 + 3.36s + 1.45 = 0$

Phương trình này có nghiệm nằm bên trái trục ảo vì $a_1.a_2 = 25.536 > a_0.a_3 = 8.7$

Vậy khi $k = 0.187$, hệ có hệ số tắt dần bằng 0.1 và nghiệm gần trục ảo nhất là một nghiệm thực.

+ Trường hợp phương trình đặc tính có nghiệm thuần ảo: ta có thể dùng tiêu chuẩn Routh hoặc Hurwitz để xét. Giả sử dùng tiêu chuẩn Routh.

Lập bảng Routh:

6	3.36	$0.8k - 0.1494$
7.6	$2k + 1.076$	0
$19.08 - 12k$	$6.08 - 1.13544$	0
$-24k^2 - 20.96k + 29.16$		

Vậy hệ ở biên giới ổn định khi:

$$\begin{cases} 19.08 - 12k > 0 \\ -24k^2 - 20.96k + 29.16 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow k = 0.749 \text{ (chỉ lấy } k \text{ dương)}$$

Vậy khi $k = 0.749$, hệ có hệ số tắt dần bằng 0.1 và nghiệm gần trục ảo nhất là một cặp nghiệm phức.

TÓM TẮT NỘI DUNG HỌC TẬP CHƯƠNG 3

Vấn đề quan trọng nhất trong chương 3 là điều kiện để hệ thống ĐKTĐ ổn định. Tính ổn định sẽ phụ thuộc vào nghiệm của phương trình đặc trưng, hệ thống sẽ ổn định khi và chỉ khi tất cả các nghiệm của PTĐT có phần thực âm, hay nói cách khác tất cả các nghiệm của PTĐT phân bố ở bên trái mặt phẳng phức.

Chương này cũng đã đề cập đến một số phương pháp thường dùng khi xét tính ổn định của hệ thống, một trong những yêu cầu đầu tiên khi sử dụng một hệ thống điều khiển tự động. Ta lưu ý một số đặc điểm:

+ Nếu phương trình đặc trưng của hệ thống có ít nhất một hệ số âm thì có thể kết luận hệ thống đó không ổn định

+ Tiêu chuẩn Routh thường được dùng để xét ổn định của hệ thống vì đối với các hệ thống có phương trình đặc tính bậc cao, việc tính toán các định thức Hurwitz rất phức tạp

+ Các tiêu chuẩn ổn định tần số (Mikhailope, Nyquist) thường được dùng khi có sự trợ giúp của máy tính (và thường dùng phần mềm Matlab) vì chúng xét ổn định của hệ thống dựa vào biểu đồ vector đa thức đặc trưng.

+ Phương pháp xét ổn định cho hệ thống có thông số thay đổi dựa trên quỹ đạo nghiệm số ít được sử dụng vì chúng ta thường xét các hệ thống có thông số bất biến theo thời gian (hệ thống dừng).

+ Độ dự trữ ổn định của hệ thống điều khiển tự động không những đảm bảo khả năng ổn định của hệ thống khi có thông số thay đổi mà còn ảnh hưởng đến tính chất quá độ của hệ thống. Trị số cụ thể của độ dự trữ ổn định được chọn dựa vào yêu cầu của quá trình quá độ

BÀI TẬP

Bài 1.

Hệ thống ĐKTĐ có hàm truyền đạt của hệ hở như sau:

$$W_h(p) = \frac{3p+1}{3p\left(4p^4+2p^3+6p^2+2p+1\right)}$$

Hệ hở:

a. Ổn định
b. Không ổn định
c. Ở biên giới ổn định

Bài 2.

Xét tính ổn định của hệ kín có hàm truyền đạt của hệ hở như trên? Hãy xét xem hệ kín thoả mãn nhận xét nào sau ?

a. Ổn định
b. Không ổn định
c. Ở biên giới ổn định

Bài 3.

Cho hệ thống có đối tượng điều khiển dạng

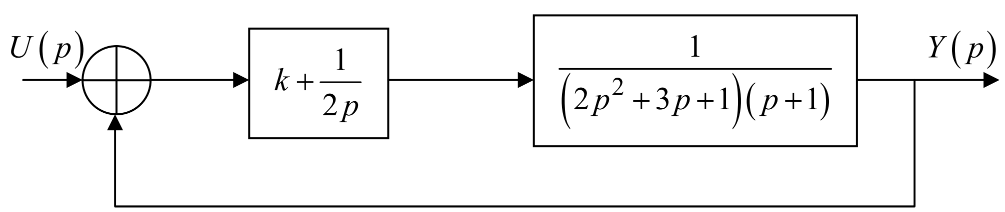
$$W_0(p) = \frac{1}{p^3+5p^2+8p+4}$$

và bộ điều khiển $W_c(p) = K_P + \dfrac{K_I}{p}$

Xác định miền hiệu chỉnh của các tham số?

Bài 4.

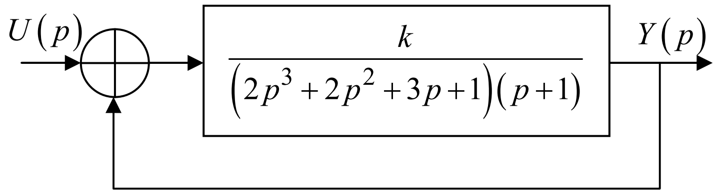
Hệ thống có sơ đồ cấu trúc như hình sau:



Dùng tiêu chuẩn đại số tìm k giới hạn để hệ thống kín ổn định?

Bài 5.

Hệ thống ĐKTĐ có sơ đồ cấu trúc như hình sau



Dùng tiêu chuẩn Nyquist xác định giới hạn k để hệ ổn định?

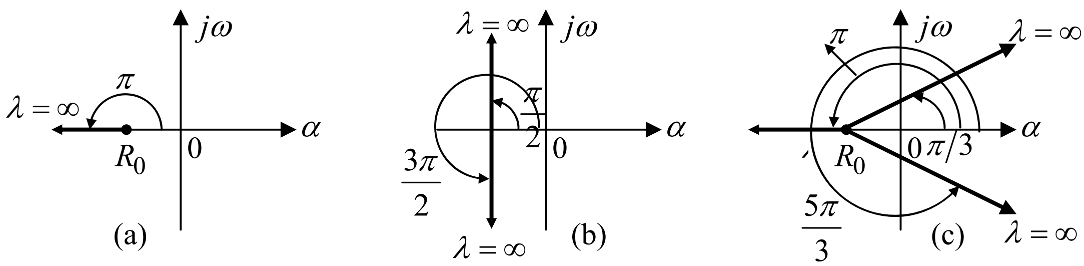
Bài 6.

Hệ thống ở biên giới ổn định nếu:

a. Các số hạng trong cột đầu tiên của bảng Routh dương
b. Số hạng đầu trong cột đầu tiên của bảng Routh dương và các số hạng còn lại trong cột đầu tiên của bảng Routh bằng 0
c. Số hạng cuối cùng trong cột đầu tiên của bảng Routh bằng 0 và các số hạng còn lại trong cột đầu tiên của bảng Routh dương

Bài 7.

Theo phương pháp quỹ đạo nghiệm số, hình nào dưới đây mô tả đường tiệm cận của hệ thống tương ứng với $n-m=1$?



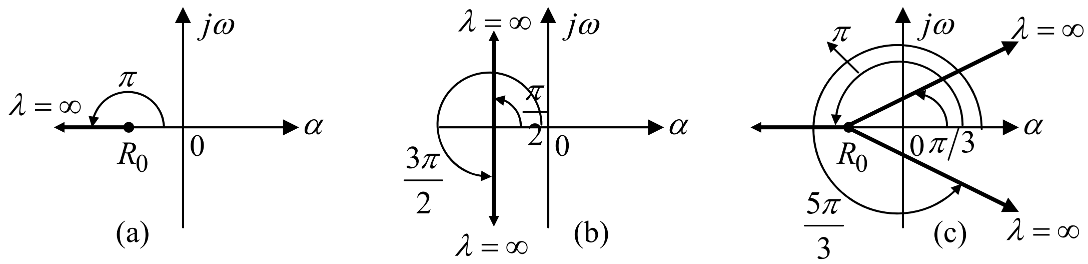
a. a
b. b
c. c

Bài 8.
Muốn xét tính ổn định của một hệ thống ĐKTĐ, ta chỉ phải xét quá trình xác lập, đúng hay sai?

a. Đúng
b. Sai

Bài 9.

Theo phương pháp quỹ đạo nghiệm số, hình nào dưới đây tương ứng với $n-m=3$?



a. a
b. b
c. c

Bài 10.

Theo tiêu chuẩn Mikhailope, hệ thống ĐKTĐ có đa thức đặc tính bậc n với các hệ số dương sẽ ổn định nếu biểu đồ vector đa thức đặc tính $A(j\omega)$ xuất phát từ một điểm trên phần dương trục thực quay một góc bằng bao nhiêu quanh gốc tọa độ và ngược chiều kim đồng hồ khi ω thay đổi từ 0 đến ∞.

a. $n.\pi$
b. $n.\pi/4$
c. $n.\pi/2$

Bài 11.

Theo tiêu chuẩn Nyquist, nếu hệ hở ổn định hay ở biên giới ổn định ($k=0$), lúc đó hệ kín sẽ ổn định nếu đặc tính TBP của hệ hở có đặc điểm gì?

a. Bao điểm $(-1,\ j0)$
b. Không bao điểm $(-1,\ j0)$

Bài 12.

Theo tiêu chuẩn Nyquist, nếu PTĐT của hệ hở có k nghiệm nằm bên phải trục ảo thì hệ thống kín sẽ ổn định nếu đặc tính TBP của hệ hở bao điểm $(-1,\ j0)$ một góc bằng bao nhiêu khi ω thay đổi từ 0 đến ∞.

a. $k\pi$
b. $k\pi/2$
c. $2k\pi$

Bài 13.

Cho hệ thống hở có hàm truyền đạt:

$$W_h(p) = \frac{4}{Tp^2 + p + 1}$$

Với $T = 2$ thì hệ kín tương ứng có ổn định không?

Bài 14.

Hàm truyền đạt của hệ hở có dạng: $W_h(p) = \frac{k}{p^2 + p + 1}$. Với điều kiện nào của k thì hệ kín tương ứng ổn định?

CHƯƠNG IV. KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG LIÊN TỤC

NỘI DUNG

4.1 GIỚI THIỆU CHUNG

Ổn định là điều kiện cần đối với một hệ thống ĐKTĐ. Tuy nhiên, một hệ thống ổn định nhưng chất lượng có thể chưa cao vì một số lý do:

+ Sai lệch điều khiển lớn hay nói cách khác là độ chính xác điều khiển kém.

+ Thời gian quá trình quá độ có thể kéo quá dài gây ra độ tác động chậm,

+ Độ dao động của hệ thống khi tiến đến trạng thái xác lập lớn dẫn đến tổn thất năng lượng của hệ thống lớn.

…

Do vậy nhìn chung, chất lượng của hệ thống ĐKTĐ được đánh giá qua chỉ tiêu tính ổn định và chỉ tiêu chất lượng ở trạng thái xác lập và quá trình quá độ. Quá trình quá độ của hệ thống được đánh giá bằng độ dự trữ dao động và thời gian quá độ. Có rất nhiều phương pháp để đánh giá chất lượng trạng thái quá độ như đánh giá theo sự phân bố nghiệm số của PTĐT, theo đặc tính TBP của hệ hở…Trạng thái xác lập của hệ thống được đánh giá qua sai số xác lập của hệ thống.

Có thể có nhiều yêu cầu về chất lượng cùng một lúc được đặt ra khi hệ làm việc với một tín hiệu vào nhất định nào đó. Khi khảo sát quá trình điều khiển của các hệ ổn định, người ta dùng tín hiệu vào có dạng thường gặp như dạng bậc thang đơn vị, dạng hàm tăng dần đều hay sóng điều hòa để khảo sát.

Do các vấn đề ổn định của hệ thống đã được xét ở chương 3, trong chương này sẽ đề cập về các nội dung sau:

- Đánh giá chất lượng của hệ thống ở trạng thái xác lập
- Quá trình quá độ của hệ thống và phân tích các chỉ tiêu chất lượng
- Đánh giá chất lượng của hệ thống qua tiêu chuẩn tích phân để tính sai số của hệ thống.

4.2 KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG CỦA HỆ THỐNG Ở TRẠNG THÁI XÁC LẬP

Trạng thái xác lập của hệ thống là trạng thái khi hệ thống có tác động đầu vào $u(t)$ và sau khi kết thúc quá trình quá độ (hay quá trình chuyển trạng thái) thì hệ thống sẽ thiết lập một trạng thái ổn định mới. Ở trạng thái xác lập mới này, hệ thống sẽ có một sai số nào đó tùy thuộc vào tham số và cấu trúc của hệ thống.

Trạng thái xác lập của hệ thống được đánh giá bằng sai lệch dư của điều khiển. Nó là giá trị sai lệch còn tồn tại sau khi quá trình điều khiển kết thúc. Chỉ tiêu về độ chính xác của điều khiển này do yêu cầu của quy trình công nghệ đặt ra mà hệ thống điều khiển nhất thiết phải đáp ứng được. Giá trị sai lệch dư theo lý thuyết được ký hiệu là ∂ và được tính theo công thức:

$$\partial = \lim_{t \to \infty} e(t) \tag{4.1}$$

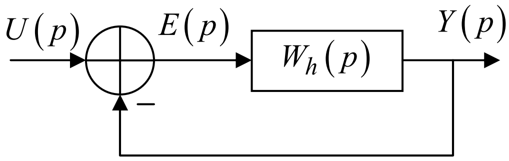
trong đó $e(t)$ là sai lệch động còn tồn tại trong quá trình điều khiển.

* Tính sai số của hệ thống ở trạng thái xác lập (sai lệch tĩnh):

Tính sai lệch $E(p)$ khi biết $U(p)$?

Xét hệ thống như hình 4.1 với $W_h(p)$ là hàm truyền đạt hở của hệ thống:

$$W_h(p) = \frac{Y(p)}{E(p)} = \frac{k}{p^i} \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \ldots + 1}{a_0 p^{n-i} + a_1 p^{n-i-1} + \ldots + 1} \tag{4.2}$$



Hình 4.1 HTĐKTĐ điển hình

$$W_k(p) = \frac{W_h(p)}{1 + W_h(p)} = \frac{Y(p)}{U(p)} \tag{4.3}$$

Vậy:

$$E(p) = \frac{1}{1 + W_h(p)} U(p) \tag{4.4}$$

Sai số ở trạng thái xác lập, ∂, là: $\partial = \lim\limits_{t \to \infty} e(t)$

Theo định lý tiến tới giới hạn ảnh và gốc trong biến đổi Laplace:

$$\lim_{t \to \infty} e(t) = \lim_{p \to 0} pE(p) \tag{4.5}$$

Vậy:
$$\partial = \lim_{t \to \infty} e(t) = \lim_{p \to 0} \frac{p}{1 + W_h(p)} U(p) \tag{4.6}$$

1. Khi tín hiệu vào $u(t) = 1(t) = \begin{cases} 0 & \text{khi } t < 0 \\ 1 & \text{khi } t \geq 0 \end{cases} \Rightarrow U(p) = \dfrac{1}{p}$

Ta có: $\partial = \lim\limits_{p \to 0} \dfrac{1}{1 + W_h(p)}$

2. Khi $u(i) = kt \Rightarrow U(p) = k/p^2$

Ta có: $\partial = \lim\limits_{p\to 0} \frac{1}{1+W_h(p)}.\frac{k}{p}$

Ví dụ 4.1:

Tín hiệu vào có dạng bậc thang đơn vị $u(t) = 1(t) \Rightarrow U(p) = \frac{1}{p}$

a. Nếu hệ là khâu quán tính $W(p) = \frac{k}{Tp+1}$ thì sai lệch tĩnh được xác định:

$$\partial = \lim_{p\to 0} \frac{p}{1+\frac{k}{Tp+1}}\frac{1}{p} = \frac{1}{k+1}$$

Sai số tĩnh hầu như tỉ lệ nghịch với hệ số khuếch đại.

b. Nếu hệ là khâu quán tính cùng với một khâu tích phân:

$$\partial = \lim_{p\to 0} \frac{p}{1+\frac{1}{p}\left(\frac{k}{Tp+1}\right)}\frac{1}{p} = 0$$

Sai lệch tĩnh bằng 0 và hệ được gọi là *vô sai tĩnh* hay *vô sai cấp 1* (Astatic)

Ví dụ 4.2:

Nếu tín hiệu vào là hàm tăng dần đều $u(t) = t \Rightarrow U(p) = 1/p^2$, hệ cũng là khâu quán tính và một khâu tích phân. Sai lệch tĩnh được tính như trên:

$$\partial = \lim_{p\to 0} \frac{p}{1+\frac{1}{p}\left(\frac{k}{Tp+1}\right)}\frac{1}{p^2} = \frac{1}{k}$$

Hệ không còn là vô sai tĩnh và sai lệch tĩnh tỉ lệ nghịch với hệ số khuếch đại của hệ thống.

Khâu tích phân và hệ số khuếch đại có ảnh hưởng lớn trong việc xác định sai lệch tĩnh của hệ thống. Nếu tách riêng hai thành phần này trong hàm truyền đạt hở của hệ thống, ta có:

$$W_h(p) = \frac{k}{p^r}\frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + ... + 1}{a_0 p^{n-r} + a_1 p^{n-r-1} + ... + 1} \tag{4.7}$$

và r là *bậc vô sai tĩnh* của hệ thống.

Bảng 4.1 là kết quả của một số trường hợp thường gặp. Ở đây k_p, k_v, k_a tương ứng là hệ số khuếch đại với trường hợp tín hiệu vào là không đổi, tốc độ tín hiệu vào không đổi và gia tốc của tín hiệu vào không đổi.

Tín hiệu vào \ Bậc vô sai tĩnh	$r=0$	$r=1$	$r=2$
$u(t)=1(t),\ U(p)=1/p$	$1/(1+K_p)$	0	0
$u(t)=t,\ U(p)=1/p^2$	∞	$1/k_v$	0
$u(t)=(1/2)t^2,\ U(p)=1/p^3$	∞	∞	$1/k_a$

Bảng 4.1

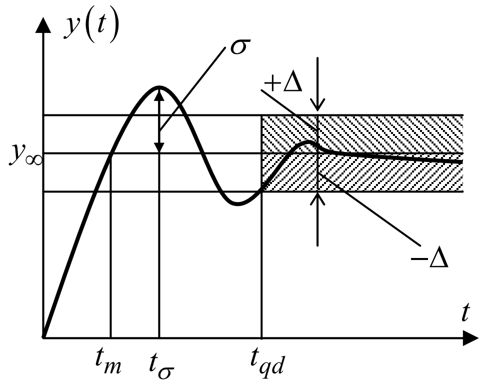
4.3 KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG CỦA HỆ THỐNG Ở QUÁ TRÌNH QUÁ ĐỘ

Một hệ thống ĐKTĐ được gọi là ổn định khi tín hiệu ra của hệ thống tắt dần theo thời gian:

$$\lim_{t\to\infty} y_{qd}(t)=0 \tag{4.8}$$

hay là tín hiệu ra của hệ khi tín hiệu vào $u(t)$ là hàm đơn vị ($u(t)=1(t)$) sẽ tiến tới một giá trị ổn định là hằng số.

Hình 4.2 là hàm quá độ của một hệ điều khiển. Các chất lượng được đánh giá trực tiếp gồm:



Hình 4.2 Hàm quá độ của một hệ điều khiển

1. Sai lệch tĩnh

Sai lệch tĩnh xác định độ chính xác tĩnh của hệ thống:

$$\partial=\lim_{t\to\infty} e(t)=\lim_{p\to 0} pE(p) \tag{4.9}$$

2. Độ quá điều chỉnh

Độ quá điều chỉnh được xác định bởi trị số cực đại của hàm quá độ so với trị số xác lập của nó:

$$\sigma\% = \frac{y_{\max} - y_{\infty}}{y_{\infty}}100 \tag{4.10}$$

3. Thời gian quá độ

Thời gian quá độ t_{qd} được xác định bởi thời điểm mà hàm quá độ $y(t)$ không vượt ra khỏi biên giới của miền giới hạn Δ quanh trị số xác lập. $\Delta = \pm 5\% y_{\infty}$ hay có khi dùng $\Delta = \pm 2\% y_{\infty}$.

4. Thời gian đáp ứng

Thời gian đáp ứng t_m xác định bởi thời điểm mà hàm quá độ lần đầu tiên đạt được trị số xác lập y_{∞} khi có quá điều chỉnh.

5. Thời gian có quá điều chỉnh

Thời gian có quá điều chỉnh t_{σ} được xác định bởi thời điểm hàm quá độ đạt cực đại.

6. Số lần dao động

Số lần dao động N được tính bởi số lần mà hàm quá độ dao động quanh trị số xác lập trong thời kỳ quá độ ($0 < t < t_{qd}$).

σ, t_{σ} và N đặc trưng cho tính chất suy giảm của quá trình quá độ.

t_{qd}, t_m đặc trưng cho tính chất tác động nhanh của hệ.

Như vậy, chất lượng ở quá trình quá độ được đánh giá qua các chỉ tiêu như độ quá điều chỉnh, thời gian quá độ, thời gian đáp ứng, thời gian có quá điều chỉnh…

Có hai phương pháp đánh giá chất lượng này là phương pháp trực tiếp và phương pháp gián tiếp. Phương pháp trực tiếp dựa trên việc đo và xác định chất lượng của hệ theo tín hiệu đầu ra như hàm quá độ. Phương pháp gián tiếp xác định ảnh hưởng cấu trúc và thông số của hệ thống đối với tác động nhanh… của quá trình quá độ. Ở đây ta chỉ xét phương pháp trực tiếp, và cụ thể là đánh giá chất lượng quá độ theo sự phân bố nghiệm của PTĐT.

Hệ thống ĐKTĐ có hàm truyền đạt:

$$W_k(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{Q(p)}{P(p)} \tag{4.11}$$

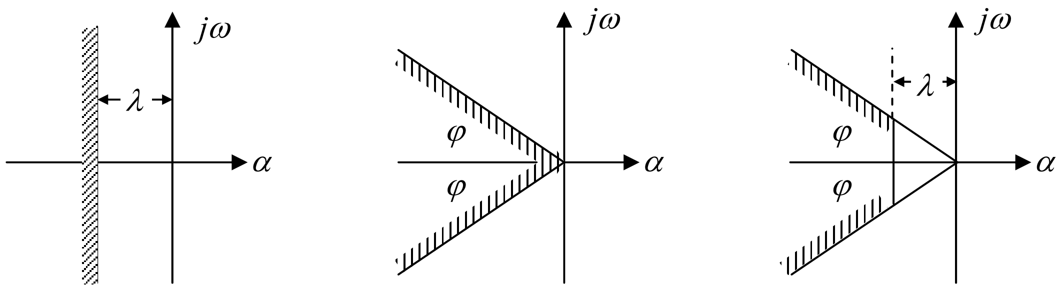
Nếu đầu vào của hệ thống cho tác động một xung đơn vị, nghĩa là $U(p) = 1$ thì đầu ra sẽ nhận được hàm trọng lượng và chuyển đổi Laplace của nó chính là hàm truyền đạt của hệ thống.

Phần này ta chỉ xét cho trường hợp hệ thống ổn định khi tất cả các nghiệm của PTĐT $P(p)=0$ nằm bên trái trục ảo. Dựa vào nghiệm của PTĐT có thể đánh giá được phần nào chất lượng của quá trình quá độ.

- Nếu tất cả các nghiệm của PTĐT phân bố trên trục thực thì hệ thống không dao động.
- Nếu có nghiệm ngoài trục thực thì hệ thống sẽ dao động.

Giải quyết vấn đề này ta có thể dựa vào độ dự trữ ổn định (hệ số tắt dần) và độ dự trữ dao động của hệ thống.

Muốn cho hệ thống có độ dự trữ ổn định λ cho trước, ta chỉ cần thay $p=-\lambda+j\omega$ vào PTĐT của hệ thống và tiến hành phân vùng ổn định để biết vùng nào có độ dự trữ ổn định cao hơn.



Hình 4.3 Các vùng phân bố nghiệm số

Nếu cần giới hạn độ dự trữ dao động của hệ thống là m thì phải thay $p=\omega(m+j)$ vào PTĐT khi ω thay đổi từ $-\infty$ đến 0 và thay $p=\omega(-m+j)$ vào PTĐT khi ω thay đổi từ 0 đến ∞. Hai đường này kết hợp với nhau tạo thành một đường ranh giới chia vùng ổn định thành hai phần, một phần có độ dự trữ dao động $<m$, còn phần kia có độ dự trữ dao động $>m$. Để phân biệt được vùng nào hệ ít dao động hơn cũng sử dụng nguyên lý gạch sọc như phân miền D. Vùng nào có gạch sọc nhiều hơn thì hệ ít dao động hơn.

Chúng ta cũng có thể phân vùng trong tọa độ các tham số sao cho hệ thống có độ dự trữ ổn định là λ và độ dự trữ dao động là m. Muốn vậy ta chia ω thành 3 đoạn: đoạn 1 ω thay đổi từ $-\infty$ đến $-\lambda/m$, đoạn 2 từ $-\lambda/m$ đến λ/m và đoạn 3 thay đổi từ λ/m đến ∞. Trong đoạn thứ 2, việc phân vùng dựa vào độ dự trữ ổn định λ còn hai đoạn kia dựa vào độ dự trữ dao động m. Kết quả của 3 đoạn này sẽ tạo ra một vùng ổn định thỏa mãn về giới hạn λ và m.

Tính tắt dần của quá trình quá độ cơ bản được giải quyết bằng giá trị λ và được xác định gần đúng theo công thức:

$$e(t)=e_0.e^{-\lambda t} \tag{4.12}$$

Trong đó e_0 là giá trị sai lệch ban đầu. Nếu quá trình điều khiển đòi hỏi phải xảy ra trong khoảng thời gian t_d và sai lệch tĩnh là ∂ thì có thể xác định giá trị λ theo:

$$\lambda = \ln\left[e_0/\partial\right]/t_d \tag{4.13}$$

Tính dao động của hệ thống ĐKTĐ có thể được đánh giá gần đúng thông qua giá trị m, tức thông qua nghiệm số của PTĐT nằm trên đường ranh giới với m. Ta có:

$$e(t) = e_0.e^{\omega(-m+j)t} \tag{4.14}$$

Biên độ dao động sau thời gian một nửa chu kỳ $t = T/2$ là:

$$e(T/2) = e_0.e^{-m\omega T/2} = e_0.e^{-m\pi} \tag{4.15}$$

Độ quá điều chỉnh của hệ thống có thể xác định theo công thức:

$$\sigma = \frac{e(T/2)}{e_0} = e^{-m\pi} \tag{4.16}$$

Như vậy có thể xác định giá trị m tới hạn khi hệ thống đòi hỏi có độ quá điều chỉnh $\sigma\%$ cho trước theo công thức:

$$m = -\frac{\ln\sigma}{\pi} \tag{4.17}$$

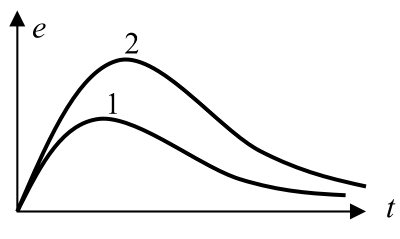
4.4. ĐÁNH GIÁ CHẤT LƯỢNG HỆ THỐNG QUA TIÊU CHUẨN TÍCH PHÂN

Ở đây ta sẽ đánh giá chất lượng hệ thống qua tiêu chuẩn tích phân. Quá trình quá độ điều khiển có thể được đánh giá là tốt hay xấu thông qua giá trị tích phân của sai lệch giữa giá trị chủ đạo và giá trị tức thời đo được của đại lượng cần điều khiển.

Gọi tín hiệu ra của hệ thống là $y(t)$, giá trị của nó ở trạng thái xác lập là y_0, sai lệch của cả quá trình điều khiển là $e(t) = y(t) - y_0$.

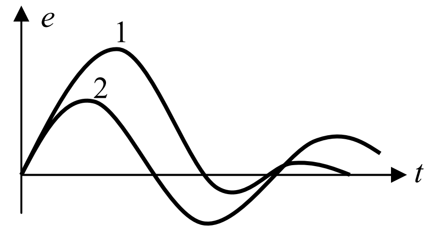
Đối với hệ thống không dao động với sai lệch của tín hiệu điều khiển được mô tả trong hình 4.4 có thể sử dụng tiêu chuẩn tích phân dạng I_1 để đánh giá chất lượng của quá trình quá độ.

$$I_1 = \int_0^\infty e(t)\,dt \tag{4.18}$$



Hình 4.4 Quá độ không dao động

I_1 chính là diện tích hình được tạo bởi đường cong và hai trục tọa độ. Theo hình 4.4, quá trình quá độ trường hợp 1 tốt hơn, giá trị của I_1 trong trường hợp 1 nhỏ hơn. Vậy I_1 càng nhỏ thì quá trình quá độ xảy ra càng nhanh và ngược lại. Quá trình quá độ sẽ tốt nhất nếu $I_1 \to \min$.



Hình 4.5 Quá độ có dao động

Đối với hệ có dao động thì I_1 lại không sử dụng được vì lúc đó, giá trị tích phân có lúc dương, lúc âm phụ thuộc vào dấu của e nên I_1 có giá trị nhỏ nhưng lại không phản ánh đúng chất lượng về hệ thống. Theo hình 4.5, ta nhận thấy quá trình quá độ theo đường 1 tốt hơn nhưng nếu tính theo I_1 thì nó lại cho giá trị lớn hơn. Trong trường hợp này, ta phải sử dụng tích phân dạng:

$$I_2 = \int_0^{\infty} |e| dt \tag{4.19}$$

Với công thức này, dấu của e không còn ảnh hưởng tới giá trị của tích phân nữa. Theo hình 4.5, giá trị I_2 của đường 1 nhỏ hơn đường 2 và quá trình điều khiển sẽ tốt nhất nếu $I_2 \to \min$.

Tuy I_2 có thể sử dụng để đánh giá chất lượng của quá trình quá độ có hay không có dao động nhưng trên thực tế nó ít được sử dụng vì muốn tính theo (4.19) thì phải biết trước đường biến thiên của e.

Để thuận tiện cho việc đánh giá quá trình quá độ, người ta sử dụng tiêu chuẩn tích phân bình phương sai lệch được tính theo công thức dạng:

$$I_3 = \int_0^{\infty} e^2 dt \tag{4.20}$$

Cực tiểu của I_3 ứng với tỉ số tắt dần $\zeta = 0.5$ của hệ bậc hai, có độ quá điều chỉnh lớn hơn ở I_2. I_3 xem nhẹ những diện tích bé vì bình phương của một số nhỏ sẽ nhỏ hơn trị số tuyệt đối của nó. Tuy vậy, I_3 cho phép tính toán và thực hiện đơn giản hơn I_2.

Biến đổi Fourier ngược có dạng:

$$e(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \tag{4.21}$$

nên nếu nhân hai vế với $e(t)$ và lấy tích phân theo t từ 0 đến ∞, ta có:

$$I_3 = \int_0^{\infty} e^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E(j\omega) \left[\int_0^{\infty} e(t) e^{j\omega t} dt \right] d\omega \tag{4.22}$$

vì $$\int_0^{\infty} e(t) e^{j\omega t} dt = E(-j\omega)$$

nên cuối cùng $$I_3 = \int_0^{\infty} e^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |E(j\omega)|^2 d\omega$$

Đây là biểu thức Parseval cho phép tính I_3 và thông số tối ưu của hệ thống theo I_3.

Ta có thể viết

$$I_3 = \frac{1}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{j\infty} \frac{b(p)b(-p)}{a(p)a(-p)}dp \tag{4.23}$$

trong đó: $b(p) = b_0 p^{n-1} + b_1 p^{n-2} + ... + b_{n-1}$

$a(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + ... + a_n$

Với $n = 1,\ I_3 = \dfrac{b_0^2}{2a_1a_2}$

Với $n = 2,\ I_3 = \dfrac{b_0^2 a_2 + b_1^2 a_0}{2a_2a_1a_0}$

Với $n = 3,\ I_3 = \dfrac{b_0^2 a_2 a_3 + \left(b_1^2 - 2b_0b_2\right)a_0a_3 + b_2^2 a_0 a_1}{2a_0a_3\left(-a_0a_3 + a_1a_2\right)}$

Các tích phân trên có một nhược điểm cơ bản là chưa đánh giá ảnh hưởng của tốc độ thay đổi của e lên chất lượng quá trình quá độ. Vì vậy chưa thể khẳng định chắc chắn là giá trị tích phân nhỏ nhất sẽ tương ứng với quá trình điều khiển tốt nhất. Trong nhiều trường hợp, khi chọn được tham số của hệ thống để I_3 là nhỏ nhất nhưng dẫn đến kết quả là hệ thống dao động rất lớn mà thực tế điều khiển không thể chấp nhận được. Để khắc phục nhược điểm này, có thể sử dụng tiêu chuẩn tích phân dạng:

$$I_4 = \int_0^\infty \left[e^2 + \alpha\left(\frac{de}{dt}\right)^2\right]dt \tag{4.24}$$

trong đó α là giá trị cố định, thông thường α được chọn trong khoảng $\dfrac{t_{qd}}{6} < \alpha < \dfrac{t_{qd}}{3}$.

I_4 cho ta sự đánh giá đầy đủ về chất lượng quá trình quá độ. Khi $I_4 \to \min$ nghĩa là đạt được I_3 nhỏ nhưng tốc độ thay đổi của sai lệch cũng không cao. Đối với từng hệ thống riêng biệt phải chọn được giá trị α thích hợp, có thể chọn α nhỏ cho quá trình cho phép dao động lớn.

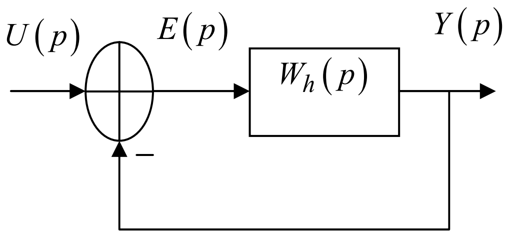
***Ví dụ 4.3*:**

Hãy xác định I_3 của hệ có hàm truyền đạt:

$$W_k(p) = \frac{1}{p^3 + Ap^2 + Bp + 1}$$

và xác định thông số tối ưu của A, B để I_3 đạt cực tiểu?

Giải:



Hình 4.6 Hệ thống ĐKTĐ điển hình

Từ mối quan hệ giữa hàm truyền đạt của hệ hở và kín, ta có:

$$E(p) = \frac{1}{1+W_h(p)}U(p) = \left[1 - W_k(p)\right]U(p)$$

Khi tín hiệu vào có dạng bậc thang đơn vị:

$$E(p) = \left[1 - \frac{1}{p^3 + Ap^2 + Bp + 1}\right]\frac{1}{p}$$

$$= \frac{p^2 + Ap + B}{p^3 + Ap^2 + Bp + 1}$$

Với $n = 3,\ I_3 = \dfrac{b_0^2 a_2 a_3 + \left(b_1^2 - 2b_0 b_2\right)a_0 a_3 + b_2^2 a_0 a_1}{2a_0 a_3\left(-a_0 a_3 + a_1 a_2\right)}$

trong đó: $\begin{cases} a_0 = 1 \\ a_1 = A \\ a_2 = B \\ a_3 = 1 \end{cases},\quad \begin{cases} b_0 = 1 \\ b_1 = A \\ b_2 = B \end{cases}$

Vậy $I_3 = \dfrac{B + \left(A^2 - 2B\right) + AB^2}{2(-1 + AB)} = \dfrac{B(AB-1) + A^2}{2(AB-1)} = \dfrac{B}{2} + \dfrac{A^2}{2(AB-1)}$

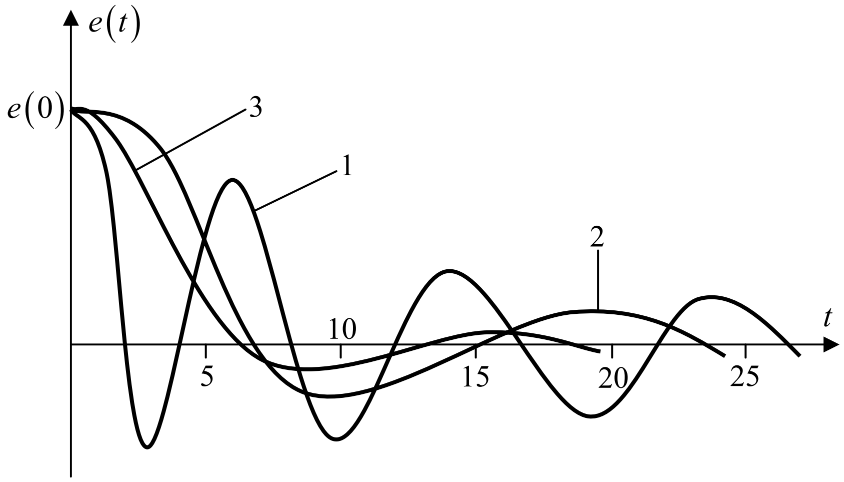
Lấy đạo hàm riêng theo A và B, cân bằng 0 ta có:

$$\frac{\partial I_3}{\partial A} = \frac{2A(AB-1)A^2B}{2(AB-1)^2} = 0$$

$$\frac{\partial I_3}{\partial B} = \frac{1 - A^3/(AB-1)^2}{2}$$

và xác định được $A^* = 1,\ B^* = 2$ ứng với $I_{3\min} = 1.5$.

Đặc tính quá độ của $e(t)$ như hình 4.7. Rõ ràng là theo chỉ tiêu chất lượng I_3, độ quá điều chỉnh khá lớn. Ở hình 4.7 có ba đường cong có cùng một trị số I_3 nhưng đường 1 có chất lượng động xấu nhất và đường 3 có chất lượng tốt nhất.



Hình 4.7 Các dạng đặc tính quá độ của sai lệc e(t)

TÓM TẮT NỘI DUNG HỌC TẬP CHƯƠNG 4

Ổn định mới chỉ là chỉ tiêu đầu tiên để nói rằng hệ thống có làm việc được hay không, còn chất lượng quá trình quá độ mới nói tới việc hệ thống điều khiển tự động có sử dụng được hay không? Có ba chỉ tiêu chất lượng cơ bản là:

+ Chỉ tiêu ở trạng thái tĩnh: được đánh giá dựa vào sai lệch dư của điều khiển và được tính theo công thức: $\partial = \lim\limits_{t\to\infty} e(t)$

+ Chỉ tiêu ở trạng thái quá độ: được đánh giá bằng hai chỉ tiêu cơ bản là thời gian kéo dài của quá trình điều khiển và tính dao động của điều khiển. Các chỉ tiêu này do yêu cầu về chất lượng của quy trình công nghệ đặc ra. Nó được thể hiện qua một số tiêu chí như thời gian điều chỉnh, độ quá điều chỉnh, số lần dao động…

+ Chỉ tiêu tích phân: Dùng để đánh giá chất lượng của quá trình quá độ. Dựa vào đặc điểm của từng loại quá trình quá độ mà ta có thể dùng các chỉ tiêu tích phân khác nhau như quá trình quá độ có dao động, không có dao động…

BÀI TẬP

Bài 1.

Nếu hàm truyền đạt hở của hệ thống có dạng:

$$W_h(p) = \frac{k}{p^r}\frac{b_0p^m + b_1p^{m-1} + ... + 1}{a_0p^{n-r} + a_1p^{n-r-1} + ... + 1}$$

thì r là

a. vô sai cấp 1 của hệ thống

b. vô sai cấp 2 của hệ thống

c. vô sai cấp 3 của hệ thống

d. bậc vô sai tĩnh của hệ thống

Bài 2.

Sai lệch tĩnh của hệ thống được tính theo công thức:

a. $\partial = \lim\limits_{t \to 0} e(t)$

b. $\partial = \lim\limits_{p \to \infty} pE(p)$

c. $\partial = \lim\limits_{p \to 0} pE(p)$

d. $\partial = \lim\limits_{p \to 0} E(p)$

Bài 3.

Độ quá điều chỉnh được xác định theo công thức:

a. $\sigma\% = \dfrac{y_{\max} - y_{\infty}}{y_{\infty}} 100$

b. $\sigma\% = \dfrac{y_{\max} - y_{\infty}}{y_{\max}} 100$

c. $\sigma\% = \dfrac{y_{\max} - y_{\infty}}{y_{\infty}}$

d. $\sigma\% = \dfrac{y_{\max} - y_{\infty}}{100}$

Bài 4.

Đối với hệ không dao động, để đánh giá chất lượng của hệ thống, ta có thể dùng tiêu chuẩn tích phân $I_1 = \int_0^{\infty} e(t)\,dt$, hệ thống đạt chất lượng tốt nhất khi:

a. $I_1 \to \min$

b. $I_1 \to \max$

Bài 5.

Với hệ không dao động, có thể sử dụng tiêu chuẩn tích phân $I_2 = \int_0^{\infty} |e(t)|\,dt$ để đánh giá chất lượng của hệ thống không?

a. Không

b. Có

Bài 6.

Sai số xác lập của hệ thống có hàm truyền đạt hở:

$$W_h(p) = \frac{1}{p^2 + p + k}$$

khi đầu vào $u(t) = 1(t)$ là bao nhiêu?

a. $1/k$

b. k

c. $(1+k)/k$

d. $k/(k+1)$

Bài 7.

Độ quá điều chỉnh của hệ thống càng nhỏ càng tốt, đúng hay sai?

a. đúng

b. sai

Bài 8.

Trong các tiêu chuẩn tích phân, tiêu chuẩn nào cho ta đánh giá chính xác nhất chất lượng quá độ của hệ thống?

a. $I_1 = \int_0^\infty e(t)dt$

b. $I_2 = \int_0^\infty |e(t)|dt$

c. $I_3 = \int_0^\infty e^2 dt$

d. $I_4 = \int_0^\infty \left[e^2 + \alpha\left(\frac{de}{dt}\right)^2 \right] dt$

Bài 9.

Nếu hệ là khâu quán tính có dạng $W(p) = \frac{k}{Tp+1}$ thì sai lệch tĩnh bằng bao nhiêu, với tín hiệu vào $u(t) = 1(t)$?

Bài 10.

Muốn triệt tiêu sai lệch tĩnh trong khâu quán tính ($\partial = 0$) thì phải mắc nối tiếp khâu quán tính đó với khâu có hàm truyền đạt như thế nào để tạo thành hệ vô sai cấp 1?

a. $1/p^2$

b. $1/p$

c. p

d. p^2

CHƯƠNG V. TỔNG HỢP HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG LIÊN TỤC

NỘI DUNG

5.1 GIỚI THIỆU CHUNG

Bộ điều khiển là cơ cấu có cấu trúc nhất định và thông số có thể thay đổi trong phạm vi nhất định. Khác với bộ điều khiển, khâu điều khiển được lắp ráp với thông số cố định, sau đó tính toán đối với một đối tượng cụ thể. Chức năng của bộ điều khiển và khâu điều khiển là như nhau. Có thể mắc cả khâu điều khiển và bộ điều khiển trong cùng một hệ thống để nâng cao chất lượng của nó.

Theo chức năng, bộ điều khiển được phân thành các loại là bộ điều khiển tỉ lệ (P - Proportional), bộ điều khiển tích phân (I – Integration), bộ điều khiển tỉ lệ - tích phân (PI), bộ điều khiển tỉ lệ - vi phân (PD - Proportional Derivative) và bộ điều khiển tỉ lệ vi tích phân (PID). Bộ điều khiển đơn giản nhất là bộ điều khiển tỉ lệ (P), tác dụng của nó như một khâu khuếch đại với hệ số thay đổi được. Thay đổi hệ số khuếch đại có thể làm thay đổi sai lệch tĩnh nhưng không thể triệt tiêu được nó. Hệ số khuếch đại càng lớn thì hệ càng mất khả năng ổn định. Tác dụng của khâu tích phân trong bộ điều khiển là triệt tiêu sai lệch tĩnh, còn chức năng của phần tử vi phân (D) là cải thiện quá trình quá độ nếu xác định đúng thông số của nó.

Trong chương này, ta sẽ đề cập đến các nội dung chính sau:

+ Các phương pháp nâng cao chất lượng hệ thống.

+ Luật điều chỉnh PID.

+ Tính điều khiển được, quan sát được của hệ thống.

5.2 CÁC PHƯƠNG PHÁP NÂNG CAO CHẤT LƯỢNG HỆ THỐNG

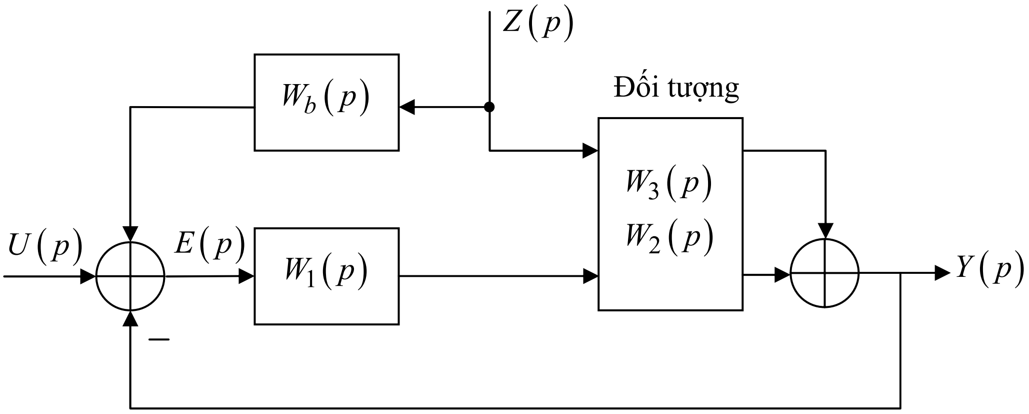
Khi tổng hợp hệ thống điều khiển tự động, điều cốt lõi là phải đảm bảo được chất lượng của quá trình điều khiển theo yêu cầu của quy trình công nghệ, nghĩa là phải xác định được tham số tối ưu của thiết bị điều khiển. Tuy nhiên, có nhiều trường hợp, khi đã xác định được tham số tối ưu của thiết bị điều khiển nhưng vẫn không đáp ứng được chất lượng của quá trình điều khiển. Điều này đòi hỏi chúng ta phải tìm các biện pháp khác để nâng cao chất lượng bằng cách thay đổi cấu trúc của hệ thống điều khiển tự động. Sau đây là một số phương pháp thực hiện với mục đích đó.

5.2.1 Phương pháp bù tác động nhiễu

Trong hệ thống điều khiển tự động có những nhiễu thường xuyên tác động làm ảnh hưởng chất lượng của quá trình điều khiển. Nếu các nhiễu loạn này đo được thì có thể sử dụng nguyên lý bất biến bù tác động nhiễu để nâng cao chất lượng điều khiển của hệ thống. Nếu có một nhiễu nào đó tác động lên hệ thống nhưng tín hiệu đại lượng cần điều khiển và cả sai lệch đều không đổi thì hệ thống bất biến với tác động của nhiễu đó. Như vậy, nếu chúng ta xây dựng được hệ thống bất biến với nhiễu tác động thường xuyên thì chất lượng của quá trình điều khiển được nâng cao rất nhiều. Nhiễu loạn của hệ thống được chia ra làm hai loại là nhiễu phụ tải và nhiễu đặt trước. Chúng ta sẽ xét hệ thống bù cho các nhiễu này.

5.2.1.1 Bù nhiễu phụ tải

Hệ thống điều khiển tự động chịu tác động của nhiễu phụ tải $z(t)$. Yêu cầu đặt ra là phải xây dựng lại hệ thống sao cho nó bất biến với tác động đó. Muốn vậy, trong hệ thống phải ghép thêm phần tử bù với hàm truyền đạt $W_b(p)$ như hình 5.1.



Hình 5.1 Xây dựng hệ thống bất biến với nhiễu phụ tải

Để $y(t)$ bất biến với nhiễu $z(t)$, nghĩa là khi có $z(t)$ tác động thì $y(t)$ vẫn cố định thì cấu trúc của hệ thống phải thỏa mãn điều kiện:

$$W_b(p).W_1(p).W_2(p) + W_3(p) = 0 \tag{5.1}$$

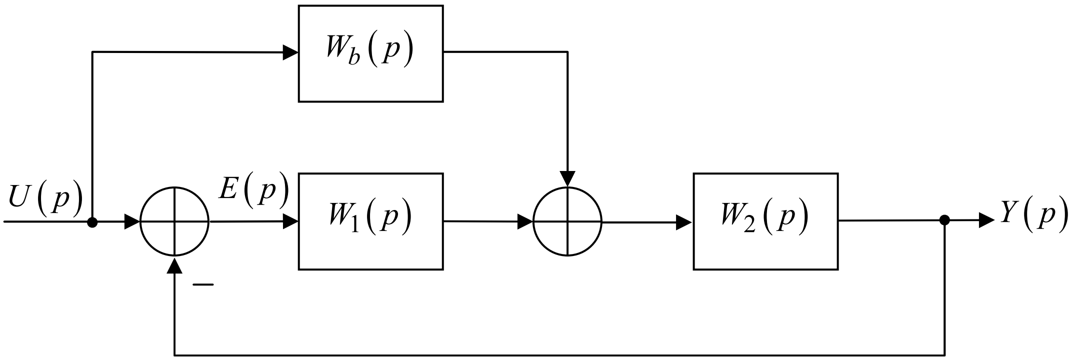
Vậy, hàm truyền đạt của phần tử bù phải được xây dựng theo công thức:

$$W_b(p) = -\frac{W_3(p)}{W_1(p).W_2(p)} \tag{5.2}$$

Khi khối bù có hàm truyền đạt như (5.2) thì $y(t)$ sẽ hoàn toàn cố định khi có tác động $z(t)$. Ta nói $y(t)$ bất biến tuyệt đối so với tác động $z(t)$. Tuy nhiên trong thực tế điều này rất khó thực hiện, vì vậy thường chỉ tồn tại hệ thống bất biến tương đối. Lúc đó phải chọn cấu trúc của khối bù sao cho vừa mang tính thực thi, vừa có hàm truyền đạt gần giống với (5.2) nhất.

5.2.1.2 Bù nhiễu đặt trước

Trong hệ thống điều khiển chương trình, tín hiệu chủ đạo thường thay đổi liên tục. Việc xây dựng hệ thống điều khiển chương trình có độ chính xác cao là rất cần thiết. Nếu chỉ sử dụng các hệ thống điều khiển thông thường thì luôn tồn tại sai lệch dư (xem chương 4). Có thể thay đổi hệ thống điều khiển có độ chính xác cao bằng cách sử dụng nguyên lý bất biến theo tác động của tín hiệu đặt trước. Hình 5.2 là sơ đồ của hệ thống được xây dựng nhằm mục đích này.



Hình 5.2 Sơ đồ hệ thống điều khiển bù nhiễu đặt trước

Điều kiện bất biến ở đây là giá trị ra $y(t)$ của hệ thống phải luôn luôn bằng giá trị đặt $u(t)$, tức giá trị sai lệch $e(t)=0$ khi $u(t)$ thay đổi. Để điều kiện này xảy ra thì cấu trúc của hệ thống phải đảm bảo được đẳng thức:

$$W_b(p).W_2(p)=1 \tag{5.3}$$

Như vậy, hàm truyền đạt của khối bù phải được xây dựng theo công thức:

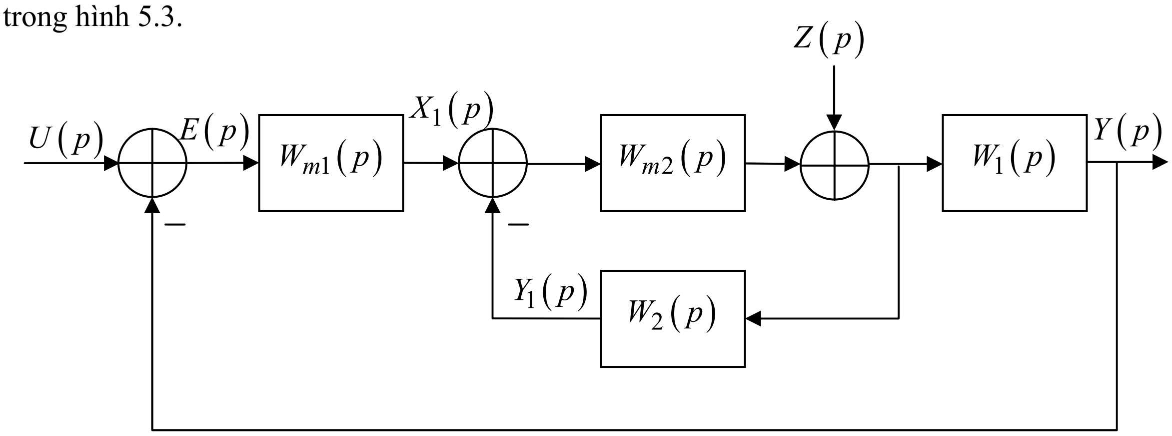
$$W_b(p)=\frac{1}{W_2(p)} \tag{5.4}$$

Khi cấu trúc của khối bù được xây dựng hoàn toàn chính xác theo công thức (5.4) thì sẽ luôn đảm bảo $u(t)=y(t)$ và ta có thể nói hệ thống bất biến với nhiễu đặt trước.

Trong thực tế, $W_2(p)$ là hàm truyền đạt của đối tượng điều khiển có cấu trúc phức tạp nên việc xây dựng hàm truyền đạt của khối bù theo (5.4) là hoàn toàn không thể thực hiện được, có nghĩa là không thể tạo được bất biến tuyệt đối mà chỉ có thể xây dựng hệ thống bất biến tương đối. Cấu trúc của khối bù phải chọn khả thi và hàm truyền đạt của nó gần với công thức (5.4) nhất. Có thể sử dụng phép bù tĩnh là phép bù đơn giản nhất. Trong phép bù tĩnh, hàm truyền đạt của khối bù chỉ là khâu khuếch đại có hệ số khuếch đại bằng giá trị nghịch đảo hệ số truyền của đối tượng.

5.2.2 Phương pháp xây dựng hệ thống điều khiển tầng

Những nguyên nhân cơ bản làm cản trở tốc độ tác động của thiết bị điều khiển và vì vậy, làm giảm độ chính xác của điều khiển là sự chậm trễ và quán tính trong việc truyền tín hiệu theo kênh điều khiển của đối tượng. Trong trường hợp này, nhiều hệ thống điều khiển có cấu trúc mạch vòng không đáp ứng được yêu cầu về chất lượng của quá trình điều khiển ngay cả khi sử dụng các quy luật điều khiển phức tạp với tham số tối ưu của nó. Để nâng cao chất lượng của các hệ thống điều khiển đó, tốt nhất là sử dụng hệ thống điều khiển tầng có sơ đồ cấu trúc được mô tả như trong hình 5.3.



Hình 5.3 Hệ thống điều khiển tầng

Trong cấu trúc của hệ thống không chỉ có một thiết bị điều khiển như hệ thống thông thường mà có hai thiết bị điều khiển. Đại lượng cần điều khiển ở đây là $y(t)$, tín hiệu vào là $u(t)$, hệ thống điều khiển ở đây chính là thếit bị điều khiển với hàm truyền đạt $W_{m1}(p)$ và đối tượng có hàm truyền đạt $W_1(p)$. Do tính chất trễ và quán tính trong việc truyền tín hiệu điều khiển theo kênh $W_1(p)$ nên chất lượng của hệ thống không đáp ứng được yêu cầu. Chất lượng của hệ thống điều khiển sẽ được nâng cao nếu chúng ta xây dựng thêm một mạch điều khiển phụ tự ổn định và một tham số trung gian của đối tượng điều khiển là $y_1(t)$, có hàm truyền đạt là $W_2(p)$. Để ổn định đại lượng trung gian này, thiết bị điều khiển $W_{m2}(p)$ được sử dụng.

Điều cơ bản ở đây là tín hiệu truyền qua đối tượng theo kênh $W_2(p)$ phải nhanh hơn kênh $W_1(p)$. Thiết bị điều khiển $W_{m1}(p)$ không tác động trực tiếp lên đối tượng điều khiển mà tín hiệu ra của nó là tín hiệu chủ đạo cho thiết bị điều khiển $W_{m2}(p)$.

Trong khi tổng hợp hệ thống phải đảm bảo quá trình quá độ của mạch vòng trong $\left(W_{m2}(p)-W_2(p)\right)$ phải xảy ra nhanh hơn rất nhiều so với mạch vòng ngoài (mạch vòng chính với thiết bị điều khiển $W_{m1}(p)$). Như vây, khi có nhiễu $z(t)$ tác động thì máy điều khiển $W_{m2}(p)$ sẽ nhanh chóng tác động theo tín hiệu trung gian $y_1(t)$ để khử ảnh hưởng của nhiễu này lên mạch vòng chính. Rõ ràng, chất lượng của quá trình điều khiển được nâng cao rất nhiều.

Đối tượng điều khiển của thiết bị điều khiển $W_{m2}(p)$ là $W_2(p)$, còn đối tượng điều khiển của thiết bị điều khiển $W_{m1}(p)$ phải được xác định theo công thức:

$$W_{d1}(p) = \frac{W_{m2}(p).W_1(p)}{1 + W_{m2}(p).W_2(p)} \tag{5.5}$$

5.3 HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG VỚI CÁC BỘ ĐIỀU CHỈNH CHUẨN PID.

Bộ điều chỉnh là cơ cấu có cấu trúc nhất định và thông số của nó có thể thay đổi trong phạm vi nhất định. Các hệ thống điều khiển tự động trong công nghiệp hiện nay thường sử dụng các bộ điều chỉnh chuẩn là bộ điều chỉnh tỉ lệ, bộ điều chỉnh tích phân, bộ điều chỉnh tỉ lệ - tích phân, bộ điều chỉnh tỉ lệ – vi phân và bộ điều chỉnh tỉ lệ vi tích phân. Trong phần này chúng ta sẽ đi sâu phân tích chất lượng của hệ thống điều khiển tự động sử dụng các bộ điều chỉnh này.

5.3.1 Quy luật tỉ lệ (P)

Tín hiệu điều khiển trong quy luật tỉ lệ được hình thành theo công thức:

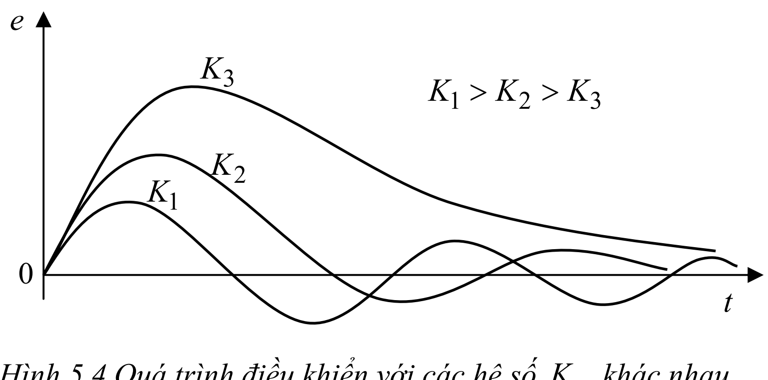
$$x = K_p.e \tag{5.6}$$

Trong đó K_p là hệ số khuếch đại của quy luật. Theo tính chất của khâu khuếch đại (hay khâu tỷ lệ) ta thấy tín hiệu ra của khâu luôn luôn trùng pha với tín hiệu vào. Điều này nói lên ưu điểm của khâu khuếch đại là có độ tác động nhanh. Vì vậy, trong công nghiệp, quy luật tỉ lệ làm việc ổn định với mọi đối tượng. Tuy nhiên, nhược điểm cơ bản của khâu tỉ lệ là khi sử dụng với các đối tượng tĩnh, hệ thống điều khiển luôn tồn tại sai lệch tĩnh. Để giảm giá trị sai lệch tĩnh thì phải tăng hệ số khuếch đại nhưng khi đó, tính dao động của hệ thống sẽ tăng lên và có thể làm hệ thống mất ổn định.

Trong công nghiệp, quy luật tỉ lệ thường được dùng cho những hệ thống cho phép tồn tại sai lệch tĩnh. Để giảm sai lệch tĩnh, quy luật tỉ lệ thường được hình thành theo biểu thức:

$$x = x_0 + K_p.e \tag{5.7}$$

trong đó x_0 là điểm làm việc của hệ thống. Tác động điều khiển luôn giữ cho tín hiệu điều khiển thay đổi xung quanh giá trị này khi xuất hiện sai lệch. Hình 5.4 mô tả quá trình điều khiển với các hệ số K_p khác nhau.



Hình 5.4 Quá trình điều khiển với các hệ số K_p khác nhau

5.3.2 Quy luật tích phân (I)

Trong quy luật tích phân, tín hiệu điều khiển được xác định theo biểu thức:

$$x = K_i \int e.dt = \frac{1}{T_i} \int e.dt \tag{5.8}$$

trong đó $T_i = 1/K_i$ được gọi là hằng số thời gian tích phân

Từ công thức này ta thấy giá trị điều khiển x chỉ đạt được giá trị xác lập (quá trình điều khiển đã kết thúc) khi $e = 0$. Như vậy ưu điểm của quy luật tích phân là triệt tiêu sai lệch tĩnh.

Xét đặc tính của khâu tích phân, tín hiệu ra của nó luôn chậm pha so với tín hiệu vào một góc $\pi/2$, điều này nghĩa là quy luật tích phân có độ tác động chậm. Do sự tác động chậm mà trong công nghiệp, hệ thống điều khiển tự động sử dụng quy luật tích phân kém ổn định. Vì vậy, quy luật này hiện nay ít được sử dụng trong công nghiệp.

5.3.3 Quy luật tỉ lệ - tích phân (PI)

Để hệ thống vừa có tác động nhanh, vừa triệt tiêu được sai lệch dư, người ta kết hợp quy luật tỉ lệ với quy luật tích phân để tạo ra quy luật tỉ lệ - tích phân.

Tín hiệu điều khiển được xác định theo công thức:

$$x = K_p.e + K_i \int e.dt = K_p \left(e + \frac{1}{T_i} \int e.dt \right) \tag{5.9}$$

trong đó: K_p là hệ số khuếch đại

$T_i = K_p/K_i$ là hằng số thời gian tích phân

Hàm truyền đạt của quy luật tỉ lệ tích phân có dạng:

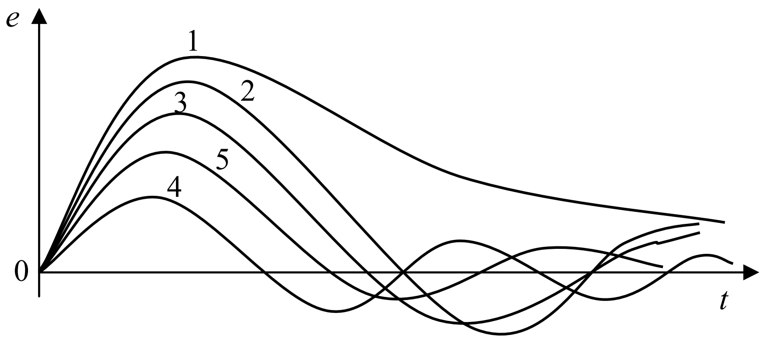
$$W(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i.p} \right) \tag{5.10}$$

Hàm truyền tần số của quy luật PI:

$$W(j\omega) = K_p \left(1 - j\frac{1}{T_i.\omega} \right) \tag{5.11}$$

Như vậy khi $\omega = 0$ thì $\varphi(\omega) = -\pi/2$, còn khi $\omega = \infty$ thì $\varphi(\omega) = 0$. Tín hiệu ra chậm pha so với tín hiệu vào một góc trong khoảng từ $-\pi/2$ đến 0 phụ thuộc vào các tham số K_p, T_i và tần số tín hiệu vào.

Rõ ràng, về tốc độ tác động thì quy luật PI chậm hơn quy luật tỉ lệ nhưng nhanh hơn quy luật tích phân. Hình 5.5 mô tả các quá trình quá độ của hệ thống điều khiển tự động sử dụng quy luật PI với các tham số K_p và T_i khác nhau.



Hình 5.5 Các quá trình quá độ điều khiển của quy luật PI

Đường 1 ứng với K_p nhỏ và T_i lớn. Tác động điều khiển nhỏ nên hệ thống không dao động.

Đường 2 ứng với K_p nhỏ và T_i nhỏ. Tác động điều khiển tương đối lớn và thiên về quy luật tích phân nên hệ thống có tác động chậm, dao động với tần số nhỏ và không tồn tại sai lệch dư.

Đường 3 mô tả quá trình khi K_p lớn và T_i lớn. Tác động điều khiển tương đối lớn nhưng thiên về quy luật tỉ lệ nên hệ thống dao động với tần số lớn và tồn tại sai lệch dư.

Đường 4 tương ứng với quá trình điều khiển khi K_p lớn và T_i nhỏ. Tác động điều khiển rất lớn. Quá trình điều khiển dao động mạnh, thời gian điều khiển kéo dài và không có sai lệch dư.

Đường 5 được xem như là quá trình tối ưu khi K_p và T_i thích hợp với đối tượng điều khiển.

Trong thực tế, quy luật điều khiển PI được sử dụng khá rộng rãi và đáp ứng được chất lượng cho hầu hết các quá trình công nghệ. Tuy nhiên, do có thành phần tích phân nên độ tác động của quy luật bị chậm đi. Vì vậy, nếu đối tượng có nhiễu tác động liên tục mà hệ thống điều khiển lại đòi hỏi độ chính xác cao thì quy luật PI không đáp ứng được.

5.3.4 Quy luật tỉ lệ - vi phân (PD)

Tác động điều khiển của quy luật PD được hình thành theo công thức:

$$x = K_p.e + K_d.\frac{de}{dt} = K_P\left(e + T_d.\frac{de}{dt}\right) \tag{5.12}$$

trong đó: K_p là hệ số khuếch đại

$T_d = K_d / K_p$ là hằng số thời gian vi phân

Có thêm thành phần vi phân làm tăng tốc độ tác động của hệ thống.

Hàm truyền đạt của quy luật tỉ lệ - vi phân có dạng:

$$W(p) = K_p(1 + T_d.p) \tag{5.13}$$

Hàm truyền tần số của quy luật PD:

$$W(j\omega) = K_p(1 + jT_d.\omega) \tag{5.14}$$

Đặc tính pha tần:

$$\varphi(\omega) = \text{arctg}(T_d.\omega) \tag{5.15}$$

Như vậy khi ω thay đổi từ 0 đến ∞ thì đặc tính PT sẽ thay đổi từ 0 đến $\pi/2$. Ta có thể khẳng định tốc độ tác động của quy luật PD còn nhanh hơn cả quy luật tỉ lệ. Tuy nhiên, do có thêm thành phần vi phân nên hệ thống sẽ phản ứng với các nhiễu cao tần có biên độ nhỏ, là điều mà chúng ta không mong muốn, đồng thời quy luật PD cũng không làm giảm sai lệch dư. Vì vậy, trong công nghiệp, quy luật PD chỉ sử dụng ở đâu đòi hỏi tốc độ tác động nhanh như điều khiển tay máy…

5.3.5 Quy luật điều khiển tỉ lệ vi tích phân (PID)

Để tăng tốc độ tác động của quy luật PI, trong thành phần của nó người ta ghép thêm thành phần vi phân và nhận được quy luật điều khiển tỉ lệ vi tích phân. Tác động điều khiển được tính toán theo công thức:

$$x = K_p.e + K_I \int e.dt + K_d.\frac{de}{dt} = K_P\left(e + \frac{1}{T_i}\int e.dt + T_d.\frac{de}{dt}\right) \tag{5.16}$$

trong đó: K_p là hệ số khuếch đại

$T_i = K_p / K_i$ là hằng số thời gian tích phân

$T_d = K_d / K_p$ là hằng số thời gian vi phân

Hàm truyền đạt của quy luật tỉ lệ - vi tích phân có dạng:

$$W(p) = K_p\left(1 + \frac{1}{T_i.p} + T_d.p\right) \tag{5.17}$$

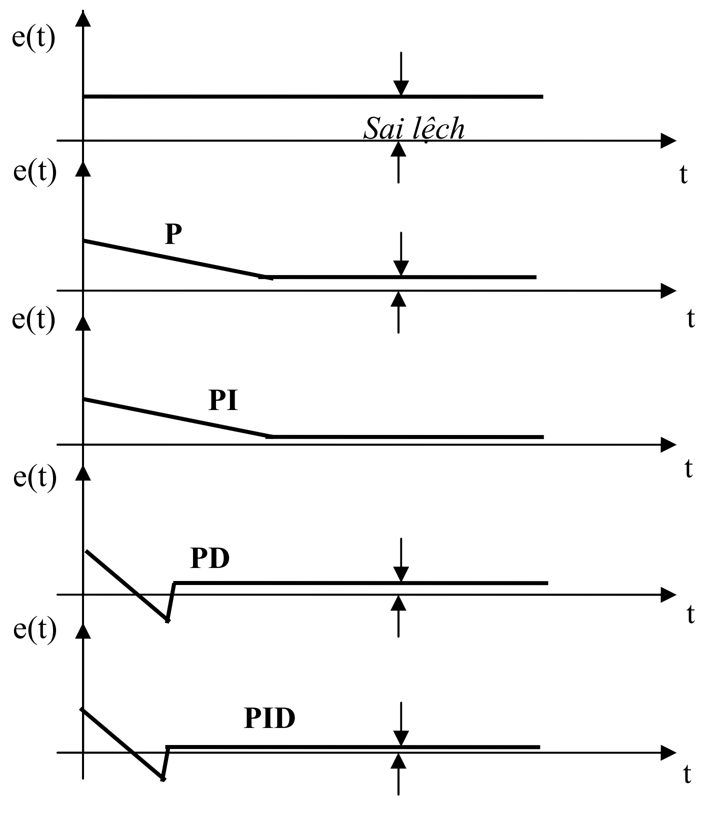
Hàm truyền tần số của khâu PID:

$$W(j\omega) = K_p\left(1 + j\left(T_d.\omega - \frac{1}{T_i.\omega}\right)\right) \qquad (5.18)$$

Đặc tính pha tần:

$$\varphi(\omega) = \text{arctg}\left(\frac{T_i.T_d.\omega^2 - 1}{T_i.\omega}\right) \qquad (5.19)$$

Như vậy khi $\omega = 0$ thì $\varphi(\omega) = -\pi/2$, còn khi $\omega = \sqrt{1/T_i.T_d}$ thì $\varphi(\omega) = 0$ và khi $\omega = \infty$ thì $\varphi(\omega) = \pi/2$. Rõ ràng góc lệch pha của tín hiệu ra so với tín hiệu vào nằm trong khoảng từ $-\pi/2$ đến $\pi/2$, phụ thuộc vào các tham số K_p, T_i, T_d và tần số của tín hiệu vào. Nghĩa là về tốc độ tác động, quy luật PID còn có thể nhanh hơn cả quy luật tỉ lệ. Nói tóm lại, quy luật PID là hoàn hảo nhất. Nó đáp ứng được yêu cầu về chất lượng của hầu hết các quy trình công nghệ nhưng việc hiệu chỉnh các tham số của nó rất phức tạp, đòi hỏi người sử dụng phải có một trình độ nhất định. Vì vậy, trong công nghiệp, quy luật PID chỉ sử dụng ở những nơi cần thiết, khi quy luật PI không đáp ứng được yêu cầu về chất lượng điều chỉnh.



Hình 5.6. Minh hoạ sai lệch điều khiển với các luật điều chỉnh

5.4 TỔNG HỢP HỆ THỐNG TRONG KHÔNG GIAN TRẠNG THÁI

Trong không gian trạng thái, ta xét tính điều khiển được và quan sát được của hệ thống. Khái niệm về điều khiển được và quan sát được (Controllability and Observability) lần đầu tiên do R. Kalman đưa ra.

Các biến trạng thái xuất hiện từ các biến đổi toán học. Số lượng các biến trạng thái thường lớn hơn số lượng các biến đầu ra có thể đo được. Có phải tất cả các biến trạng thái đều có thể điều khiển được hay không? Có thể xác định được tất cả các trạng thái từ các đầu ra đo được hay không?

5.4.1 Tính điều khiển được

Một hệ thống được gọi là điều khiển được nếu ta có thể tìm được một vector điều khiển $u(t)$ để với một tác động đầu vào, hệ thống chuyển từ một trạng thái ban đầu bất kỳ $x(0)$ đến một trạng thái cuối bất kỳ $x(t)$ trong một khoảng thời gian hữu hạn $t-t_0$.

Định lý 5.1. Hệ thống tuyến tính được mô tả bởi phương trình trạng thái cấp n:

$$\dot{x}(t) = A.x(t) + B.u(t) \tag{5.20}$$

được gọi là điều khiển được hoàn toàn khi và chỉ khi ma trận sau có hạng bằng n:

$$P = \begin{bmatrix} B & A.B & A^2.B & \dots & A^{n-1}.B \end{bmatrix} \tag{5.21}$$

Ví dụ 5.1. Cho hệ thống được mô tả bằng phương trình trạng thái sau:

$$\begin{cases} \dot{X} = A.X + B.U \\ y = C.X \end{cases}$$

Trong đó $A = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$

Xét tính điều khiển được của hệ thống?

Giải: Theo công thức (5.21), hệ thống điều khiển được hoàn toàn khi ma trận P sau có hạng bằng 2:

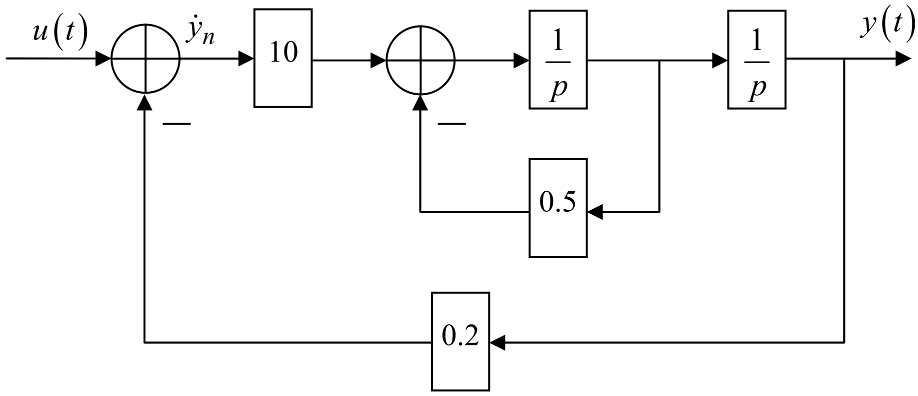
$$P = \begin{bmatrix} B & A.B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & \begin{bmatrix} 0.5 & 9 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} \\ 0 & \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -0.5 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Hạng của ma trận P:

$\text{rank}(P) = 2$ vì $\det(P) = -2 \neq 0$

Kết luận: Hệ thống đã cho điều khiển được hoàn toàn.

Ví dụ 5.2. Cho hệ thống như hình 5.6:



Hình 5.6

Xét tính điều khiển được của hệ thống trên?

Giải: Từ hệ thống như hình 5.6, ta xác định được hàm truyền đạt của hệ kín là:

$$W_k(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{20}{2p^2 + p + 4}$$

Đặt:

$$\begin{cases} x_1 = y \\ \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -2x_1 - 0.5x_2 + 10u \end{cases}$$

Phương trình trạng thái tương ứng là:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 10 \end{bmatrix} u$$

Xét tính điều khiển được của hệ thống theo công thức (5.21):

$$P = \begin{bmatrix} B & A.B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 10 \end{bmatrix} \\ 10 & \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 10 \\ 10 & -5 \end{bmatrix}$$

Hạng của ma trận P:

$\text{rank}(P) = 2$ vì $\det(P) = -100 \neq 0$

Kết luận: Hệ thống đã cho điều khiển được hoàn toàn.

5.4.2 Tính quan sát được

Hệ thống được gọi là quan sát được nếu với các tọa độ đo được ở đầu ra của hệ thống, ta có thể khôi phục được các vector trạng thái $x(t)$ trong một khoảng thời gian hữu hạn.

Định lý 5.2. Hệ tuyến tính dừng liên tục được mô tả bởi phương trình trạng thái:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A.x(t) + B.u(t) \\ y(t) = C.x(t) \end{cases} \tag{5.22}$$

được gọi là quan sát được hoàn toàn khi và chỉ khi ma trận L sau có hạng bằng n:

$$L = \begin{bmatrix} C' & A'.C' & (A')^2.C' & \ldots & (A')^{n-1}.C' \end{bmatrix} \tag{5.23}$$

Ví dụ 5.3. Cho hệ thống được mô tả bởi phương trình trạng thái sau:

$$\begin{cases} \dot{X} = A.X + B.U \\ y = C.X \end{cases}$$

Trong đó $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -0.5 & -0.2 & 0.3 \\ -30 & -65 & -5 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 30 \end{bmatrix}$; $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Xét tính quan sát được của hệ thống?

Giải: Theo công thức (5.23), hệ thống quan sát được hoàn toàn khi ma trận L sau có hạng bằng 3:

$$L = \begin{bmatrix} C' & A'.C' & (A')^2.C' \end{bmatrix}$$

$$C' = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad A' = \begin{bmatrix} 0 & -0.5 & -30 \\ 1 & -0.2 & -65 \\ 0 & 0.3 & -5 \end{bmatrix}$$

$$A'.C' = \begin{bmatrix} 0 & -0.5 & -30 \\ 1 & -0.2 & -65 \\ 0 & 0.3 & -5 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\left(A'\right)^2.C' = A'.\left(A'.C'\right) = \begin{bmatrix} 0 & -0.5 & -30 \\ 1 & -0.2 & -65 \\ 0 & 0.3 & -5 \end{bmatrix}.\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5 \\ -0.2 \\ 0.3 \end{bmatrix}$$

Vậy $L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -0.5 \\ 0 & 1 & -0.2 \\ 0 & 0 & 0.3 \end{bmatrix}$

Hạng của ma trận L:

$\text{rank}\left(L\right) = 3$ vì $\det\left(L\right) = -0.3 \neq 0$

Kết luận: Hệ thống đã cho quan sát được hoàn toàn.

TÓM TẮT NỘI DUNG HỌC TẬP CHƯƠNG 5

Trong chương này chúng ta cần lưu ý một số nội dung sau:

+ Có những hệ thống không thể thỏa mãn được các yêu cầu kỹ thuật đặt ra dù các tham số của bộ điều khiển đã được chọn tối ưu. Trong trường hợp đó, ta phải thay đổi cấu trúc của nó theo các phương pháp khác nhau như phương pháp bù tác động nhiễu (nếu biết được nhiễu tác động vào hệ thống là nhiễu phụ tải hoặc nhiễu đặt trước), phương pháp xây dựng hệ thống điều khiển tầng, phương pháp phân ly…

+ Theo chức năng, các bộ điều chỉnh được phân ra thành bộ điều chỉnh tỉ lệ, bộ điều chỉnh tích phân, bộ điều chỉnh tỉ lệ - tích phân, bộ điều chỉnh tỉ lệ - vi phân và bộ điều chỉnh tỉ lệ vi tích phân. Bộ điều chỉnh P làm giảm sai lệch nhưng không thể triệt tiêu vì hệ số khuếch đại không thể quá lớn. Bộ điều chỉnh I có thể triệt tiêu sai lệch tĩnh nhưng có độ tác động chậm. Bộ điều chỉnh PI có thể thay đổi được tốc độ giảm sai lệch Bộ điều chỉnh PD cải thiện được chất lượng động nhưng không triệt tiêu được sai lệch tĩnh còn bộ điều chỉnh PID kết hợp được các đặc điểm của cả ba thành phần PID là hệ thống có thể làm việc ổn định với mọi đối tượng, triệt tiêu được sai lệch tĩnh của hệ thống và bộ điều khiển có tác động nhanh.

+ Khi hệ thống được biểu diễn trong không gian trạng thái, ta xét đến hai đặc điểm của hệ thống là tính điều khiển được và tính quan sát được hoàn toàn các biến trạng thái.

BÀI TẬP

Bài 1.

Có thể có bộ điều khiển vi phân (D – Derivative)?

a. Đúng

b. Sai

Bài 2.

Bộ điều khiển tỉ lệ có tác dụng như một khâu:

a. Khuếch đại

b. Tích phân

c. Vi phân

d. Khâu trễ

Bài 3.

Trong quy luật tích phân, tín hiệu điều khiển được xác định theo biểu thức: $x = K_i \int e.dt = \frac{1}{T_i} \int e.dt$ (trong đó $T_i = 1/K_i$ được gọi là hằng số thời gian tích phân). Vậy tại sao ưu điểm của quy luật tích phân là triệt tiêu sai lệch tĩnh?

Bài 4.

Theo tính chất của khâu khuếch đại ta thấy tín hiệu ra của khâu luôn luôn trùng pha với tín hiệu vào. Điều này nói lên ưu điểm của khâu khuếch đại là có độ tác động nhanh, điều đó đúng hay sai?

a. Sai

b. Đúng

Bài 5.

Khi ω thay đổi từ 0 đến ∞ thì đặc tính pha tần của bộ điều khiển PD sẽ thay đổi như thế nào?

a. Từ $-\pi/2$ đến $\pi/2$

b. Từ $-\pi/2$ đến 0

c. Bằng $\pi/2$, không thay đổi

d. Từ 0 đến $\pi/2$

Bài 6.

Trong công nghiệp, quy luật tỉ lệ (P) thường được dùng cho những hệ thống có đặc điểm gì?

a. Cho phép tồn tại sai lệch tĩnh

b. Không ổn định

c. Yêu cầu độ tác động rất nhanh

d. Yêu cầu độ chính xác của điều khiển phải cao

Bài 7.

Nói về độ tác động, quy luật PID còn có thể nhanh hơn cả quy luật tỉ lệ, điều đó đúng hay sai?

a. Sai

b. Đúng

Bài 8.

Tác dụng của khâu tích phân trong bộ điều khiển?

a. Triệt tiêu sai lệch tĩnh

b. Rút ngắn quá trình quá độ của hệ thống

c. Làm tăng tốc độ của bộ điều khiển

d. Làm giảm tốc độ của bộ điều khiển

Bài 9.

Cho hệ thống có hàm truyền đạt hở dạng:

$$W_h(p) = \frac{10p+4}{8p^3+5p^2}$$

Tìm sai số xác lập của hệ thống nếu tín hiệu hiệu vào $u(t) = 1(t)$?

Bài 10.

Hệ thống tuyến tính được mô tả bởi phương trình trạng thái cấp n:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A.x(t) + B.u(t) \\ y(t) = C.x(t) \end{cases}$$

được gọi là điều khiển được hoàn toàn khi và chỉ khi ma trận P có hạng bằng n. Vậy ma trận P được xây dựng như thế nào?

a. $P = \begin{bmatrix} B' & A.B' & A^2.B' & \ldots & A^{n-1}.B' \end{bmatrix}$

b. $P = \begin{bmatrix} C' & A'.C' & (A')^2.C' & \ldots & (A')^{n-1}.C' \end{bmatrix}$

c. $P = \begin{bmatrix} C & A'.C & (A')^2.C & \ldots & (A')^{n-1}.C \end{bmatrix}$

d. $P = \begin{bmatrix} B & A.B & A^2.B & \ldots & A^{n-1}.B \end{bmatrix}$

Bài 11.

Cho hệ thống được mô tả bằng phương trình trạng thái dạng:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A.x(t) + B.u(t) \\ y(t) = C.x(t) \end{cases}$$

với $A = \begin{bmatrix} 0.5 & 1.5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$; $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$

Hệ thống này có quan sát được hoàn toàn không?

Bài 12.

Cho hệ thống được mô tả bằng phương trình trạng thái dạng:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A.x(t) + B.u(t) \\ y(t) = C.x(t) \end{cases}$$

với $A = \begin{bmatrix} 0.5 & 3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$; $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$

Hệ thống này có điều khiển được hoàn toàn không?

CHƯƠNG VI. MÔ TẢ TOÁN HỌC HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG RỜI RẠC

NỘI DUNG

6.1 KHÁI NIỆM CHUNG

Phụ thuộc vào tính chất truyền tín hiệu và hệ thống ĐKTĐ tuyến tính được phân ra thành hệ thống liên tục tuyến tính và hệ thống rời rạc tuyến tính.

+ Nếu trong tất cả các mắt xích của hệ thống, tín hiệu được truyền đi liên tục thì hệ được gọi là hệ liên tục.

+ Nếu tại một mắt xích nào đó, tín hiệu không được truyền đi liên tục (bị rời rạc hoá) thì hệ là hệ rời rạc tuyến tính (hay hệ xung-số).

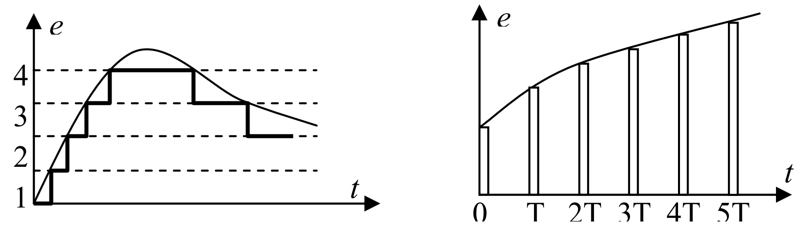
Trong phần trước chúng ta đã nghiên cứu về hệ thống liên tục tuyến tính. Trong phần này, chúng ta sẽ nghiên cứu về hệ thống rời rạc tuyến tính.

Trong bất cứ một hệ thống rời rạc nào cũng tồn tại ít nhất một phần tử đóng vai trò chuyển tín hiệu từ liên tục thành rời rạc. Đây được gọi là quá trình lượng tử hóa. Có ba phương pháp lượng tử hóa là lượng tử hóa theo mức, lượng tử hóa theo thời gian và lượng tử hóa hỗn hợp.

+ Lượng tử hóa theo mức: giá trị tín hiệu ra được quy định theo những mức nhất định phụ thuộc vào giá trị vào của tín hiệu.

+ Lượng tử hóa theo thời gian: là phép lượng tử được thực hiện sau những khoảng thời gian bằng nhau gọi là chu kỳ lấy mẫu T. Phần tử thực hiện phép lượng tử này là phần tử xung. hệ thống ĐKTĐ có phần tử xung (hình 6.2) được gọi là hệ thống điều khiển xung - số (hay hệ rời rạc). Quá trình hình thành xung ở đầu ra của phần tử xung phụ thuộc vào biên độ của tín hiệu tại thời điểm lấy mẫu, và được gọi là quá trình điều chế xung. Có bốn phương pháp điều chế xung là điều chế theo biên độ, điều chế theo độ rộng, điều chế theo pha và điều chế theo tần số. Trong hệ thống này thường sử dụng các phần tử xung có phương pháp điều chế theo biên độ hoặc theo độ rộng xung. Ngoài phần tử xung, các phần tử còn lại trong hệ thống là những phần tử tuyến tính, vì vậy nó được gọi là hệ thống điều khiển rời rạc tuyến tính. Trong phần này ta sẽ đi sâu nghiên cứu hệ thống dạng này.

+ Lượng tử hỗn hợp: thực hiện bằng cách chia giá trị tín hiệu ra những mức cách đều nhau. Khoảng cách giữa các mức lân cận được gọi là một bước lượng tử. Chu kỳ lấy mẫu là cố định, giá trị tín hiệu ra bằng giá trị mức lượng tử gần với giá trị tín hiệu vào tại thời điểm lấy mẫu nhất.

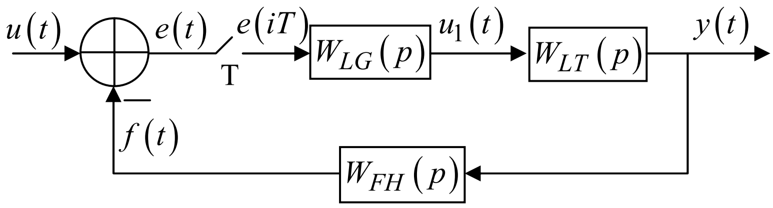


(a) (b)

Hình 6.1 Một số phương pháp lượng tử

(a). Lượng tử hóa theo mức (b). Lượng tử hóa theo thời gian (điều chế theo biên độ)

6.1.1 Sơ đồ khối hệ thống



Hình 6.2 HTĐKTĐ rời rạc tuyến tính

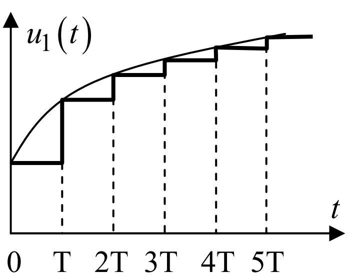
Nhận xét:

+ Trong hệ thống, ngoài T là phần tử tạo xung lý tưởng (xung Diract), các phần tử còn lại trong hệ thống là tuyến tính nên hệ thống được gọi là hệ thống rời rạc tuyến tính hay hệ xung - số.

+ Khóa T được mắc nối tiếp với khâu $W_{LG}(p)$ có tác dụng định hình xung từ dạng xung lý tưởng. Phần liên tục $W_{LT}(p)$ là phần tử cơ bản nhất của hệ thống xung - số.

+ Để phân tích hệ thống, người ta ghép hai khâu $W_{LG}(p)$ và $W_{LT}(p)$ tạo nên phần tử liên tục quy đổi: $W_{LTQD}(p) = W_{LG}(p) * W_{LT}(p)$.

6.1.2 Bộ lưu giữ bậc 0 (ZOH – Zero Order Hold)

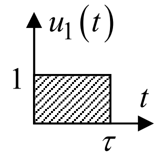


Hình 6.3 Bộ lưu giữ bậc 0

Trong hệ thống rời rạc như trên, $W_{LG}(p)$ là hàm truyền đạt của bộ lưu giữ bậc 0. Tùy thuộc vào dạng xung thực tế của bộ tạo xung lý tưởng T mà $W_{LG}(p)$ có các dạng khác nhau.

Bộ lưu giữ bậc 0 là bộ mà trong khoảng thời gian T, giá trị hàm rời rạc được giữ không đổi với T là chu kỳ cắt mẫu.

$$u_1(t) = u_1(iT) \qquad iT \le t \le (i+1)T \tag{6.1}$$



Hình 6.4 Xung Diract

Giả sử phần tử tạo xung thực tế $(\mathrm{T} + W_{LG}(p))$ tạo ra xung Diract (biên độ: 1, độ rộng: τ): $u_1(t) = 1(t) - 1(t-\tau)$.

$$W_{LG}(p) = \frac{U_1(p)}{L\{\delta(t)\}} = \frac{1}{p}\left(1 - e^{-p\tau}\right)$$

Đặt $\tau = \gamma T$ trong đó γ là hệ số tỉ lệ, $0 \le \gamma \le 1$, thường $\gamma = 1$ và T là chu kỳ lấy mẫu.

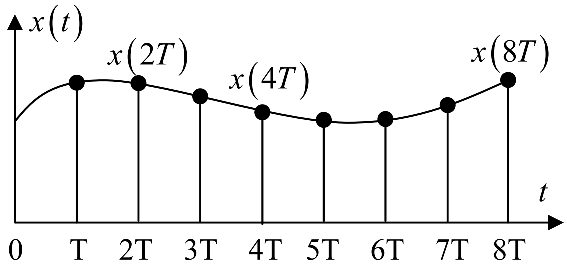
Vậy, hàm truyền đạt của khâu lưu giữ bậc 0:

$$W_{LG}(p) = \frac{U_1(p)}{L\{\delta(t)\}} = \frac{1}{p}\left(1 - e^{-pT}\right) \tag{6.2}$$

6.1.3 Tần số cắt mẫu T (chu kỳ cắt mẫu)

+ Việc biến đổi từ tín hiệu liên tục sang rời rạc được gọi là quá trình cắt mẫu hay quá trình lượng tử hóa.

+ Thông thường, trong hệ thống số, $T = \text{const}$, tức tín hiệu được lượng tử hóa theo thời gian. $x(t)$ là tín hiệu liên tục và $x(iT)$ là tín hiệu rời rạc tương ứng.



Hình 6.5 Quá trình lượng tử hóa theo thời gian

6.2 MÔ TẢ TOÁN HỌC TÍN HIỆU RỜI RẠC

** Sai phân của hàm rời rạc:*

- Nếu dãy xung $x(nT)$ có độ rộng vô cùng nhỏ, ta có thể xem đó là xung tức thời, dãy xung đó chính là hàm rời rạc $x(i)$.

- Đối với hàm rời rạc $x(i)$, không có phép tính đạo hàm, tích phân, vi phân nhưng có phép tính tương tự là sai phân và tổng.

Hàm rời rạc $x(i)$ là tập hợp một dãy xung tức thời $x(nT)$ có giá trị bằng giá trị tín hiệu liên tục tại thời điểm lấy mẫu, độ rộng của xung bằng 0 và thời điểm lấy mẫu là nT với T là chu kỳ lấy mẫu và $n = 0, 1, ..., n$. Sai phân cấp 1 của hàm rời rạc biểu thị sự sai khác của hai xung lân cận và được tính theo công thức:

$$\Delta x(i) = x(i+1) - x(i)$$

Sai phân cấp 1 của hàm rời rạc tương đương như đạo hàm cấp 1 của tín hiệu liên tục $x(t)$. Sai phân cấp 2:

$$\Delta^2 f(i) = \Delta f(i+1) - \Delta f(i) = f(i+2) - 2f(i+1) + f(i)$$

Vậy có thể trực tiếp xác định sai phân bậc 2 của hàm rời rạc mà không cần phải thông qua sai phân bậc 1. Đây chính là sự khác nhau giữa phép tính sai phân của hàm rời rạc và phép tính đạo hàm của hàm liên tục. Sai phân cấp n:

$$\Delta^n f(i) = \sum_{j=0}^{n} (-1)^{n-j} \frac{n!}{j!(n-j)!} f(i+j) \tag{6.3}$$

** Phổ và ảnh của tín hiệu rời rạc*:

Tín hiệu rời rạc $x^*(t)$ được mô tả bằng biểu thức:

$$x^*(t) = \sum_{n=0}^{\infty} x(nT)\partial(t - nT) \tag{6.4}$$

Chuyển đổi Laplace của hàm rời rạc $x^*(t)$ được gọi là chuyển đổi Laplace rời rạc và được xác định theo biểu thức:

$$X^*(p) = \sum_{n=0}^{\infty} x(nT) \int_0^{\infty} \partial(t - nT) e^{-pt} dt \tag{6.5}$$

Giá trị tích phân bằng e^{-pnT}, như vậy ảnh của hàm rời rạc $x^*(t)$ có dạng:

$$X^*(p) = \sum_{n=0}^{\infty} x(nT) e^{-pnT} \tag{6.6}$$

Phổ của tín hiệu rời rạc được xác định bằng cách thay $p = j\omega$ vào (6.6):

$$X^*(j\omega) = \sum_{n=0}^{\infty} x(nT) e^{-j\omega nT} \tag{6.7}$$

Đặc trưng cơ bản của phổ và ảnh của hàm rời rạc là nó có tính chu kỳ với tần số $\omega_0 = 2\pi/T$ vì:

$$e^{-j(\omega - k\omega_0)nT} = e^{-j\omega nT}.e^{-kn2\pi j} = 2^{-j\omega nT} \tag{6.8}$$

Vì vậy, khi nghiên cứu phổ và ảnh của tín hiệu rời rạc, ta chỉ nghiên cứu trong giải tần số $-\omega_0/2 \le \omega \le \omega_0/2$.

6.3 MÔ TẢ TOÁN HỌC HỆ THỐNG RỜI RẠC

6.3.1 Biến đổi Z

Thay $z = e^{pT}$ với $p = \alpha + j\omega$ vào (6.6), biểu thức ảnh của hàm rời rạc là:

$$X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x(nT) z^{-n} \tag{6.9}$$

$X(z) = Z\{x(n)\}$ được gọi là chuyển đổi z của hàm rời rạc $x^*(t)$. Sau đây là một số tính chất của chuyển đổi Z :

+ Tính tuyến tính:

$$Z\{ax_1[n] + bx_2[n]\} = a.Z\{x_1[n]\} + b.Z\{x_2[n]\} \tag{6.10}$$

+ Tính chất hàm trễ:

Nếu $Z\{f[n]\} = F(z)$ thì $Z\{f[n-k]\} = z^{-k}F(z)$

+ Chuyển đổi Z của sai phân:

Sai phân cấp 1: $Z\left[\Delta x(n)\right]=Z\left[y(n)\right]=Y(z)=(z-1)X(z)-zx(0)$

Sai phân cấp 2: $Z\left[\Delta^2 x(n)\right]=Z\left[\Delta y(n)\right]=(z-1)Y(z)-zy(0)$

Tương tự như vậy, ta có thể xác định chuyển đổi Z của các sai phân bậc cao hơn trên cơ sở chuyển đổi Z của các sai phân bậc thấp hơn đã xác định.

+ Chuyển đổi Z của hàm tích chập hai hàm số:

$$\begin{aligned} Z\left\{\sum f_1(mT).f_2\left[(n-m)T\right]\right\} &= Z\left\{\sum f_1\left[(n-m)T\right].f_2(mT)\right\} \\ &= Z\left\{f_1(mT)\right\}.Z\left\{f_2(nT)\right\}=F_1^*(p).F_2^*(p) \end{aligned} \tag{6.11}$$

6.3.2 Mô tả toán học bằng phương trình sai phân

- Trong hệ liên tục, mô tả động học của hệ thống bằng PTVP:

$$a_0\frac{d^n y}{dt^n}+a_1\frac{d^{n-1}y}{dt^{n-1}}+\ldots+a_{n-1}\frac{dy}{dt}+a_n y=b_0\frac{d^m u}{dt^n}+b_1\frac{d^{m-1}y}{dt^{n-1}}+\ldots+b_{m-1}\frac{du}{dt}+b_m u \tag{6.12}$$

- Trong hệ rời rạc, mô tả động học của hệ thống bằng phương trình sai phân:

$$a_0\Delta^n y(i)+a_1\Delta^{n-1}y(i)+\ldots+a_{n-1}\Delta y(i)+a_n y(i)=u(i) \tag{6.13}$$

hay

$$a_0 y(i+n)+a_1 y(i+n-1)+\ldots+a_{n-1}y(i+1)+a_n y(i)=u(i) \tag{6.14}$$

với: $a_0,\ a_n \neq 0$

$y(i),\ u(i)$ là tín hiệu ra, vào rời rạc.

Chú ý: Đối với hệ liên tục, cấp của đạo hàm cao nhất của PTVP chính là cấp của PTVP, còn ở hệ rời rạc, cấp của sai phân cao nhất không trùng với cấp cao nhất của phương trình sai phân.

***Ví dụ 6.1*:** Hệ thống được mô tả bởi phương trình sai phân dạng (6.13):

$$\Delta^3 y(i)+2\Delta^2 y(i)+6\Delta y(i)+5y(i)=0$$

Ta biến đổi nó về dạng (6.13) bằng cách dùng công thức (6.3):

$$y(i+3)-y(i+2)+5y(i+1)=0$$

Đặt $j=i+1$ ta có phương trình sai phân tương đương:

$$y(j+2)-y(j+1)+5y(j)=0$$

Vậy cấp của sai phân cao nhất là 3 và $\neq$ cấp cao nhất của phương trình sai phân là 2.

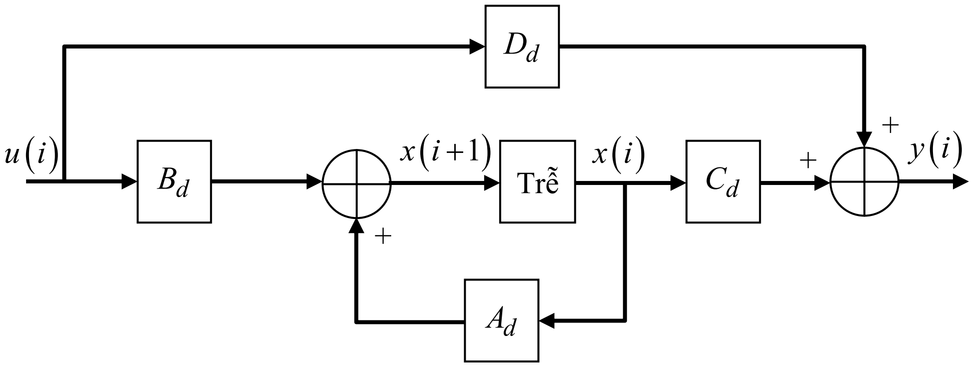
Vập phương trình sai phân có cấp n khi $a_0,\ a_n \neq 0$.

6.3.3 Mô tả trong không gian trạng thái

Tương tự như trong hệ liên tục, phương trình trạng thái mô tả hệ rời rạc có dạng:

$$\begin{cases} x(i+1) = A_d x(i) + B_d u(i) \\ y(i) = C_d x(i) + D_d u(i) \end{cases} \tag{6.15}$$

Hình 6.6 là sơ đồ cấu trúc trạng thái biểu diễn hệ (6.14)



Hình 6.6 Sơ đồ cấu trúc trạng thái của hệ rời rạc

6.3.4 Chuyển từ hệ liên tục sang hệ rời rạc

Hệ thống liên tục tuyến tính được mô tả dưới dạng phương trình trạng thái dạng:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \tag{6.16}$$

Cách 1: Dùng biến đổi Laplace:

$$\begin{cases} A_d = \Phi(T) \\ B_d = \int_0^T \Phi(\tau) B d\tau \\ C_d = C \\ D_d = D \end{cases} \tag{6.17}$$

trong đó, $\Phi(t) = L^{-1}\left\{(pI - A)^{-1}\right\}$ với I là ma trận đơn vị có hạng bằng hạng của ma trận A.

Cách 2: Tiến hành tính gần đúng đạo hàm cấp 1:

$$\dot{x} \approx \frac{\Delta x}{T} = \left[x(i+1) - x(i)\right]/T \tag{6.18}$$

$$\begin{cases} A_d = I + TA \\ B_d = TB \\ C_d = C \\ D_d = D \end{cases} \tag{6.19}$$

Cách 3: Phương pháp hình thang. Ta thay thế gần đúng đạo hàm như sau:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) \approx \left[x(i+1) - x(i) \right] / T \\ x(t) = x_{tb} = \left[x(i+1) + x(i) \right] / 2 \\ u = u(i) \end{cases} \tag{6.20}$$

$$\begin{cases} A_d = \left[I - \dfrac{TA}{2} \right]^{-1} . \left[I + \dfrac{TA}{2} \right] \\ B_d = \left[I - \dfrac{TA}{2} \right]^{-1} .T.B \\ C_d = C \\ D_d = D \end{cases} \tag{6.21}$$

6.3.5 Quan hệ giữa các phương pháp mô tả

Giả sử hệ thống rời rạc được mô tả bằng phương trình sai phân dạng:

$$a_0 y(i+l) + a_1 y(i+l-1) + ... + a_{l-1} y(i+1) + a_l y(i) = ku(i) \tag{6.22}$$

Đặt :

$$\begin{cases} y(i) = y_1(i) \\ y_1(i+1) = y_2(i) - A_1 y_1(i) \\ y_2(i+1) = y_3(i) - A_2 y_1(i) \\ ... \\ y(i+l) = k_0 u(i) - A_l y_1(i) \end{cases} \tag{6.23}$$

với $k_0 = k/a_0$, $A_i = a_i/a_0$

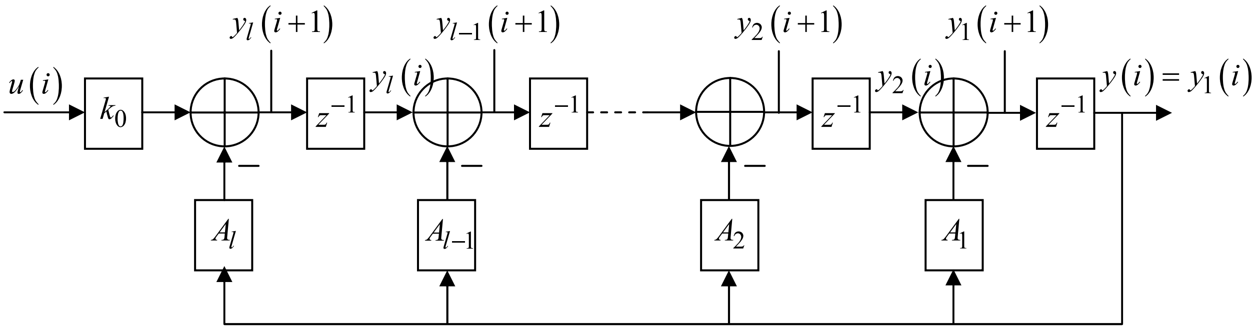
được gọi là phương trình trạng thái của hệ thống rời rạc. Các biến y_1, y_2,..., y_l được gọi là các biến trạng thái. Hệ trên viết dưới dạng vector ma trận:

$$\begin{bmatrix} y_1(i+1) \\ y_2(i+1) \\ ... \\ y_l(i+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -A_1 & 1 & ... & 0 \\ -A_2 & 0 & ... & 0 \\ ... & ... & ... & ... \\ -A_l & 0 & ... & -A_l \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} y_1(i) \\ y_2(i) \\ ... \\ y_l(i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ ... \\ k_0 \end{bmatrix} u(i) \tag{6.24}$$

Tín hiệu ra của hệ thống được xác định theo công thức:

$$y(i)=\begin{bmatrix}1 & 0 & \dots & 0\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}y_1(i)\\ y_2(i)\\ \dots\\ y_l(i)\end{bmatrix} \tag{6.25}$$

Hình 6.7 là sơ đồ cấu trúc hệ thống được mô tả bởi (6.22). Chú ý, tín hiệu vào trước khâu z^{-1} là đạo hàm tín hiệu ra của nó.



Hình 6.7 Sơ đồ cấu trúc hệ thống

Trên cơ sở này, ta dễ dàng xây dựng được sơ đồ cấu trúc của hệ thống rời rạc mà quá trình động học được mô tả bằng phương trình sai phân có dạng:

$$a_0y(i+l)+a_1y(i+l-1)+\dots+a_{l-1}y(i+1)+a_ny(i)=b_0u(i+m)+b_1u(i+m-1)+\dots+b_{m-1}u(i+1)+b_mu(i)$$
(6.26)

Chia cả hai vế cho a_0 ta có:

$$y(i+l)+A_1y(i+l-1)+\dots+A_{l-1}y(i+1)+A_ny(i)=B_0u(i+m)+B_1u(i+m-1)+\dots+B_{m-1}u(i+1)+B_mu(i)$$
(6.27)

Với $A_i=a_i/a_0$, $B_i=b_i/a_0$.

Hàm truyền đạt của hệ thống có dạng:

$$W(z)=\frac{B_0z^m+B_1z^{m-1}+\dots+B_{m-1}z+B_m}{A_0z^l+A_1z^{l-1}+\dots+A_{l-1}z+A_l} \tag{6.28}$$

Đặt:
$$\begin{cases}y_1(i)=y(i)\\ y_1(i+1)=y_2(i)-A_1y_1(i)+B_0u(i)\\ y_2(i+1)=y_3(i)-A_2y_1(i)+B_1u(i)\\ \dots\\ y_{l-1}(i+1)=y_l(i)-A_{l-1}y_1(i)+B_{m-1}u(i)\\ y_l(i+1)=-A_ly_1(i)+B_mu(i)\end{cases}$$

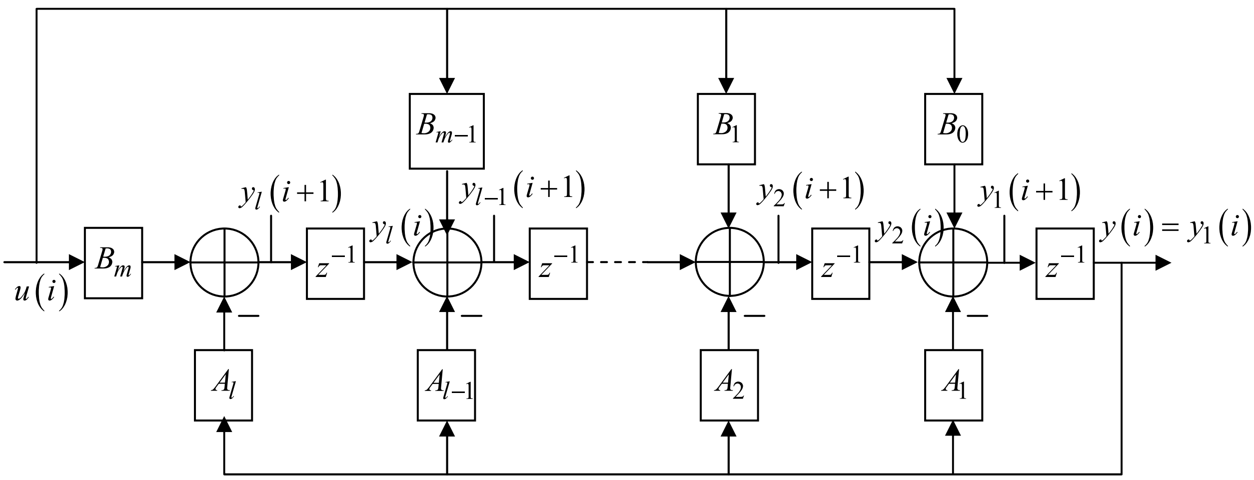
Vậy là có hệ phương trình trạng thái viết dưới dạng vector là:

$$\begin{bmatrix} y_1(i+1) \\ y_2(i+1) \\ \dots \\ y_l(i+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -A_1 & 1 & \dots & 0 \\ -A_2 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -A_l & 0 & \dots & -A_l \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} y_1(i) \\ y_2(i) \\ \dots \\ y_l(i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_0 \\ B_1 \\ \dots \\ B_m \end{bmatrix} u(i) \qquad (6.29)$$

Tín hiệu ra của hệ thống được xác định theo công thức:

$$y(i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} y_1(i) \\ y_2(i) \\ \dots \\ y_l(i) \end{bmatrix} \qquad (6.30)$$

Hình 6.8 là sơ đồ cấu trúc hệ thống được mô tả bởi (6.27). Chú ý, tín hiệu vào trước khâu z^{-1} là đạo hàm tín hiệu ra của nó.



Hình 6.8 Sơ đồ cấu trúc hệ thống

6.4 HÀM TRUYỀN ĐẠT TRONG HỆ THỐNG RỜI RẠC

Tương tự như trong hệ thống liên tục tuyến tính, chuyển đổi Laplace rời rạc của hàm trọng lượng rời rạc sẽ là hàm truyền đạt của hệ thống rời rạc.

6.4.1 Hàm truyền đạt của hệ hở

* Xác định hàm truyền đạt theo phương trình sai phân:

Giả sử hệ rời rạc được mô tả bằng phương trình sai phân dạng:

$$a_0 y(i+n) + a_1 y(i+n-1) + \dots + a_n y(i) = b_0 u(i+m) + b_1 u(i+m-1) + \dots + b_b u(i) \qquad (6.31)$$

Với điều kiện đầu triệt tiêu, nhờ công thức biến đổi Z ta có:

$$\left(a_0z^n + a_1z^{n-1} + ... + a_n\right)Y(z) = \left(b_0z^m + b_1z^{m-1} + ... + b_m\right)U(z) \tag{6.32}$$

Hàm truyền đạt trong hệ rời rạc là tỉ số giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào theo biến đổi Z :

$$W(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{b_0z^m + b_1z^{m-1} + ... + b_m}{a_0z^n + a_1z^{n-1} + ... + a_n} \tag{6.33}$$

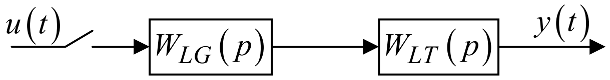
Nếu hệ thống được mô tả ở dạng không gian trạng thái:

$$\begin{cases} x(i+1) = A_d x(i) + B_d u(y) \\ y(i) = C_d x(i) \end{cases} \tag{6.34}$$

Với điều kiện đầu triệt tiêu, hàm truyền đạt ma trận có dạng:

$$W(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = C_d\left(ZI - A_d\right)^{-1}B_d \tag{6.35}$$

* Xác định hàm truyền rời rạc theo hàm truyền đạt phần liên tục:



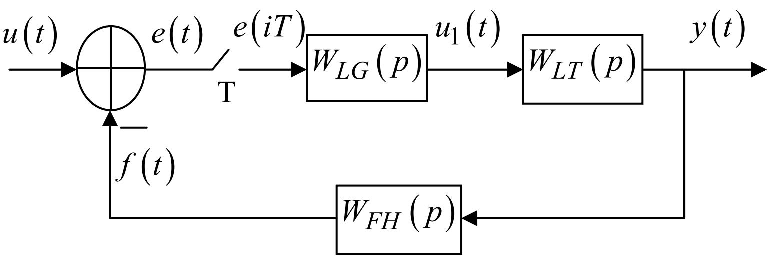
Hình 6.9 Hệ thống hở

$$Y(z) = Z\left\{W_{LG}(p).W_{LT}(p)\right\}.U(z) \Rightarrow W(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = Z\left\{W_{LG}(p).W_{LT}(p)\right\}$$

Mà $W_{LG}(p) = \frac{1}{p}\left(1 - e^{-pT}\right)$. Vậy

$$Z\left\{W_{LG}(p).W_{LT}(p)\right\} = \left(1 - z^{-1}\right).Z\left\{\frac{W_{LT}(p)}{p}\right\} \tag{6.36}$$

6.4.2 Hàm truyền đạt của hệ kín



Hình 6.10 Hệ thống ĐKTĐ rời rạc tuyến tính

Ta có: $Y(z) = Z\left\{W_{LG}(p).W_{LT}(p)\right\}E(z)$

$$F(z) = Z\left\{W_{LG}(p).W_{LT}(p).W_{FH}(p)\right\}E(z)$$

$$E(z) = U(z) - F(z)$$

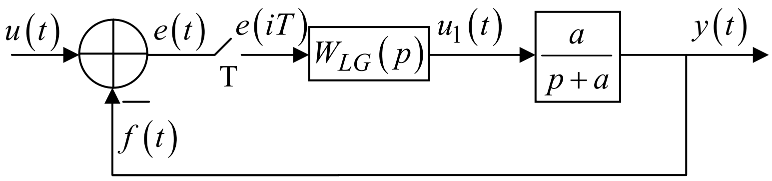
Trong đó:

$$\begin{cases} F(z) = Z\{f(iT)\} \\ E(z) = Z\{e(iT)\} \\ e(iT) = u(iT) - f(iT) \end{cases}$$

Vậy hàm truyền đạt của hệ kín là:

$$W_k(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{Z\{W_{LG}(p).W_{LT}(p)\}}{1 + Z\{W_{LG}(p).W_{LT}(p).W_{FH}(p)\}} \tag{6.37}$$

Ví dụ 6.2: Cho hệ thống rời rạc như hình 6.11. Hãy xác định hàm truyền đạt của hệ kín.



Hình 6.11 Hệ thống Trong ví dụ 6.2

Giải: Theo trên ta có hàm truyền đạt của khâu $W_{LG}(p)$:

$$W_{LG}(p) = \frac{1}{p}\left(1 - e^{-pT}\right)$$

$$\begin{aligned} W_{LTQD}(p) &= W_{LG}(p).W_{LT}(p) \\ &= \frac{1-e^{-pT}}{p}.\frac{a}{p+a} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y(t) &= L^{-1}\{W_{LTQD}(p)\} = L^{-1}\left\{\frac{1-e^{-pT}}{p}.\frac{a}{p+a}\right\} \\ &= L^{-1}\left\{\left[\frac{1}{p} - \frac{1}{p+a}\right]\left(1-e^{-pT}\right)\right\} \\ &= \left(1-e^{-at}\right).u(t) - \left(1-e^{-a(t-T)}\right).u(t-T) \end{aligned}$$

Hàm rời rạc:

$$y(t) = \left(1-e^{-aiT}\right).u(iT) - \left(1-e^{-a(i-1)T}\right).u(iT-T)$$

Do đó:

$$W_{LTQD}(z) = Y(z) = \frac{1}{1-z^{-1}}\frac{1}{1-e^{-aT}.z^{-1}} - z^{-1}\left(\frac{1}{1-z^{-1}}\right) - z^{-1}\left(\frac{1}{1-e^{-aT}.z^{-1}}\right)$$

$$Q_{LTQD}(z) = \frac{z^{-1}\left(1-e^{-aT}\right)}{\left(1-e^{-aT}.z^{-1}\right)}$$

Hàm truyền đạt của hệ kín là:

$$W_k(z)=\frac{Y(z)}{U(z)}=\frac{Z\left\{W_{LTQD}(p)\right\}}{1+Z\left\{W_{LTQD}(p)\right\}}=\frac{z^{-1}\left(1-e^{-aT}\right)}{1+\left(1-e^{-aT}\right).z^{-1}}$$

TÓM TẮT NỘI DUNG HỌC TẬP CHƯƠNG 6

+ Hệ thống rời rạc mà ta xét trong chương này chỉ có phần tử tạo xung lý tưởng là rời rạc, các phần tử còn lại trong hệ thống đều là các phần tử liên tục tuyến tính. Phần tử ZOH (khâu lưu giữ bậc 0) có tác dụng định hình xung từ phần tử tạo xung lý tưởng.

+ Nếu hệ thống liên tục được mô tả bằng phương trình vi phân thì hệ thống rời rạc được mô tả bằng phương trình sai phân và trong phương trình sai phân, cấp cao nhất của phương trình không trùng với cấp của sai phân cao nhất. Phương trình sai phân có bậc n khi nó thỏa mãn điều kiện $a_0,\ a_0 \neq 0$.

+ Có ba phương pháp chuyển từ hệ liên tục sang hệ rời rạc với chu kỳ cắt mẫu T là dùng biến đổi Laplace, tính gần đúng đạo hàm cấp 1 và phương pháp hình thang, trong đó phương pháp hình thang cho kết quả chính xác nhất.

BÀI TẬP

Bài 1.

Trong các hệ thống điều khiển rời rạc tuyến tính, phương pháp lượng tử hóa nào thường được sử dụng?

a. Lượng tử hóa theo mức

b. Lượng tử hóa theo thời gian

c. Lượng tử hóa hỗn hợp

Bài 2.

Đâu là hàm truyền đạt của khâu $W_{LG}(p)$ trong một hệ thống rời rạc tuyến tính?

a. $W_{LG}(p)=\dfrac{1}{p}\left(1\text{-}e^{\text{-}pT}\right)$

b. $W_{LG}(p)=\dfrac{1}{p}\left(1\text{-}e^{\text{-}T}\right)$

c. $W_{LG}(p)=1\text{-}e^{\text{-}pT}$

Bài 3.

Cho hệ thống được biểu diễn dưới dạng phương trình sai phân (6.12):

$$\Delta^3 y(i) + 4\Delta^2 y(i) + 5\Delta y(i) + 2y(i) = 0$$

Chuyển phương trình sai phân này về dạng (6.13)?

Bài 4.

Cấp sai phân cao nhất là cấp cao nhất của phương trình sai phân?

a. Đúng

b. Sai

Bài 5.

Phần liên tục tuyến tính của hệ thống rời rạc có hàm truyền đạt:

$$W_{LT}(p) = \frac{2(p+1)}{p(2p+1)(5p+1)}$$

Xác định hàm truyền đạt của hệ rời rạc hở với $\gamma = 0.4,\ T = 0.01$?

Bài 6.

Phần liên tục tuyến tính của hệ thống rời rạc có hàm truyền đạt:

$$W_{LT}(p) = \frac{3p+1}{(4p+1)(2p+1)(p+1)}$$

Xác định hàm truyền đạt của hệ rời rạc hở với $\gamma = 0.5,\ T = 0.01$?

Bài 7.

Cho hệ điều khiển liên tục tuyến tính được biểu diễn dưới dạng phương trình trạng thái:

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \end{cases}$$

Với chu kỳ lấy mẫu $T = 0.1\ (s)$, chuyển hệ thống này sang dạng rời rạc?

Bài 8.

Hàm truyền đạt của hệ kín được xác định theo công thức nào sau đây?

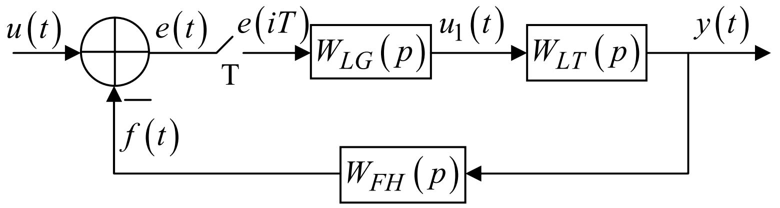
a. $W_k(z) = \dfrac{Y(z)}{U(z)} = \dfrac{Z\{W_{LG}(p).W_{LT}(p)\}}{1 + Z\{W_{LG}(p).W_{LT}(p)\}}$

b. $W_k(z) = \dfrac{Y(z)}{U(z)} = \dfrac{Z\{W_{LG}(p).W_{LT}(p).W_{FH}(p)\}}{1 + Z\{W_{LG}(p).W_{LT}(p)\}}$

c. $W_k(z) = \dfrac{Y(z)}{U(z)} = \dfrac{Z\{W_{LG}(p).W_{LT}(p)\}}{1 + Z\{W_{LG}(p).W_{LT}(p).W_{FH}(p)\}}$

Bài 9.

Nếu hệ thống điều khiển rời rạc tuyến tính có mô hình như hình 6.12 thì hàm truyền đạt của hệ kín được xác định theo công thức nào nếu hàm truyền đạt của khâu ZOH là $W_{LG}(p) = \dfrac{1}{p}\left(1 - e^{-pT}\right)$?



Hình 6.12

a. $W_k(z) = \dfrac{Y(z)}{U(z)} = \dfrac{Z\{W_{LG}(p).W_{LT}(p)\}}{1 + Z\{W_{LG}(p).W_{LT}(p).W_{FH}(p)\}}$

b. $W_k(z) = \dfrac{Y(z)}{U(z)} = \dfrac{Z\{W_{LG}(p).W_{LT}(p)\}}{1 + Z\{W_{LG}(p).W_{LT}(p).W_{FH}(p)\}}$

c. $W_k(z) = \dfrac{Y(z)}{U(z)} = \dfrac{Z\{W_{LT}(p)\}}{1 + Z\{W_{LG}(p).W_{LT}(p).W_{FH}(p)\}}$

d. $W_k(z) = \dfrac{Y(z)}{U(z)} = \dfrac{Z\{W_{LG}(p).W_{LT}(p)\}}{1 + Z\{W_{LG}(p).W_{FH}(p)\}}$

Bài 10.

Cách biến đổi từ hệ thống liên tục sang hệ thống rời rạc trong không gian trạng thái theo phương pháp hình thang? (Trong đó I là ma trận đơn vị. A, B, C, D là các ma trận trạng thái trong hệ liên tục và A_d, B_d, C_d, D_d là các ma trận trạng thái trong hệ rời rạc)

a. $A_d = \left[I - \frac{TA}{2}\right].\left[I + \frac{TA}{2}\right];\ B_d = \left[I - \frac{TA}{2}\right]^{-1}.T.B; C_d = C;\ D_d = D$

b. $A_d = \left[I - \frac{TA}{2}\right]^{-1}.\left[I + \frac{TA}{2}\right];\ B_d = \left[I - \frac{TA}{2}\right].T.B; C_d = C;\ D_d = D$

c. $A_d = \left[I - \frac{TA}{2}\right]^{-1}.\left[I + \frac{TA}{2}\right];\ B_d = \left[I - \frac{TA}{2}\right]^{-1}; C_d = C;\ D_d = D$

d. $A_d = \left[I - \frac{TA}{2}\right]^{-1}.\left[I + \frac{TA}{2}\right];\ B_d = \left[I - \frac{TA}{2}\right]^{-1}.T.B; C_d = C;\ D_d = D$

Bài 11.

Cách biến đổi từ hệ thống liên tục sang hệ thống rời rạc trong không gian trạng thái theo phương pháp tính gần đúng đạo hàm cấp 1? (Trong đó I là ma trận đơn vị. A, B, C, D là các ma trận trạng thái trong hệ liên tục và A_d, B_d, C_d, D_d là các ma trận trạng thái trong hệ rời rạc)

a. a. $A_d = I - TA;\ B_d = TB;\ C_d = C; D_d = D$

b. $A_d = I + TA;\ B_d = TB;\ C_d = C; D_d = D$

c. $A_d = I + A;\ B_d = TB;\ C_d = C; D_d = D$

d. $A_d = I + TA;\ B_d = B;\ C_d = C; D_d = D$

Bài 12.

Cho hệ thống được mô tả bằng phương trình trạng thái dạng:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A.x(t) + B.u(t) \\ y(t) = C.x(t) \end{cases}$$

với $A = \begin{bmatrix} 0.5 & 1.5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix};\ B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix};\ C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$

Hãy chuyển hệ trên sang hệ rời rạc tương đương với thời gian cắt mẫu $T = 0.25s$

CHƯƠNG VII. PHÂN TÍCH VÀ TỔNG HỢP HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG RỜI RẠC

NỘI DUNG

7.1 GIỚI THIỆU CHUNG

Tương tự như khi nghiên cứu hệ thống ĐKTĐ liên tục, khi khảo sát, tổng hợp hệ thống ĐKTĐ rời rạc, chúng ta cũng phải đề cập đến các vấn đề về tính ổn định, chất lượng, tính điều khiển được, quan sát được của hệ thống rời rạc. Trong chương này, ta sẽ đề cập đến các nội dung chính như sau:

- Xét tính ổn định của hệ thống rời rạc (bao gồm các tiêu chuẩn ổn định đại số và các tiêu chuẩn ổn định tần số).
- Các tiêu chuẩn đánh giá chất lượng của một hệ thống rời rạc
- Tính điều khiển được, quan sát được của hệ thống rời rạc.

7.2 TÍNH ỔN ĐỊNH CỦA HỆ THỐNG RỜI RẠC

7.2.1 Khái niệm ổn định của hệ thống rời rạc

Tương tự như trong hệ thống liên tục, để xét tính ổn định của một hệ thống rời rạc, ta phải giải phương trình sai phân (6.13):

$$a_0 y(i+n) + a_1 y(i+n-1) + \dots + a_{n-1} y(i+1) + a_n y(i) = u(i) \tag{7.1}$$

Tương tự như PTVP, nghiệm của phương trình sai phân cũng bao gồm nghiệm riêng và nghiệm tổng quát:

$$y(nT) = y_{qd}(nT) + y_0(nT) \tag{7.2}$$

Nghiệm tổng quát $y_{qd}(nT)$ (giải bằng cách cho vế phải của phương trình sai phân bằng 0) đặc trưng cho quá trình quá độ và nghiệm riêng $y_0(nT)$ đặc trưng cho quá trình xác lập của hệ thống, nghĩa là nó không làm ảnh hưởng đến tính ổn định của hệ thống.

Như vậy, để xét ổn định của một hệ thống rời rạc, tương tự như hệ thống liên tục, ta chỉ phải giải phương trình sai phân có dạng:

$$a_0 y(i+n) + a_1 y(i+n-1) + \dots + a_{n-1} y(i+1) + a_n y(i) = 0 \tag{7.3}$$

Nghiệm của phương trình này được xác định dựa vào nghiệm của PTĐT:

$$a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_{n-1} z + a_n = 0 \tag{7.4}$$

trong đó: $z = e^{pT} = e^{(\alpha + j\omega)T} = e^{\alpha T}.e^{j\omega T}$

$$z = e^{\alpha T}.\left(\cos\omega T + j\sin\omega T\right) \tag{7.5}$$

Trong biểu thức (7.5), thành phần $\left(\cos\omega T + j\sin\omega T\right)$ luôn có module giới hạn bằng 1, do đó, module của z là:

$$\left|z\right| = e^{\alpha T} \tag{7.6}$$

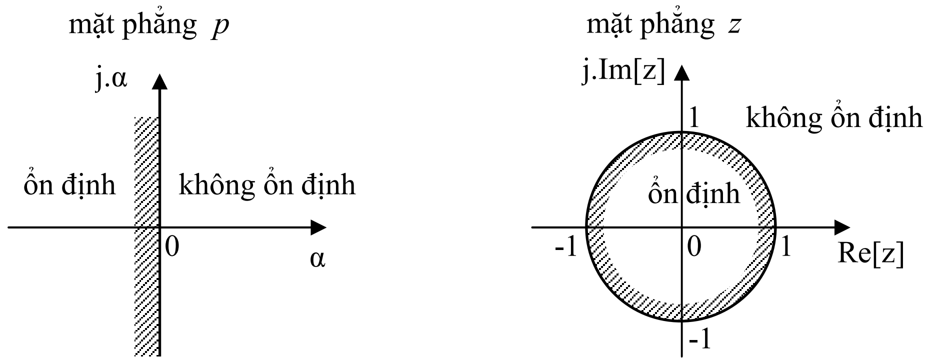
Vậy:

$$\begin{aligned} \alpha > 0, &\quad \left|z\right| > 1 \\ \alpha = 0, &\quad \left|z\right| = 1 \\ \alpha < 0, &\quad \left|z\right| < 1 \end{aligned} \tag{7.7}$$

Từ đó ta có mối quan hệ giữa mặt phẳng p và mặt phẳng z :

Mặt phẳng p		Mặt phẳng z
$\alpha > 0$: Nửa bên phải mặt phẳng p		$\left|z\right| > 1$: Bên ngoài đường tròn đơn vị
$\alpha = 0$: Trục ảo $j\omega$		$\left|z\right| = 1$: Nằm trên đường tròn đơn vị
$\alpha > 0$: Nửa bên phải mặt phẳng p		$\left|z\right| < 1$: Bên trong đường tròn đơn vị

Bảng 7.1 Quan hệ ổn định giữa miền liên tục và miền rời rạc.



Hình 7.1 Phân vùng ổn định trên mặt phẳng nghiệm số

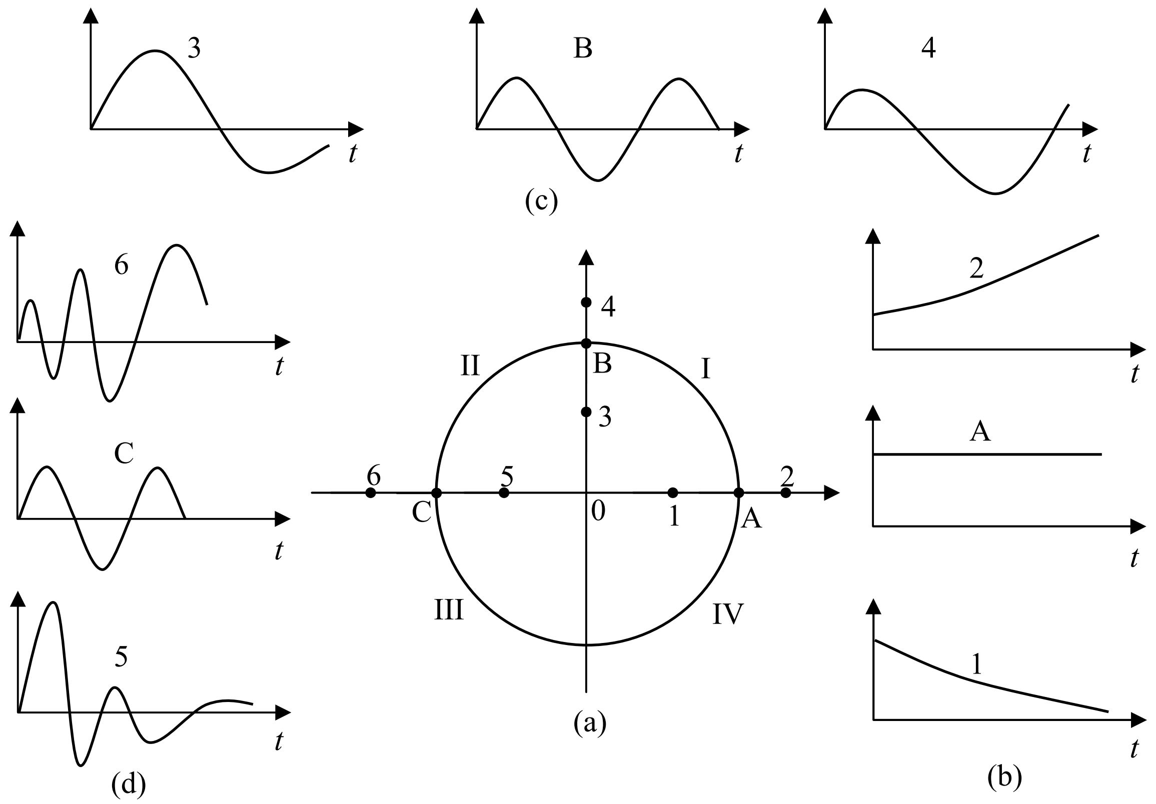
Từ những phân tích trên ta thấy:

- Hệ thống điều khiển rời rạc tuyến tính sẽ ổn định nếu PTĐT của hệ thống có các nghiệm thực hoặc nghiệm phức có module nhỏ hơn 1 ($\left|z\right| < 1$*).*

- Hệ thống điều khiển rời rạc tuyến tính sẽ không ổn định nếu PTĐT của hệ thống có ít nhất một nghiệm thực hoặc phức có module lớn hơn 1 ($\left|z\right| > 1$*).*

- Hệ thống điều khiển rời rạc tuyến tính sẽ ổn định nếu PTĐT của hệ thống có ít nhất một nghiệm thực hoặc phức có module bằng 1 ($|z| = 1$) và các nghiệm còn lại là nghiệm thực hoặc phức có module nhỏ hơn 1.

Như vậy, nếu tất cả các nghiệm của PTĐT nằm trên tia OA (hình 7.2a), tất cả các nghiệm đều là nghiệm thực thì quá trình quá độ của hệ thống sẽ không dao động (hình 7.2b). Nếu có nghiệm nằm ngoài đoạn OA (PTĐT có nghiệm phức) thì quá trình quá độ có dao động. Tần số dao động của hệ thống phụ thuộc vào vị trí phân bố của các nghiệm số. Nếu tất cả các nghiệm của PTĐT phân bố ở góc phần tư thứ I và IV (nghiệm phức luôn đi thành cặp) thì tần số dao động của hệ thống nằm trong khoảng $0 < \Omega < \pi/2$ (nghiệm nằm trên trục OB có tần số dao động $\Omega = \pi/2$). Nghiệm nằm trên trục OC cho ta tần số dao động $\Omega = \pi$. Hình 7.2b,c,d mô tả đường biến thiên của tín hiệu ra ứng với vị trí các nghiệm của PTĐT trên mặt phẳng z (hình 7.2a).



Hình 7.2 Đặc tính quá độ theo sự phân bố nghiệm số

7.2.2 Tiêu chuẩn ổn định đại số

7.2.2.1 Phương pháp biến đổi bảo toàn hình dạng

Tương tự như hệ thống liên tục tuyến tính, việc giải PTĐT của hệ thống cũng rất phức tạp, vì vậy ta phải dùng các phương pháp khác để xét tính ổn định của hệ thống khi không thể tìm được sự phân bố nghiệm số của hệ thống.

Giả sử hệ thống điều khiển rời rạc có PTĐT dạng:

$$a_0 z^l + a_1 z^{l-1} + ... + a_{l-1} z + a_l = 0 \tag{7.8}$$

Thay $z = \dfrac{v+1}{v-1}$ vào PTĐT và biến đổi, ta có phương trình tương đương theo biến v là:

$$A_0 v^l + A_1 v^{l-1} + ... + A_{l-1} v + A_l = 0 \tag{7.9}$$

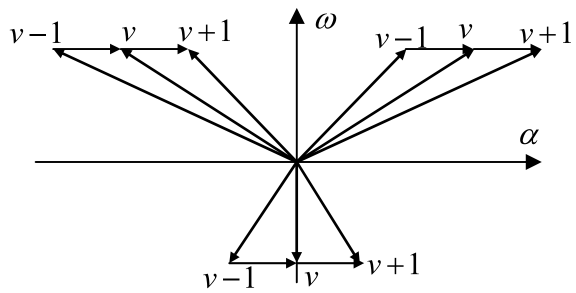
Hình 7.3 minh họa mối quan hệ tương quan sự phân bố nghiệm v của phương trình (7.9) với nghiệm z của phương trình (7.8).

- Nếu nghiệm v nằm bên trái trục ảo ta có $|v+1| < |v-1|$ hay $|z| < 1$, tương đương với nghiệm z nằm trong đường tròn đơn vị.

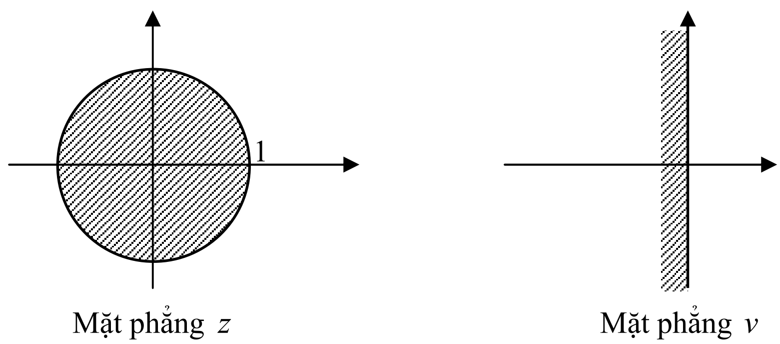
- Nếu nghiệm nằm bên phải trục ảo thì $|v+1| > |v-1|$ hay $|z| > 1$, tương đương với nghiệm z nằm ngoài đường tròn đơn vị.

- Nếu nghiệm nằm trên trục ảo thì $|v+1| = |v-1|$ hay $|z| = 1$, tương đương với nghiệm z nằm trên đường tròn đơn vị.

Như vậy, khi chuyển từ mặt phẳng z sang mặt phẳng v thì việc xét tính ổn định của hệ thống cũng chuyển từ điều kiện $|z| < 1$ sang điều kiện là tất cả các nghiệm của phương trình (7.9) phải nằm bên trái trục ảo. Các tiêu chuẩn đại số dùng để xét tính ổn định cho hệ thống điều khiển liên tục hoàn toàn có thể áp dụng để xét ổn định cho hệ rời rạc trong mặt phẳng v.



Hình 7.3 Mối quan hệ giữa nghiệm số v và module của z



Hình 7.4 Sự biến đổi tương đương giữa hai mặt phẳng

Ví dụ 7.1: Xét ổn định của hệ rời rạc có PTĐT bậc 2 dạng:

$$2z^2 + 3z + 4 = 0$$

Giải: Thay $z = \dfrac{v+1}{v-1}$ vào PTĐT, sau khi biến đổi ta có phương trình theo biến v dạng:

$$9v^2 - 4v + 3 = 0$$

Theo tiêu chuẩn ổn định đại số cho hệ liên tục thì hệ thống này không ổn định vì có hệ số $a_1 = -4 < 0$. Vậy hệ rời rạc đã cho không ổn định.

Ví dụ 7.2: Xét ổn định của hệ rời rạc có PTĐT bậc nhất dạng:

$$a_0 z + a_1 = 0$$

Giải: Thay $z = \dfrac{v+1}{v-1}$ vào PTĐT, sau khi biến đổi ta có phương trình theo biến v dạng:

$$\left(a_0 + a_1\right)v + a_0 - a_1 = 0$$

Theo tiêu chuẩn ổn định đại số thì hệ có PTĐT bậc nhất sẽ ổn định khi các hệ số của nó cùng dấu:

$$\left(a_0 + a_1\right)\left(a_0 - a_1\right) > 0$$

Giải bất phương trình này ta có điều kiện để hệ ổn định là $|a_0| > |a_1|$

Nhận xét: Hệ rời rạc kém ổn định hơn hệ liên tục. Đối với hệ liên tục, nếu hệ thống có PTĐT bậc nhất hoặc bậc 2 với các hệ số dương thì hệ thống đó luôn ổn định, còn trong hệ rời rạc, tính ổn định của hệ thống phụ thuộc vào dấu giá trị của các hệ số trong PTĐT.

7.2.2.2 Tiêu chuẩn Jury

Tiêu chuẩn Jury là tiêu chuẩn khảo sát tính ổn định của hệ rời rạc đối với các hệ thống có PTĐT có bậc *l* lớn. Tiêu chuẩn Jury được xây dựng như sau:

Giả sử hệ thống rời rạc có PTĐT dạng:

$$A\left(z\right) = a_0 z^l + a_1 z^{l-1} + ... + a_{l-1} z + a_l = 0 \tag{7.10}$$

**** Lập bảng Jury:***

Số hàng					
1	a_l	a_{l-1}	…	a_1	a_0
2	a_0	a_1	…	a_{l-1}	a_l
3	b_{l-1}	b_{l-2}	…	b_0	
4	b_0	b_1	…	b_{l-1}	
…	…	…	…	…	
$\left(2l-3\right)$					

trong đó:

$b_{l-1} = \begin{vmatrix} a_l & a_0 \\ a_0 & a_l \end{vmatrix}$	$b_{l-2} = \begin{vmatrix} a_l & a_1 \\ a_0 & a_{l-1} \end{vmatrix}$	…	$b_k = \begin{vmatrix} a_l & a_{l-k-1} \\ a_0 & a_{k+1} \end{vmatrix}$
$c_{l-2} = \begin{vmatrix} b_{l-1} & b_0 \\ b_0 & b_{l-1} \end{vmatrix}$	$c_{l-3} = \begin{vmatrix} b_{l-1} & b_1 \\ b_0 & b_{l-2} \end{vmatrix}$	…	$c_k = \begin{vmatrix} b_{l-1} & b_{l-k-2} \\ b_0 & b_{k+1} \end{vmatrix}$
…	…	…	…

**** Điều kiện ổn định theo tiêu chuẩn Jury***

1. $A(1) > 0$

2. $A(-1) > 0$ nếu l chẵn và $A(-1) < 0$ nếu l lẻ.

3. $(l-1)$ điều kiện ràng buộc:

a. $|a_l| < |a_0|$

b. $|b_{l-1}| > |b_0|$

c. $|c_{l-1}| > |c_0|$

…

Nhận xét: Như vậy bảng Jury sẽ có $(2l-3)$ hàng và khi xét tính ổn định của hệ thống sẽ có $(l+1)$ điều kiện ràng buộc.

Ví dụ 7.3: Xét ổn định của hệ có PTĐT sau theo tiêu chuẩn Jury:

$$A(z) = 4z^3 + 2z^2 - 5$$

Giải:

* Điều kiện để hệ ổn định:

1. $A(1) = 4 + 2 - 5 = 1 > 0$: thỏa mãn

2. $l = 3$ lẻ, vậy $A(-1) = -4 + 2 - 5 = -7 < 0$: thỏa mãn

3. $l - 1 = 2$ điều kiện ràng buộc:

a. $|a_l| = 5 < |a_0| = 4$: vô lý

Kết luận: Hệ thống rời rạc đã cho không ổn định.

Ví dụ 7.4: Xét ổn định của hệ có PTĐT sau theo tiêu chuẩn Jury:

$$A(z) = 16z^4 + 16z^3 - 4z - 1$$

Giải:

* Lập bảng Jury: $l = 4$, vậy bảng sẽ có $2l - 3 = 5$ hàng.

Hàng					
1	-1	-4	0	16	16
2	16	16	0	-4	-1
3	b_3	b_2	b_1	b_0	
4	b_0	b_1	b_2	b_3	
5	c_2	c_1	c_0		

Ta có:

$b_3 = \begin{vmatrix} -1 & 16 \\ 16 & -1 \end{vmatrix} = -255$	$b_2 = \begin{vmatrix} -1 & 16 \\ 16 & -4 \end{vmatrix} = -252$
$b_1 = \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 16 & 0 \end{vmatrix} = 0$	$b_0 = \begin{vmatrix} -1 & -4 \\ 16 & 16 \end{vmatrix} = 48$
$c_2 = \begin{vmatrix} b_3 & b_0 \\ b_0 & b_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -255 & 28 \\ 48 & -255 \end{vmatrix} = 62721$	$c_1 = \begin{vmatrix} -255 & 0 \\ 48 & -252 \end{vmatrix} = 64260$
$c_0 = \begin{vmatrix} -255 & -252 \\ 48 & 0 \end{vmatrix} = 12096$	

* Điều kiện ổn định:

1. $A(1) = 16 + 16 - 4 - 1 = 27 > 0$: thỏa mãn

2. $l = 4$ chẵn, $A(-1) = 16 - 16 + 4 - 1 = 3 > 0$: thỏa mãn

3. $l - 1 = 3$ điều kiện ràng buộc

   a. $|a_l| = 1 < |a_0| = 16$: thỏa mãn

   b. $|b_{l-1}| = 255 > |b_0| = 48$: thỏa mãn

   c. $|c_{l-2}| = 62721 > |c_0| = 12096$: thỏa mãn

* Kết luận: Vậy hệ đã cho là ổn định.

7.2.3 Tiêu chuẩn ổn định tần số

7.2.3.1 Nguyên lý góc quay-Tiêu chuẩn Mikhailope

- Dựa vào tính chất tần số của đa thức đặc tính để xét tính ổn định của hệ thống.

Giả sử hệ thống ĐKTĐ có PTĐT dạng:

$$A(z) = a_0 z^l + a_1 z^{l-1} + \ldots + a_{n-1} z + a_l = 0 \tag{7.11}$$

có nghiệm là z_i với $i = 1, 2, ..., l$ thì đa thức đặc tính của nó có thể chuyển sang dạng:

$$A(z) = a_0 \prod_{i=1}^{l} (z - z_i) \tag{7.12}$$

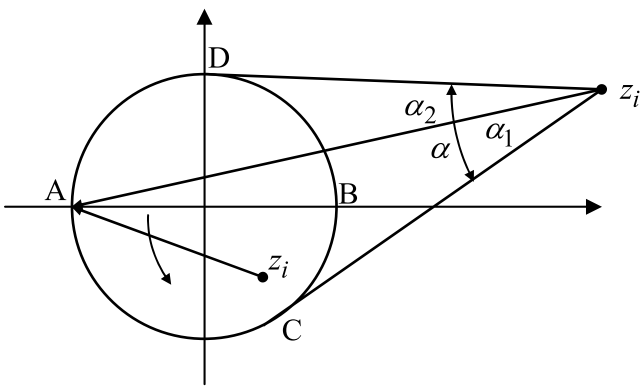
Nếu xét trên mặt phẳng z thì mỗi số hạng trong đa thức trên là một vector có chân tại điểm z_i và đỉnh nằm trên đường tròn đơn vị:

$$z = e^{jT\omega} = e^{j\Omega} \text{ với } -\pi \le \Omega = T\omega \le \pi$$

Vậy,

$$\underset{-\pi \le \Omega \le \pi}{\Delta \arg} A(z) = \sum_{i=1}^{l} \underset{-\pi \le \Omega \le \pi}{\Delta \arg} (z - z_i) \tag{7.13}$$

Hình 7.5 mô tả phân bố của các vector này cho hai trường hợp z_i nằm trong đường tròn đơn vị và z_i nằm ngoài đường tròn đơn vị.



Hình 7.5 Các vector $z - z_i$

- Khi z_i nằm trong đường tròn đơn vị: vector $z - z_i$ bắt đầu quay từ điểm A $(\Omega = -\pi)$ ngược chiều kim đồng hồ đến điểm B $(\Omega = 0)$ và quay tiếp đến điểm A $(\Omega = \pi)$:

$$\underset{-\pi \le \Omega \le \pi}{\Delta \arg} (z - z_i) = 2\pi \tag{7.14}$$

- Khi z_i nằm ngoài đường tròn đơn vị: vector $z - z_i$ bắt đầu quay từ điểm A $(\Omega = -\pi)$ ngược chiều kim đồng hồ đến điểm C được góc α_1, tiếp tục quay theo chiều kim đồng hồ đến điểm D được góc $-\alpha$, cuối cùng quay ngược chiều kim đồng hồ về điểm A $(\Omega = \pi)$ được góc α_2. Như vậy, tổng góc quay của vector là $\alpha_1 - \alpha + \alpha_2 = 0$

$$\underset{-\pi \le \Omega \le \pi}{\Delta \arg} (z - z_i) = 0 \tag{7.15}$$

Hệ thống ổn định khi các nghiệm của PTĐT đều nằm trong đường tròn đơn vị thì góc quay của biểu đồ vector đa thức đặc tính là:

$$\underset{-\pi\le\Omega\le\pi}{\Delta\arg}\left(z-z_i\right)=2l\pi \tag{7.16}$$

Trên thực tế, do tính đối xứng của các nghiệm phức nên chúng ta chỉ cần xét khi Ω thay đổi từ 0 đến π:

$$\underset{0\le\Omega\le\pi}{\Delta\arg}\left(z-z_i\right)=l\pi \tag{7.17}$$

Từ những phân tích trên, tiêu chuẩn ổn định theo nguyên lý góc quay của hệ thống rời rạc, tương đương với tiêu chuẩn Mikhailope trong hệ liên tục, đã phát biểu như sau:

Hệ thống điều khiển rời rạc có PTĐT bậc l sẽ ổn định nếu biểu đồ vector đa thức đặc tính của nó quay một góc bằng $l\pi$ quanh gốc tọa độ khi Ω thay đổi từ 0 đến π.

Ví dụ 7.4: Xét ổn định của hệ thống rời rạc có PTĐT bậc nhất:

$$a_0z+a_1=0$$

Giải:

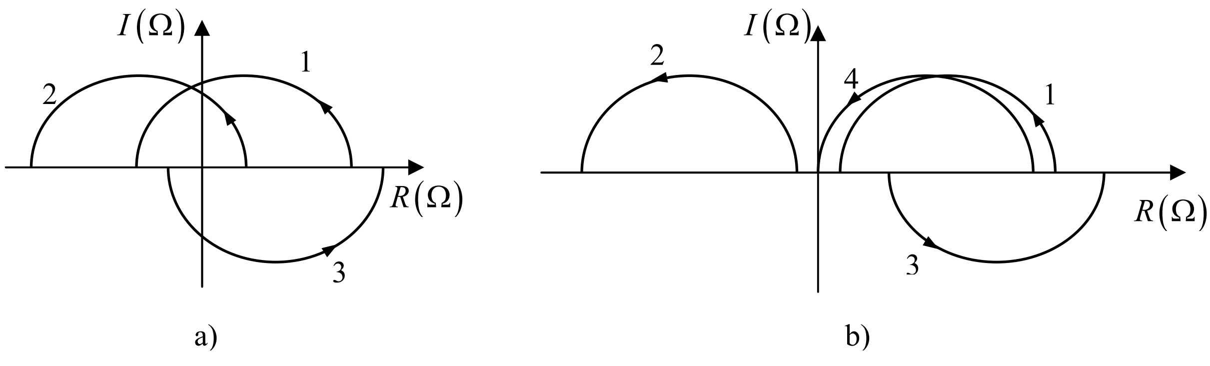
Thay $z=e^{j\Omega}=\cos\Omega+j\sin\Omega$ vào PTĐT ta được:

$$a_0\cos\Omega+a_1+ja_0\sin\Omega=0$$

Đặc tính phần thực: $R\left(\Omega\right)=a_0\cos\Omega+a_1$

Đặc tính phần ảo: $I\left(\Omega\right)=a_0\sin\Omega$

Hình 7.6a mô tả biểu đồ đa thức đặc tính của hệ ổn định (khi $\left|a_1\right|<\left|a_0\right|$) còn hình 7.6b mô tả biểu đồ đa thức đặc tính của hệ không ổn định và ở biên giới ổn định (khi $a_1\ge a_0$)



Hình 7.6 Biểu đồ đa thức đặc tính

Trong hình 7.6a:

+ Đường 1 tương ứng với cả hai điều kiện khi cả hai hệ số a_1 và a_0 đều dương.

+ Đường 2 tương ứng với a_1 âm và a_0 dương.

+ Đường 3 tương ứng với a_1 dương và a_0 âm.

Theo tiêu chuẩn Mikhailope thì cả ba trường hợp này hệ thống đều ổn định vì biểu đồ đa thức đặc tính của nó bao gốc tọa độ một góc bằng π.

Trong hình 7.6b:

+ Đường 1 tương ứng với cả hai điều kiện khi cả hai hệ số a_1 và a_0 đều âm.

+ Đường 2 tương ứng với a_1 âm và a_0 dương.

+ Đường 3 tương ứng với a_1 dương và a_0 âm.

Theo tiêu chuẩn Mikhailope thì cả ba trường hợp này hệ thống đều không ổn định vì biểu đồ đa thức đặc tính của nó bao gốc tọa độ một góc bằng 0. Đường 4 ứng với trường hợp khi hệ thống ở biên giới ổn định $(a_1 = a_0)$, biểu đồ đa thức đặc tính đi qua tâm tọa độ.

7.2.3.2 Tiêu chuẩn Nyquist

- Dùng xét ổn định cho cả hệ rời rạc hở và hệ rời rạc kín dựa vào đặc tính tần – biên – pha của hệ thống hở.

* *Phát biểu: Nếu hệ thống điều khiển rời rạc hở ổn định (tất cả các nghiệm* $|z_i| < 1$*) hoặc ở biên giới ổn định (có nghiệm* $|z_i| = 1$*) thì hệ thống kín sẽ ổn định nếu đặc tính TBP của hệ hở không bao điểm* $(-1, j0)$.

* *Khái niệm đường cong bao một điểm:*

Khái niệm bao và chứng minh tiêu chuẩn này hoàn toàn tương đương như đối với hệ thống liên tục tuyến tính.

Giả sử hệ thống rời rạc hở ổn định hoặc ở biên giới ổn định có hàm truyền đạt:

$$W_h(p) = \frac{Q(z)}{R(z)}$$

Trong đó $R(z)$ là đa thức đặc tính của hệ hở, bậc l và $Q(z)$ là đa thức tử số có bậc $< l$.

Do hệ hở ổn định nên:

$$\underset{0 \le \Omega \le \pi}{\Delta \arg} R(z) = l\pi \tag{7.18}$$

Hàm truyền đạt của hệ thống kín:

$$W_k(z) = \frac{W_h(z)}{1 + W_h(z)} = \frac{Q(z)}{R(z) + Q(z)} \tag{7.19}$$

Đa thức đặc tính của hệ thống kín là $G(z) = Q(z) + R(z)$. Theo tiêu chuẩn Mikhailope, hệ kín sẽ ổn định nếu:

$$\Delta \underset{0 \le \Omega \le \pi}{\arg} G(z) = l\pi \tag{7.20}$$

Xét biểu đồ của vector: $J(z) = 1 + W_h(z) = \dfrac{Q(z) + R(z)}{R(z)}$

Khi hệ kín và hệ hở ổn định thì:

$$\Delta \underset{0 \le \Omega \le \pi}{\arg} J(z) = \Delta \underset{0 \le \Omega \le \pi}{\arg}\left[Q(z) + R(z)\right] - \Delta \underset{0 \le \Omega \le \pi}{\arg} R(z) = l\pi - l\pi = 0 \tag{7.21}$$

Biểu đồ vector $J(z)$ không bao tâm tọa độ. Như vậy, đặc tính TBP của hệ thống hở không bao điểm $(-1, j0)$, vì biểu đồ vector $J(z)$ chính là đặc tính TBP của hệ hở dịch sang phải 1 đơn vị.

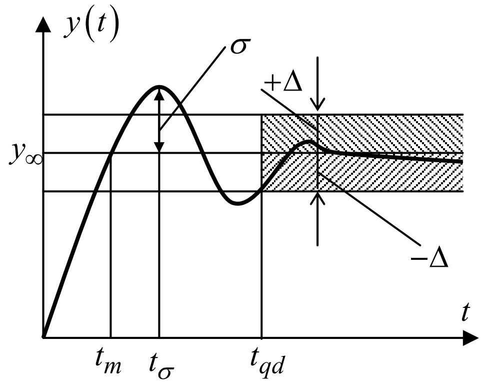
7.3. KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỆ THỐNG RỜI RẠC TUYẾN TÍNH

Tương tự như hệ thống ĐKTĐ liên tục, quá trình hoạt động của một hệ điều khiển rời rạc cũng được đặc trưng bởi sự vận hành của nó ở quá trình quá độ và xác lập. Bên cạnh đó, người ta cũng quan tâm khảo sát quá trình hoạt động của hệ thống khi có nhiễu, sự nhạy cảm của hệ thống khi có sự thay đổi về thông số và cấu trúc hệ thống. Sau đây, chúng ta sẽ khảo sát chất lượng của hệ thống rời rạc ở quá trình quá độ và ở trạng thái xác lập.

7.3.1 Khảo sát chất lượng hệ thống rời rạc ở quá trình quá độ

Tiêu chí ở quá trình quá độ được xác định theo hàm quá độ như ở hệ liên tục đối với hệ bậc 2 vì một mặt ở hệ bậc 2, chỉ tiêu chất lượng có thể được xác định bằng phương pháp giải tích, mặt khác các mối quan hệ này vẫn có ý nghĩa đối với các hệ bậc cao hơn.

Nếu chu kỳ lấy mẫu nhỏ hơn nhiều so với chu kỳ riêng của đối tượng thì điều khiển liên tục hay gián đoạn kiểu bậc thang nhờ bộ lưu giữ bậc 0 cũng cho đáp ứng giống nhau. Như vậy, tương tự như trong hệ liên tục, quá trình quá độ của hệ rời rạc cũng được đánh giá theo các tiêu chí:



Hình 7.7 Hàm quá độ của một hệ điều khiển RR

1. Độ quá điều chỉnh

Độ quá điều chỉnh được xác định bởi trị số cực đại của hàm quá độ so với trị số xác lập của nó:

$$\sigma\% = \frac{y_{\max} - y_{\infty}}{y_{\infty}}100 \tag{7.22}$$

2. Thời gian quá độ

Thời gian quá độ t_{qd} được xác định bởi thời điểm mà hàm quá độ $y(t)$ không vượt ra khỏi biên giới của miền giới hạn Δ quanh trị số xác lập. $\Delta = \pm 5\% y_{\infty}$ hay có khi dùng $\Delta = \pm 2\% y_{\infty}$.

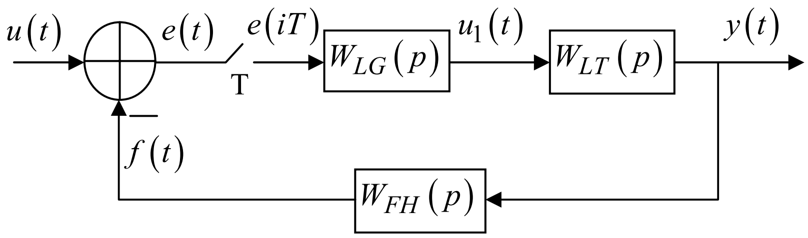
3. Thời gian đáp ứng

Thời gian đáp ứng t_m xác định bởi thời điểm mà hàm quá độ lần đầu tiên đạt được trị số xác lập y_{∞} khi có quá điều chỉnh.

4. Thời gian có quá điều chỉnh

Thời gian có quá điều chỉnh t_{σ} được xác định bởi thời điểm hàm quá độ đạt cực đại.

7.3.2 Khảo sát chất lượng hệ thống rời rạc ở trạng thái xác lập



Hình 7.8 Hệ thống ĐKTĐ RR tuyến tính

Chất lượng của hệ thống của hệ thống rời rạc cũng được phản ánh qua sai số xác lập, sai số càng nhỏ hệ thống có chất lượng càng cao, nếu hệ thống có chất lượng lý tưởng thì sai số này sẽ bằng 0. Sau đây ta sẽ khảo sát sai số này.

Dựa vào phần 6.4.2, ta có thể tính được sai lệch giữa tín hiệu vào và ra của hệ thống kín như sau:

$$E(z) = \frac{1}{1 + Z\left\{W_{LG}(p).W_{LT}(p).W_{FH}(p)\right\}} U(z) \tag{7.23}$$

trong đó $e(t)$ là sai lệch tĩnh ở chế độ xác lập ($e(\infty)$).

Theo định lý về mối quan hệ giữa hàm ảnh và hàm gốc trong biến đổi Z ta sẽ xác định được sai số xác lập hay sai lệch tĩnh ở chế độ xác lập như sau:

$$e(\infty) = \lim_{i \to T} e(iT) = \lim_{z \to 1}\left(1 - z^{-1}\right)E(z) = \lim_{z \to 1}\frac{z-1}{z}E(z) \tag{7.24}$$

+ Khi $u(t) = 1(t) \to U(z) = \frac{z}{z-1}$. Ta có sai số xác lập được xác định như sau:

$$e(\infty) = \lim_{z \to 1}\frac{1}{1 + Z\left\{W_{LG}(p).W_{LT}(p).W_{FH}(p)\right\}} \tag{7.25}$$

+ Khi $u(t) = t \to U(z) = \dfrac{Tz}{(z-1)^2}$. Ta có sai số xác lập được xác định như sau:

$$e(\infty) = \lim_{z \to 1} \frac{T}{(z-1)\left[1 + Z\left\{W_{LG}(p).W_{LT}(p).W_{FH}(p)\right\}\right]} \tag{7.26}$$

7.4 TỔNG HỢP HỆ RỜI RẠC

7.4.1 Tổng hợp hệ rời rạc trong không gian trạng thái

Trong phần 6.3.3, ta đã biết cách mô tả một hệ thống rời rạc trong miền không gian trạng thái cũng như cách chuyển từ hệ liên tục sang hệ rời rạc. Các tiêu chí để tổng hợp hệ thống trong miền trạng thái là tính điều khiển được và quan sát được của nó. Các tiêu chuẩn này lần đầu tiên cho Kalman đưa ra.

Giả sử hệ thống được mô tả bởi phương trình trạng thái:

$$\begin{cases} x(i+1) = A_d x(i) + B_d u(i) \\ y(i) = C_d x(i) + D_d u(i) \end{cases} \tag{7.27}$$

Ta sẽ xác định các điều kiện quan sát được và điều khiển được như sau.

7.4.1.1 Tính điều khiển được

Một hệ thống được gọi là điều khiển được nếu ta có thể tìm được một vector điều khiển $u(i)$ để chuyển được hệ thống từ một trạng thái ban đầu bất kỳ $x(0)$ đến một trạng thái cuối bất kỳ $x(n)$ trong một khoảng thời gian giới hạn.

Hệ thống rời rạc được mô tả bởi (7.27) sẽ điều khiển được hoàn toàn khi và chỉ khi ma trận sau có hạng bằng n.

$$M = \left[A_d^{\,n-1}.B_d \quad A_d^{\,n-2}.B_d \quad \dots \quad B_d \right] \tag{7.28}$$

$$\operatorname{rank}(M) = n \tag{7.29}$$

Ví dụ 7.5: Cho hệ thống cấp 2 sau:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} x_1(i+1) \\ x_2(i+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(i) \\ x_2(i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} u(i) \\ y(i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(i) \\ x_2(i) \end{bmatrix} \end{cases}$$

Xét tính điều khiển được của hệ thống?

Giải:

Hệ thống trên sẽ có $A_d = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, $B_d = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$, $C_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$, $n = 2$

Theo tiêu chuẩn điều khiển được hoàn toàn của Kalman, ta tính:

$$A_d.B_d = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}.\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Vậy $M = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$, $\det M = -4 \neq 0$ nên $\operatorname{rank}(M) = 2$

Kết luận: Hệ thống là điều khiển được hoàn toàn.

7.4.1.2 Tính quan sát được

Một hệ thống được gọi là quan sát được nếu từ các số liệu đo được ở đầu ra, ta có thể xác định được các trạng thái $x(i)$ (các ước lượng trạng thái).

Hệ thống rời rạc được mô tả bởi (7.27) sẽ quan sát được hoàn toàn khi và chỉ khi ma trận sau có hạng bằng n.

$$N = \begin{bmatrix} C_d' & A_d'.C_d' & \dots & \left(A_d'\right)^{n-1}.C_d' \end{bmatrix} \tag{7.30}$$

$$\operatorname{rank}(N) = n \tag{7.31}$$

Ví dụ 7.6: Vẫn với hệ thống đã cho ở ví dụ 7.5, hệ thống có điều khiển được hoàn toàn không?

Giải: Với các số liệu đã cho, ta có:

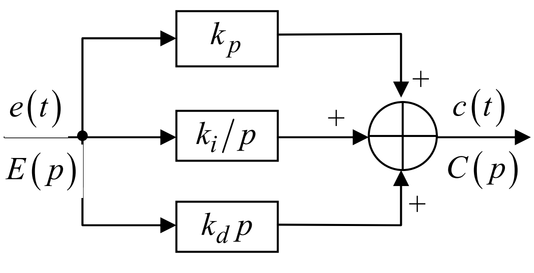
$$A_d'.C_d' = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}.\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

Vậy: $N = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$, $\det N = -2 \neq 0$ nên $\operatorname{rank}(N) = 2$

Kết luận: Hệ thống quan sát được hoàn toàn.

7.4.2 Bộ điều chỉnh PID số

Bộ điều chỉnh PID (Proportional – Intergral - Derivative) liên tục được mô tả trên hình 7.9 gồm 3 kênh song song là tỉ lệ, tích phân và vi phân.



Hình 7.9 Bộ điều chỉnh PID liên tục

+ Khâu tỉ lệ có hệ số truyền k_p

+ Khâu tích phân có tỉ số truyền k_i/p

+ Khâu vi phân có tỉ số truyền $k_d.p$

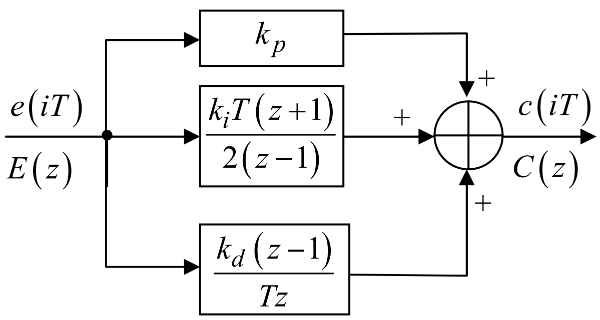
Đối với khâu tích phân số, ta có nhiều cách thể hiện và nếu theo phương pháp tích phân hình thang ta sẽ có hàm truyền là: $\dfrac{k_iT(z+1)}{2(z-1)}$.

Còn khâu vi phân số, sau khi biến đổi ta sẽ có hàm truyền đạt là: $\dfrac{k_d.(z-1)}{T.z}$

Hàm truyền đạt của bộ điều chỉnh PID số được mô tả trên hình 7.12.

$$W_{PID}(z) = k_p + \frac{k_iT(z+1)}{2(z-1)} + \frac{k_d.(z-1)}{T.z} \tag{7.32}$$

$$= \frac{\left(k_iT^2 + 2k_d + 2k_pT\right)z^2 + \left(k_pT^2 - 2k_pT - 4k_d\right)z + 2k_d}{2Tz(z-1)}$$



Hình 7.10 Bộ điều chỉnh PID số

***Ví dụ** 7.7:* Cho hệ thống điều khiển có hàm truyền đạt:

$$W_0(p) = \frac{10}{(p+1)(p+2)}$$

và hàm truyền đạt của khâu ZOH là $W_{LG}(p) = \dfrac{1-e^{-Tp}}{p}$

Xét hoạt động của hệ thống khi mắc thêm bộ điều khiển PID với chu kỳ lấy mẫu $T = 0.1(s)$?

Giải:

Theo công thức (6.36) ta có:

$$Z\left\{W_{LG}(p).W_{LT}(p)\right\} = \left(1 - z^{-1}\right).Z\left\{\frac{W_{LT}(p)}{p}\right\} \tag{7.33}$$

Dùng công thức biến đổi z ta tính được:

$$W_{LTQD}(z) = Z\left\{W_{LG}(p).W_0(p)\right\}$$
$$= \left(1 - z^{-1}\right).Z\left\{\frac{10}{(p+1)(p+2)}\right\}$$

Vậy:

$$W_{LTQD}(z) = \frac{0.0453(z+0.904)}{(z-0.905)(z-0.819)}$$

Hàm truyền đạt mạch kín khi không có bộ PID là:

$$W_k(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{0.0453(z+0.904)}{z^2 - 1.679z + 0.782} \tag{7.34}$$

+ Khi hệ thống có thêm bộ điều chỉnh PID với các tham số:

$$k_p = 1;\ k_i = 0.997 \text{ và } k_d = 0$$

Hàm truyền đạt của bộ điều chỉnh PID là:

$$W_{PID}(z) = 1.0499\frac{z-0.905}{z-1} \tag{7.35}$$

Lúc đó hàm truyền đạt của hệ kín (bao gồm khâu ZOH, đối tượng và bộ điều chỉnh PID) là:

$$W_h(z) = W_{PID}(z).W_{LTQD}(z) = \frac{0.0453(z+0.904)}{(z-1)(z-0.819)} \tag{7.36}$$

Khi đó ta có thể tính được hàm truyền đạt của cả hệ kín khi có bộ điều chỉnh PID.

7.4.3 Tổng hợp hệ ổn định vô tận

Một đặc điểm quan trọng của hệ thống điều khiển rời rạc khác với hệ thống tuyến tính liên tục là tồn tại khả năng ổn định vô tận. Đây chính là chỉ tiêu tác động nhanh của hệ thống điều khiển rời rạc mà cơ sở lý thuyết của nó có thể trình bày như sau:

Nếu tất cả các nghiệm p_i của PTĐT lùi xa đến âm vô cùng thì nó chỉ có nghiệm duy nhất $z_i = 0$. Trong trường hợp này, PTĐT của hệ rời rạc $G(z) = 0$ phải tồn tại điều kiện:

$$a_1 = a_2 = \ldots = a_l = 0 \tag{7.37}$$

và chỉ còn lại dạng:

$$G(z) = a_0.z^l = 0 \tag{7.38}$$

Hàm truyền đạt của hệ thống có $m = l - 1$ là:

$$W(z) = \frac{b_0 z^{l-1} + b_1 z^{l-2} + ... + b_{l-2} z + b_{l-1}}{a_0 z^l} \tag{7.39}$$

hay

$$W(z) = B_0 z^{-1} + B_1 z^{-2} + ... + B_{l-2} z^{-l+1} + B_{l-1} z^{-l} \tag{7.40}$$

trong đó $B_i = b_i / a_0$.

Như đã nói ở chương 6, chuyển đổi Laplace rời rạc của hàm quá độ xung là hàm truyền đạt của hệ thống rời rạc, nghĩa là:

$$W^*(p) = \sum_{n=0}^{\infty} k(nT) e^{-pnT} \tag{7.41}$$

hay viết dưới dạng toán tử z:

$$W(z) = \sum_{n=0}^{\infty} k(nT) z^{-n} \tag{7.42}$$

Hai công thức (7.41) và (7.42) đều mô tả hàm truyền đạt của hệ thống rời rạc nên ta có thể rút ra kết luận:

$$\begin{aligned} &k(0) = 0;\ k(T) = B_0;\ k(2T) = B_1; ...;\ k(lT) = B_{l-1} \\ &k(nT) = 0 \ \text{ khi } \ n > l \end{aligned} \tag{7.43}$$

Như vậy, quá trình quá độ xung $k(nT)$ của hệ thống kết thúc trong một khoảng thời gian nhất định $t = lT$.

Hàm quá độ xung $k(nT)$ là đáp ứng đầu ra của hệ thống khi tác động ở đầu vào là xung Diract. Khi đầu vào của hệ thống cho tác động bởi một hàm bất kỳ $x(nT)$ thì tín hiệu ra của hệ thống được xác định bằng tích chập các hàm $x(nT)$ và $k(nT)$ theo công thức:

$$y(nT) = \sum_{m=0}^{n} x(mT).k\left[(n-m)T\right] \tag{7.44}$$

Đặt $j = n - m \rightarrow m = n - j$, ta có:

$$y(nT) = \sum_{j=n}^{0} x\left[(n-j)T\right].k(jT) \tag{7.45}$$

Đặt $m = j$ và chuyển tổng từ $j = n$ đến 0 thành $j = 0$ đến n thì từ (7.45) ta có:

$$y(nT) = \sum_{m=0}^{n} x\left[(n-m)T\right].k(mT) \tag{7.46}$$

Ta nhận thấy rằng, theo (7.46), khi tồn tại điều kiện (7.43) thì quá trình quá độ của hệ thống sẽ kết thúc sau một khoảng thời gian nhất định $m = l$ do các số hạng trong (7.46) bằng 0 khi $m > l$ và công thức này có thể chuyển thành:

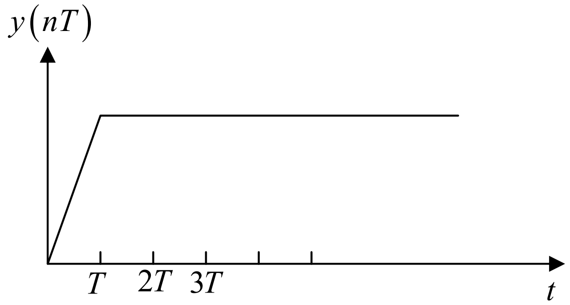
$$y(nT) = \sum_{m=0}^{l} x\left[(n-m)T\right].k(mT) \tag{7.47}$$

Quá trình quá độ của hệ thống kết thúc sau một khoảng thời gian ngắn nhất $t_d = lT$. Vì vậy hệ thống còn được gọi là tối ưu tác động nhanh. Khi tín hiệu vào là hàm bậc thang $A.1(t)$ thì tọa độ giá trị ra theo thời gian được xác định nhu sau:

$$y(0) = 0$$
$$y(T) = A.k(T)$$
$$y(2T) = A.\left[k(T) + k(2T)\right]$$
$$y(3T) = A.\left[k(T) + k(2T) + k(3T)\right]$$
......
$$y(lT) = A.\left[k(T) + k(2T) + ... + k(lT)\right]$$

Do $k(nT) = 0$ khi $n > l$ nên các giá trị tiếp theo đều bằng $y(lT)$. Quá trình quá độ kết thúc tại thời điểm $t = lT$.

Hình 7.11 mô tả quá trình quá độ của hệ thống điều khiển rời rạc tối ưu tác động nhanh khi $l = 1$. Quá trình quá độ kết thúc sau 1 bước lấy mẫu.



Hình 7.11 Quá trình quá độ trong hệ thống tối ưu tác động nhanh

TÓM TẮT NỘI DUNG HỌC TẬP CHƯƠNG 7

Về một khía cạnh nào đó, các hệ thống rời rạc tuyến tính có mối tương đồng so với các hệ thống liên tục tuyến tính:

+ Về tính ổn định của hệ thống, mối quan hệ giữa điều kiện ổn định của hệ thống trong miền p (hệ liên tục) và trong miền z (hệ rời rạc) được thể hiện qua bảng 7.1. Hệ thống rời rạc sẽ ổn định khi tất cả các điểm cực của hệ thống (nghiệm của PTĐT) nằm hoàn toàn trong vòng tròn đơn vị. ($|z| < 1$)

+ Nếu sau khi dùng phương pháp biến đổi bảo toàn hình dạng cho hệ rời rạc, ta hoàn toàn có thể áp dụng các tiêu chuẩn xét tính ổn định cho hệ liên tục như tiêu chuẩn Routh, Hurwitz (phương pháp này chỉ xét cho các hệ có PTĐT bậc thấp). Nếu PTĐT của hệ thống có bậc cao thì ta dùng phương pháp đại số xét ổn định cho hệ thống theo tiêu chuẩn Jury. Một chú ý là hệ rời rạc khó ổn định hơn hệ liên tục (ví dụ, hệ liên tục có PTĐT bậc nhất với các hệ số dương sẽ luôn ổn định nhung hệ rời rạc thì phải kèm theo điều kiện $|a_0| > |a_1|$).

+ Tiêu chuẩn nguyên lý góc quay trong hệ rời rạc tương đương với tiêu chuẩn Mikhailope dùng xét ổn định cho hệ liên tục tiêu tiêu chuẩn tần số.

+ Khi xét các chỉ tiêu chất lượng của hệ rời rạc, ta cũng chú đến các thông số như độ quá điều chỉnh cực đại, thời gian quá độ… và sai số của hệ thống ở trạng thái xác lập.

+ Xét đặc điểm của hệ thống trong không gian trạng thái ta cũng xét tính điều khiển được hoàn toàn và quan sát được hoàn toàn của hệ thống.

Một đặc điểm của hệ thống rời rạc mà hệ thống liên tục không có là tồn tại khả năng ổn định vô hạn của hệ thống.

BÀI TẬP

Bài 1.

Điều kiện để một hệ thống rời rạc tuyến tính ổn định là các nghiệm của PTĐT:

a. Có phần thực nhỏ hơn 0

b. Có phần thực lớn hơn 0

c. Nằm trong đường tròn đơn vị

d. Nằm ngoài đường tròn đơn vị

Bài 2.

Sau khi đặt biến phụ theo phương pháp biến đổi bảo toàn hình dạng, ta có thể xét tính ổn định của một hệ thống rời rạc theo các tiêu chuẩn ổn định của

a. Hệ liên tục

b. Hệ rời rạc

Bài 3.

Điều kiện cần để một hệ thống rời rạc ổn định là các hệ số của PTĐT dương?

a. Đúng

b. Sai

Bài 4.

Khi tín hiệu vào $u(t) = t$, sai số xác lập của hệ rời rạc được xác định theo công thức nào?

a. $e(\infty) = \lim\limits_{z\to 1} \dfrac{T}{1 + Z\left\{W_{LG}(p).W_{LT}(p).W_{FH}(p)\right\}}$

b. $e(\infty) = \lim\limits_{z\to 1} \dfrac{1}{(z-1)\left[1 + Z\left\{W_{LG}(p).W_{LT}(p).W_{FH}(p)\right\}\right]}$

c. $e(\infty) = \lim\limits_{z\to 1} \dfrac{T}{(z+1)\left[1 + Z\left\{W_{LG}(p).W_{LT}(p).W_{FH}(p)\right\}\right]}$

d. $e(\infty) = \lim\limits_{z\to 1} \dfrac{T}{(z-1)\left[1 + Z\left\{W_{LG}(p).W_{LT}(p).W_{FH}(p)\right\}\right]}$

Bài 5.

Hàm truyền đạt của bộ điều khiển PID số?

a. $W_{PID}(z) = k_p + \dfrac{k_i T(z+1)}{2(z-1)} + \dfrac{k_d.(z-1)}{T.z}$

b. $W_{PID}(z) = k_p + \dfrac{k_d T(z+1)}{2(z-1)} + \dfrac{k_i.(z-1)}{T.z}$

c. $W_{PID}(z) = k_i + \dfrac{k_p T(z+1)}{2(z-1)} + \dfrac{k_d.(z-1)}{T.z}$

d. $W_{PID}(z) = k_d + \dfrac{k_i T(z+1)}{2(z-1)} + \dfrac{k_p.(z-1)}{T.z}$

Bài 6.

Cho hệ thống được biểu diễn trong không gian trạng thái dạng:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} x_1(i+1) \\ x_2(i+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(i) \\ x_2(i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} u(i) \\ y(i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(i) \\ x_2(i) \end{bmatrix} \end{cases}$$

Ma trận điều khiển được và hạng của ma trận?

Bài 7.

Cho hệ thống được biểu diễn trong không gian trạng thái dạng:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} x_1(i+1) \\ x_2(i+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(i) \\ x_2(i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} u(i) \\ y(i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(i) \\ x_2(i) \end{bmatrix} \end{cases}$$

Ma trận quan sát được và hạng của ma trận?

Bài 8.

Với tín hiệu vào $u(t) = 1(t)$, sai số xác lập của hệ rời rạc được xác định theo công thức nào?

a. $e(\infty) = \lim\limits_{z \to \infty} \dfrac{1}{1 + Z\left\{W_{LG}(p).W_{LT}(p).W_{FH}(p)\right\}}$

b. $e(\infty) = \lim\limits_{z \to T} \dfrac{1}{1 + Z\left\{W_{LG}(p).W_{LT}(p).W_{FH}(p)\right\}}$

c. $e(\infty) = \lim\limits_{z \to 1} \dfrac{1}{1 + Z\left\{W_{LG}(p).W_{LT}(p).W_{FH}(p)\right\}}$

d. $e(\infty) = \lim\limits_{z \to 1} \dfrac{1}{1 + Z\left\{W_{LT}(p).W_{FH}(p)\right\}}$

Bài 9.

Điều kiện để hệ thống có PTĐT bậc nhất dạng: $a_0 z + a_1 = 0$ ổn định theo phương pháp bảo toàn hình dạng là gì?

Bài 10.

Giả sử hệ thống rời rạc có PTĐT dạng: $2z^2 + 3z + 4 = 0$.

Chuyển về hệ liên tục tuyến tính tương đương theo phương pháp biến đổi bảo toàn hình dạng?

Bài 11.

Một trong những điều kiện để hệ thống rời rạc có phương trình đặc trưng ổn định theo tiêu chuẩn Jury là:

a. $A(-1) > 0$ nếu l chẵn và $A(-1) < 0$ nếu l lẻ

b. $A(-1) < 0$ nếu l chẵn và $A(-1) > 0$ nếu l lẻ

c. $A(-1) = 0$ nếu l chẵn và $A(-1) < 0$ nếu l lẻ

d. $A(-1) > 0$ nếu l chẵn và $A(-1) = 0$ nếu l lẻ

HƯỚNG DẪN TRẢ LỜI VÀ ĐÁP ÁN BÀI TẬP

CHƯƠNG 1

Bài 1:

- Vẽ được sơ đồ khối của hệ thống
- Nêu được chức năng của các khối
- Nêu được các tín hiệu có trong hệ thống

Bài 2: Đáp án c.

c. Hàm truyền đạt của hệ thống là tỉ số giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào của hệ thống đó biểu diễn theo biến đổi Laplace với điều kiện đầu triệt tiêu.

Bài 3: Đáp án c.

c. các điểm cực (pole)

Bài 4:

- Từ phương trình vi phân đặc các biến trạng thái
- Viết được phương trình trạng thái mô tả hệ thống dạng
- $\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases}$
- Vẽ được sơ đồ dạng tổng quát biểu diễn hệ thống trong không gian trạng thái.

Bài 5:

- Nêu cách xây dựng hàm truyền tần số
- Trình bày cách tính đặc tính biên tần, pha tần, biên tần logarithm và pha tần logarithm của hệ hở.

Bài 6:

- Nêu cách xây dựng hàm truyền tần số
- Trình bày cách tính đặc tính biên tần, pha tần của hệ kín

Bài 7:

Đáp án c.

c. $W = W_1.W_2.W_3$

Bài 8:

Đáp án a.

a. Tín hiệu đó phải đi qua một khối mới có hàm truyền đạt chính bằng khối đó.

Bài 9:

Đáp án b.

b. Tín hiệu đó phải đi qua một khối mới có hàm truyền đạt bằng nghịch đảo của khối đó.

Bài 10:

- Chuyển tín hiệu ra từ trước ra sau khối W_3.
- Tìm hàm truyền đạt của hệ thống:

$$W(p) = \frac{W_1W_2W_3}{1 + W_2W_3 + W_1W_2}$$

Bài 11:

- Chuyển tín hiệu ra từ trước ra sau khối $W_b(p)$.
- Tìm hàm truyền đạt của hệ thống:

$$W(p) = \frac{W_aW_b}{1 + W_aW_c + W_aW_bW_cW_d}$$

Bài 12:

Đáp án a.

a. $W_{ij} = X_j / X_i$

Bài 13:

Đáp án a.

a. $W_k(p) = \dfrac{W_h(p)}{1 + W_h(p)}$

Bài 14:

Đáp án b.

b. Các điểm cực

CHƯƠNG 2

Bài 1.

Đáp án c.

c. $1(t)$

Bài 2.

Đáp án a.

a. $\delta(t)$

Bài 3.

Đáp án d.

d. Cả bốn đặc tính trên (BT, PT, TBP, PTL).

Bài 4.

- Chỉ có một tín hiệu vào và một tín hiệu ra
- Tín hiệu chỉ truyền đi một chiều, nghĩa là khi có tín hiệu vào thì có tín hiệu ra nhưng tín hiệu ra không ảnh hưởng đến tín hiệu vào.
- Quá trình động học của phần tử được biểu diễn bằng phương trình vi phân không quá bậc hai.

Bài 5.

- Nêu được sự khác nhau về PTVP, hàm truyền đạt
- Sự khác nhau giữa các đặc tính thời gian
- Sự khác nhau giữa các đặc tính tần số
- Sự khác nhau về mối quan hệ giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào (theo pha)

Bài 6.

- Vì các đặc tính tần số có tính chất đối xứng.
- Nêu được đặc tính tần số nào đối xứng qua đâu? (BT, TBP đối xứng qua trục thực, PT đối xứng qua gốc tọa độ)

Bài 7.

Đáp án c.

c. $p = j\omega$

Bài 8.

Chứng minh rằng khâu trễ có $R^2(\omega) + I^2(\omega) = 1$

Bài 9.

Đáp án c.

c. $A(\omega) = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)}$

Bài 10.

Đáp án b.

b. Hai tín hiệu vào và ra là đồng pha với nhau

Bài 11.

Đáp án b.

b. Sai

Bài 12.

- Viết hàm truyền đạt hệ hở dưới dạng tích của các khâu cơ bản nối với nhau
- Kết luận là hệ hở gồm hai khâu tích phân, một khâu quán tính bậc 1 và một khâu vi phân

CHƯƠNG 3

Bài 1.

Đáp án c.

c. Hệ hở ở biên giới ổn định

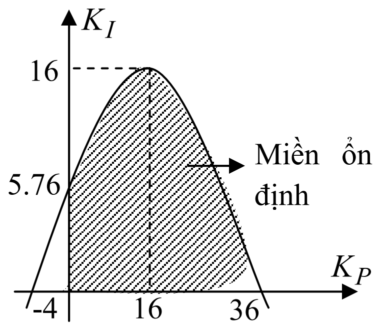
Bài 2.

Đáp án a.

a. Hệ thống kín ở biên giới ổn định

Bài 3.

Thực chất đây là bài toán tìm các tham số để hệ ổn định



Bước 1. Tìm đa thức đặc trưng $A(p)$ của hệ thống kín

$$A(p) = p^4 + 5p^3 + 8p^2 + (4 + K_P)p + K_I$$

Bước 2. Xét ổn định

+ Điều kiện cần: $\begin{cases} K_P > 0 \\ K_I > 0 \end{cases}$

+ Điều kiện đủ: Xét ổn định theo tiêu chuẩn Routh:

Bảng Routh:

1	8	K_I
5	$4+K_P$	0
$-K_P+36$	$5K_I$	
$(4+K_P)(-K_P+36)-25K_I$	0	

Điều kiện ổn định: $\begin{cases} K_P < 36 \\ K_I < \dfrac{(K_P+4)(-K_P+36)}{25} \end{cases}$

Kết hợp điều kiện cần ta có điều kiện để hệ ổn định là:

$$\begin{cases} K_P > 0 \\ K_I > 0 \\ K_P < 36 \\ K_I < \dfrac{(K_P+4)(-K_P+36)}{25} \end{cases}$$

Bài 4.

Từ sơ đồ cấu trúc ta có hàm truyền đạt của hệ hở:

$$W_h(p) = \frac{2kp+1}{2p\left(2p^2+3p+1\right)(p+1)}$$

+ Hàm truyền đạt của hệ kín:

$$W_k(p) = \frac{2kp+1}{2p\left(2p^2+3p+1\right)(p+1)+2kp+1}$$

+ PTĐT của hệ thống kín:

$$2p\left(2p^2+3p+1\right)(p+1)+2kp+1=0$$

$$\Leftrightarrow 4p^4+10p^3+8p^2+2(k+1)p+1=0$$

+ Điều kiện cần để hệ ổn định: $k > -1$

+ Lập bảng Routh (sau khi chia các phần tử dòng 2 cho 2):

4	8	1
5	$k+1$	0
$36-4k$	5	
$-4k^2+32k+11$		

Điều kiện ổn định là các số hạng trong cột đầu tiên của bảng Routh dương

$$\Rightarrow \begin{cases} k < 9 \\ -0.33 < k < 8.33 \end{cases}$$

Kết với điều kiện cần, ta có điều kiện để hệ kín ổn định là: $-0.33 < k < 8.33$

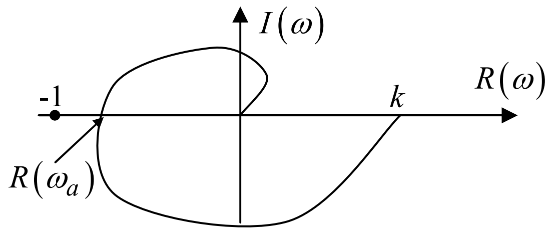
Bài 5.

+ Xét ổn định của hệ hở:

PTĐT của hệ hở: $\left(2p^3 + 2p^2 + 3p + 1\right)\left(p+1\right) = 0$

Phương trình $p + 1 = 0$ cho ta nghiệm $p = -1$

Phương trình $2p^3 + 2p^2 + 3p + 1 = 0$ cho các nghiệm nằm bên trái trục ảo vì có $a_1.a_2 = 6 > a_0.a_3 = 2$. Vậy hệ hở ổn định. Trong trường hợp này, theo tiêu chuẩn Nyquist, hệ kín ổn định khi đặc tính TBP hệ hở không bao điểm $\left(-1,\ j0\right)$ và có đồ thị tương đương như hình 3.11.



Hình 3.11 Đặc tính TBP của hệ hở khi hệ kín ổn định

Vậy hệ kín ổn định khi:

$$\begin{cases} -1 < R(\omega_a) \\ k = R(0) > -1 \end{cases}$$ (ω_a là tần số mà tại đó đặc tính TBP cắt trục thực)

+ Khảo sát đặc tính TBP hệ hở: thay $p = j\omega$ vào hàm truyền đạt hệ hở, tách phần thực và phần ảo, ta có:

$$R(\omega) = \frac{k\left(2\omega^4 - 5\omega + 1\right)}{\left(2\omega^4 - 5\omega + 1\right)^2 + j\left(4\omega - 4\omega^3\right)^2}$$

$$I(\omega) = \frac{k\left(4\omega - 4\omega^3\right)}{\left(2\omega^4 - 5\omega + 1\right)^2 + j\left(4\omega - 4\omega^3\right)^2}$$

Cho $I(\omega) = 0$ ta tìm được $\omega_a = 1$. Thay vào công thức $R(\omega)$ ta được $R(\omega) = -k/2$ và $R(0) = k$. Vậy hệ ổn định khi $-k/2 > -1$ và $k > -1$. Vậy hệ kín ổn định khi $-1 < k < 2$.

Bài 6.

Đáp án c.

c. Số hạng cuối cùng trong cột đầu tiên của bảng Routh bằng 0 và các số hạng còn lại trong cột đầu tiên của bảng Routh dương

Bài 7.

Đáp án a.

a.

Bài 8.

Đáp án b.

b. Sai

Bài 9.

Đáp án c.

c.

Bài 10.

Đáp án c.

c. $n\pi/2$

Bài 11.

Đáp án b.

b. Không bao điểm $(-1,\ j0)$

Bài 12.

Đáp án a.

a. $k\pi$

Bài 13.

- Thay T=2, tìm được hàm truyền đạt của hệ thống kín:

$$W_k = \frac{4}{2p^2 + p + 5}$$

Xác định được phương trình đặc trưng của hệ thống kín:

$$2p^2 + p + 5 = 0$$

- Xét tính ổn định của hệ thống theo một trong các tiêu chuẩn đã học

  * Điều kiện cần: $a_0,\ a_1,\ a_2 > 0$, thoả mãn

  * Điều kiện đủ:

  Tính nghiệm của phương trình đặc trưng:

$$p_{1,2} = \frac{-1 \pm i\sqrt{39}}{8}$$

  * Kết luận: hệ ổn định

Bài 14.

- Xác định được phương trình đặc trưng:

$$p^2 + p + k + 1 = 0$$

- Xét ổn định

  + Điều kiện cần: $k > -1$

  + Điều kiện đủ:

  Lập bảng Routh, xác định điều kiện để $b_0 > 0$

$$b_0 = k + 1 > 0 \Rightarrow k > -1$$

  + Kết luận: hệ ổn định khi $k > -1$

CHƯƠNG 4

Bài 1.

Đáp án d.

d. bậc vô sai tĩnh của hệ thống

Bài 2.

Đáp án c.

c. $\partial = \lim_{p \to 0} pE(p)$

Bài 3.

Đáp án a.

a. $\sigma\% = \frac{y_{\max} - y_\infty}{y_\infty}100$

Bài 4.

Đáp án a.

a. $I_1 \to \min$

Bài 5.

Đáp án b.

b. có

Bài 6.

Đáp án d.

d. $k/(k+1)$

Bài 7.

Đáp án a.

a. đúng

Bài 8.

Đáp án d.

d. $I_4 = \int_0^\infty \left[e^2 + \alpha \left(\frac{de}{dt} \right)^2 \right] dt$

Bài 9.

- Viết được biểu thức tính sai lệch tĩnh của hệ thống
- Tìm được $U(p)$
- Tìm được sai số $\partial = \frac{1}{k+1}$

Bài 10.

Đáp án b.

b. $1/p$

CHƯƠNG 5

Bài 1.

Đáp án b.

b. Sai

Bài 2.

Đáp án a.

a. Khâu khuếch đại

Bài 3.

- Vì giá trị điều khiển x chỉ đạt được giá trị xác lập (quá trình điều khiển đã kết thúc) khi $e = 0$.
- Cho ví dụ minh họa

Bài 4.

Đáp án b.

b. Đúng

Bài 5.

Đáp án d.

d. Từ 0 đến $\pi/2$

Bài 6.

Đáp án a.

a. Cho phép tồn tại sai lệch tĩnh

Bài 7.

Đáp án b.

b. Đúng

Bài 8.

Đáp án a.

a. Triệt tiêu sai lệch tĩnh

Bài 9.

- Viết được công thức tính sai số xác lập của hệ thống

$$\partial = \lim_{p \to 0} \frac{p}{1 + W_h(p)} U(p)$$

- Từ $u(t)$ tìm $U(p)$ theo biến đổi Laplace
- Tìm được sai số của hệ thống: $\partial = 0$

Bài 10.

Đáp án d.

d. $P = \begin{bmatrix} B & A.B & A^2.B & ... & A^{n-1}.B \end{bmatrix}$

Bài 11.

- Viết được công thức tính ma trận quan sát được

$$N = \begin{bmatrix} C' & A'C' \end{bmatrix}$$

- Tính ma trận quan sát được theo các thông số đã cho

$$N = \begin{bmatrix} 1 & \begin{bmatrix} 0.5 & -2 \\ 1.5 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \\ 0 & \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 \\ 0 & 1.5 \end{bmatrix}$$

- Xét điều kiện để hệ thống quan sát được hoàn toàn

$$\det(N) = 1.5 \neq 0 \Rightarrow rank(N) = 2 = n$$

Kết luận: Hệ quan sát được hoàn toàn

Bài 12.

- Viết được công thức tính ma trận điều khiển được

$$P = \begin{bmatrix} B & AB \end{bmatrix}$$

- Tính ma trận điều khiển được theo các thông số đã cho

$$P = \begin{bmatrix} -1 & \begin{bmatrix} -0.5 & 3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} \\ 0 & \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -0.5 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

- Xét điều kiện để hệ thống điều khiển được hoàn toàn

$$\det(P) = -2 \neq 0 \Rightarrow rank(P) = 2 = n$$

Kết luận: Hệ điều khiển được hoàn toàn.

CHƯƠNG 6

Bài 1.

Đáp án b.

b. Lượng tử hóa theo thời gian

Bài 2.

Đáp án a.

a. $W_{LG}(p) = \dfrac{1}{p}\left(1 - e^{-pT}\right)$

Bài 3.

$y(j+1) + y(j) = 0$ với $j = i + 2$.

Bài 4.

Đáp án b.

b. Sai

Bài 5.

$$W(z) = \frac{0.008}{z-1} + \frac{0.00267}{1.005z-1} - \frac{0.01067}{1.002z-1}$$

Bài 6.

$$W(z) = \frac{0.000834}{1.0025z-1} + \frac{0.0025}{1.005z-1} - \frac{0.00334}{1.01z-1}$$

Bài 7.

$$\begin{cases} x(i+1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1-e^{-0.1} & e^{-0.1} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x_1(i) \\ x_2(i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -e^{-0.1} \end{bmatrix} u(i) \\ y(i) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x_1(i) \\ x_2(i) \end{bmatrix} \end{cases}$$

Bài 8.

Đáp án c.

c. $W_k(z) = \dfrac{Y(z)}{U(z)} = \dfrac{Z\{W_{LG}(p).W_{LT}(p)\}}{1+Z\{W_{LG}(p).W_{LT}(p).W_{FH}(p)\}}$

Bài 9.

Đáp án a.

a. $W_k(z) = \dfrac{Y(z)}{U(z)} = \dfrac{Z\{W_{LG}(p).W_{LT}(p)\}}{1+Z\{W_{LG}(p).W_{LT}(p).W_{FH}(p)\}}$

Bài 10.

Đáp án d.

d. $A_d = \left[I - \dfrac{TA}{2}\right]^{-1} . \left[I + \dfrac{TA}{2}\right]; \ B_d = \left[I - \dfrac{TA}{2}\right]^{-1} .T.B; C_d = C; \ D_d = D$

Bài 11.

Đáp án b.

b. $A_d = I + TA; \ B_d = TB; \ C_d = C; D_d = D$

Bài 12.

- Viết được công thức tính A_d, B_d, C_d theo các thông số trong hệ liên tục:

$$\begin{cases} A_d = I + TA \\ B_d = TB \\ C_d = C \end{cases}$$

- Tính cụ thể A_d, B_d, C_d theo các thông số đã cho

$$A_d = \begin{bmatrix} 1.125 & 0.375 \\ -0.5 & 1.75 \end{bmatrix}$$

$$B_d = \begin{bmatrix} 0.25 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- Viết được phương trình trạng thái biểu diễn hệ xung - số

$$\begin{cases} x(i+1) = \begin{bmatrix} 1.125 & 0.375 \\ -0.5 & 1.75 \end{bmatrix} x(i) + \begin{bmatrix} 0.25 \\ 0 \end{bmatrix} u(i) \\ y(i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x(i) \end{cases}$$

CHƯƠNG 7

Bài 1.

Đáp án c.

c. Nằm trong đường tròn đơn vị

Bài 2.

Đáp án a.

a. Hệ liên tục

Bài 3.

Đáp án b.

b. Sai

Bài 4.

Đáp án d.

d. $e(\infty) = \lim\limits_{z \to 1} \dfrac{T}{(z-1)\left[1 + Z\{W_{LG}(p).W_{LT}(p).W_{FH}(p)\}\right]}$

Bài 5.

Đáp án a.

a. $W_{PID}(z) = k_p + \dfrac{k_i T(z+1)}{2(z-1)} + \dfrac{k_d.(z-1)}{T.z}$

Bài 6.

- Viết được công thức tính ma trận điều khiển được của hệ thống số:

$$M = \begin{bmatrix} A_d.B_d & B_d \end{bmatrix}$$

- Tính $M = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$, $\text{rank}(M) = 2$
- Kết luận hệ điều khiển được hoàn toàn

Bài 7.

- Viết được công thức tính ma trận điều khiển được của hệ thống số:

$$N = \begin{bmatrix} C_d' & A_d'.C_d' \end{bmatrix}$$

- Tính $N = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$, $\text{rank}(N) = 2$
- Kết luận hệ quan sát được hoàn toàn

Bài 8.

Đáp án c.

c. $e(\infty) = \lim\limits_{z \to 1} \dfrac{1}{1 + Z\{W_{LG}(p).W_{LT}(p).W_{FH}(p)\}}$

Bài 9.

- Viết được công thức của phương pháp biến đổi bảo toàn hình dạng: $z = \dfrac{v+1}{v-1}$
- Xét ổn định của hệ thống trong mặt phẳng v theo phương pháp đại số như cho hệ liên tục tuyến tính
- Kết luận điều kiện để hệ ổn định là $|a_0| > |a_1|$

Bài 10.

- Viết được công thức của phương pháp biến đổi bảo toàn hình dạng: $z = \dfrac{v+1}{v-1}$
- Tìm được phương trình tương đương trong mặt phẳng v là: $9v^2 - 4v + 3 = 0$

Bài 11.

Đáp án a.

a. $A(-1) > 0$ nếu l chẵn và $A(-1) < 0$ nếu l lẻ

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1]. *Lý thuyết Điều khiển tự động,* Phạm Công Ngô, NXB KHKT, 2001

[2]. *Cơ sở điều khiển tự động,* Ngô Văn Hoà, NXB KHKT, 1999

[3]. *Lý thuyết Điều khiển tự động thông thường và hiện đại,* Nguyễn Thương Ngô, NXB KHKT, 2005.

[4]. *Điều khiển tự động,* Nguyễn Thị Phương Hà, NXB KHKT, 1996

[5]. *Bài tập điều khiển tự động,* Nguyễn Thị Phương Hà, NXBKHKT, 1996

[6]. *Automatic Control Systems,* Benjamin C. Kuo, Prentice - Hall International Editions, Seventh Edition 1995.

[7]. *Modern Control System Theory and Design*, Stanley M. Shinners, New York, 1992.

[8]. *Feedback Control Systems,* John Van De Vegte, Prentice-Hall, 1991.

[9]. *Modern Control Engineering*, Katsuhiko Ogata, Prentice-Hall, 1990.

[10]. *Digital Control System Analysis and Design,* Charles L.Phillips & H.Troy Nagle, Prentice-Hall, 1992.

[11]. *Applied Digital Control Theory, Design and Implementation*, Leigh J.R, London 1984.

[12]. *Computer Controlled Sysytems Theory and Design,* Karl j.Astrom and Bjorn Wittenmark, Prentice-Hall Information and System Sciences Series, Thomas Kailath, Editor, 1984.

MỤC LỤC

CƠ SỞ ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

Mã số: 491LDK350

Chịu trách nhiệm bản thảo

TRUNG TÂM ĐÀO TẠO BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG 1

(Tài liệu này được ban hành theo Quyết định số: 828 /QĐ-TTĐT1 ngày 30/10/2006 của Giám đốc Học viện Công nghệ Bưu chính Viễn thông)