

NGUYỄN VĂN HÒA

Cơ sở lý thuyết

# ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG



NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT

PTS NGUYỄN VĂN HOÀ

SÁCH CHÀO MỪNG 50 NĂM THÀNH LẬP  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI

# CƠ SỞ LÝ THUYẾT ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

*(In lần thứ 3 có chỉnh sửa)*



NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT  
HÀ NỘI 2006

## LỜI NÓI ĐẦU

Điều khiển là một lĩnh vực quan trọng của đời sống xã hội, của nền kinh tế quốc dân, của khoa học kĩ thuật, của nền đại công nghiệp v.v.. Bất cứ ở vị trí nào, bất cứ làm một công việc gì mỗi người trong chúng ta đều tiếp cận với điều khiển. Nó là khâu quan trọng cuối cùng quyết định sự thành bại trong mọi hoạt động của chúng ta.

Nền đại công nghiệp hiện nay càng ngày càng được nâng cao mức độ tự động hoá với mục đích nâng cao năng suất lao động, giảm chi phí sản xuất, giải phóng con người ra khỏi những vị trí làm việc độc hại v.v.. Để tiếp cận với nền đại công nghiệp có trình độ tự động hoá cao, mỗi chúng ta, ngoài những kiến thức cơ bản về chuyên môn của mình, cần phải trang bị một số kiến thức cơ bản về điều khiển tự động.

*Cơ sở lí thuyết điều khiển tự động* là phần nội dung cơ bản nhất của lí thuyết điều khiển tự động. Nó là một trong những môn học được giảng dạy cho hầu hết các lớp kĩ sư và kĩ sư thực hành không phải chuyên ngành về điều khiển tự động trong tất cả các trường đại học kĩ thuật. Để giúp cho học sinh các đối tượng trên có tài liệu tham khảo, tác giả đã cố gắng viết ra cuốn sách này dựa trên kinh nghiệm giảng dạy của mình và tham khảo ý kiến của các đồng nghiệp đã và đang giảng dạy môn lí thuyết điều khiển tự động và ý kiến của các nhà chuyên môn trong lĩnh vực điều khiển tự động. Quyển sách này cũng có thể có ích cho các đối tượng bắt đầu tiếp cận với lĩnh vực điều khiển tự động.

Sách được chia làm ba phần. Những phần có nội dung lớn được chia ra thành chương. Bố cục của từng chương bao gồm phần lí thuyết cơ bản và phần bài tập giải mẫu để giúp bạn đọc củng cố lại những kiến thức lí thuyết vừa nghiên cứu.

**Phần mở đầu.** Khái quát chung về điều khiển.

Mục đích của phần này là nêu lên những khái niệm cơ bản về điều khiển, giới thiệu một cách phân loại hệ thống điều chỉnh tự động và xác định vai trò của cơ sở lí thuyết điều khiển tự động. Phần này giúp các bạn đọc có những khái niệm cơ bản về các hệ thống điều chỉnh tự động.

**Phần một.** Hệ thống điều chỉnh tuyến tính liên tục.

Phần này đưa ra những nội dung cơ bản của lí thuyết hệ tuyến tính liên tục. Đây là phần cơ bản nhất của cơ sở lí thuyết điều khiển tự động. Nó là chìa khoá giúp chúng ta xâm nhập vào môi trường điều khiển. Phần này được chia làm ba chương.

*Chương I :* Mô tả toán học hệ thống tuyến tính liên tục

Mục đích của chương này là trang bị cho bạn đọc công cụ để xây dựng mô hình toán học hệ thống điều chỉnh tự động mà ta cần tiếp cận hoặc cần phải xây dựng. Đây chính là điểm xuất phát để chúng ta xâm nhập sâu vào hệ thống điều chỉnh tự động, là cơ sở để chúng ta có thể phân tích, mổ xẻ hệ thống thực bằng các công cụ lý thuyết.

*Chương II. Khảo sát tính ổn định của hệ thống điều chỉnh tự động.*

Tính ổn định là chỉ tiêu chất lượng đầu tiên của hệ thống điều chỉnh tự động. Nó là điều kiện cần thiết để hệ thống có thể sử dụng. Chương này trang bị cho bạn đọc những lý thuyết cơ bản để phân tích khả năng ổn định của hệ thống thông qua mô hình toán học của nó.

*Chương III. Đánh giá chất lượng quá trình quá độ.*

Chất lượng của quá trình quá độ điều chỉnh là điều kiện quyết định đánh giá khả năng ứng dụng của hệ thống. Những lý thuyết cơ bản về đánh giá và nâng cao chất lượng của quá trình quá độ điều chỉnh được giới thiệu trong chương này.

**Phần hai . Hệ thống điều chỉnh xung tuyến tính.**

Nội dung của phần này được trình bày trong hai chương

*Chương I. Tổng quát về hệ thống điều khiển xung.*

Chương này nêu lên những đặc trưng cơ bản của hệ thống rời rạc, các tính chất của tín hiệu rời rạc và cơ sở toán học để nghiên cứu hệ thống điều khiển xung.

*Chương II. Lý thuyết hệ thống điều khiển xung.*

Nội dung của chương là trình bày những lý thuyết cơ bản mô tả động học hệ thống điều khiển xung, các phương pháp đánh giá tính ổn định của hệ thống điều khiển xung và chất lượng của quá trình quá độ.

**Phần phụ lục** giới thiệu tổng quát về ngôn ngữ mô phỏng TUTSIM. Ngôn ngữ này hiện nay đang được sử dụng khá rộng rãi ở Việt Nam. Các đồ thị trong quyển sách này đã được vẽ ra từ kết quả mô phỏng bằng ngôn ngữ TUTSIM.

Chúng tôi rất mong nhận được những ý kiến đóng góp của bạn đọc và đồng nghiệp để nội dung và bố cục của sách được tốt hơn. Thư góp ý xin gửi về bộ môn Điều khiển tự động, khoa Năng lượng, Trường Đại học Bách khoa Hà Nội và Nhà xuất bản khoa học và kỹ thuật, 70 Trần Hưng Đạo, Hà Nội.

Tác giả xin chân thành cảm ơn .

**Tác giả**



## CÁC CỤM TỪ VIẾT TẮT

A/D (TT-S)	chuyển đổi tương tự số
BT	biên độ tần số
BTL	biên độ tần số logarit
CCCH	cơ cấu chấp hành
CQDC	cơ quan điều chỉnh
D/A (S- TT)	chuyển đổi số tương tự
DCD	động cơ điện
DHX	định hình xung
ĐTDC	đối tượng điều chỉnh
FT	phát tốc
HBN	hệ thống bù nhiễu
HCT	hệ thống điều chỉnh cực trị
HCTr	hệ thống điều chỉnh chương trình
HOĐ	hệ thống điều chỉnh tự ổn định
HTC	hệ thống tự chỉnh định
HTD	hệ thống theo dõi
HTH	hệ thống hở
HTHH	hệ thống hỗn hợp
HTK	hệ thống kín
HTĐB	hệ thống đặc biệt
HTTT	hệ thống thông thường
HTTTLT	hệ thống tuyến tính liên tục
HTU	hệ thống tối ưu
I	tích phân
KCN	khối chức năng
KDCH	khuếch đại chấp hành
LTM	liên tục mở rộng
PD	tỉ lệ vi phân
PI	tỉ lệ tích phân
PID	tỉ lệ vi tích phân
PT	pha tần số
PTL	pha tần số logarit
PTX	phản tử xung
RL	role
TBB	thiết bị bù

TBCĐ	thiết bị đặt giá trị chủ đạo
TBCN	thiết bị công nghệ
TBD	thiết bị đo
TBĐC	thiết bị điều chỉnh
TBP	tần số biên độ pha
TBSS	thiết bị so sánh
TBTC	thiết bị tự chỉnh
TBTCT	thiết bị tìm cực trị
TBTTDK	thiết bị tính toán điều khiển
TTLT	tuyến tính liên tục
XLT	xung lí tương

## PHẦN MỞ ĐẦU

# KHÁI QUÁT CHUNG VỀ ĐIỀU KHIỂN

## §I. CÁC KHÁI NIỆM CƠ BẢN

Trong mọi hoạt động của con người ở bất cứ lĩnh vực nào, bất cứ vị trí nào đều liên quan đến hai từ điều khiển. Trong khoa học tồn tại một ngành khoa học đã và đang phát triển mạnh mẽ gọi là điều khiển học.

*Điều khiển học* là khoa học nghiên cứu về các quá trình thu thập, xử lý tín hiệu và điều khiển trong mọi lĩnh vực đời sống xã hội, khoa học công nghệ, môi trường thiên nhiên v.v.. Điều khiển học chia ra nhiều lĩnh vực khác nhau gồm điều khiển học toán học, điều khiển học sinh học, điều khiển học kỹ thuật, điều khiển học kinh tế v.v..

*Điều khiển học kỹ thuật* là khoa học nghiên cứu về quá trình thu thập, xử lý tín hiệu và điều khiển các quá trình và hệ thống thiết bị kỹ thuật. Cơ sở lý thuyết của điều khiển học kỹ thuật là lý thuyết điều khiển tự động. Cơ sở lý thuyết điều khiển tự động là phần lý thuyết cơ bản của lý thuyết điều khiển tự động.

Khái niệm điều khiển được hiểu là tập hợp tất cả các tác động mang tính tổ chức của một quá trình nào đó nhằm đạt được mục đích mong muốn của quá trình đó. Hệ thống điều khiển mà không có sự tham gia trực tiếp của con người trong quá trình điều khiển được gọi là *điều khiển tự động*. Điều chỉnh là một khái niệm hẹp hơn của điều khiển. *Điều chỉnh* là tập hợp tất cả các tác động nhằm giữ cho một tham số nào đó của quá trình ổn định hay thay đổi theo một qui luật nào đó. Tham số này được gọi là tham số cần điều chỉnh. Cơ sở lý thuyết điều khiển tự động chỉ nghiên cứu các quá trình trong hệ thống điều chỉnh tự động.

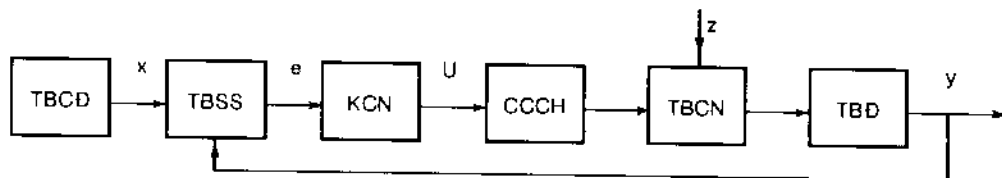
Một hệ thống điều chỉnh tự động bao gồm hai thành phần cơ bản là đối tượng điều chỉnh ĐTDC và thiết bị điều chỉnh TBDC. ĐTDC là thành phần tồn tại khách quan có tín hiệu ra là đại lượng cần điều chỉnh và nhiệm vụ cơ bản của điều chỉnh là phải tác động lên đầu vào của ĐTDC sao cho đại lượng cần điều chỉnh đạt được giá trị mong muốn. TBDC là tập hợp tất cả các phần tử của hệ thống nhằm mục đích tạo ra giá trị điều chỉnh tác động lên đối tượng. Giá trị này được gọi là tác động điều chỉnh.

Đại lượng cần điều chỉnh còn được gọi là đại lượng ra của hệ thống điều chỉnh tự động. Những tác động từ bên ngoài lên hệ thống được gọi là tác động nhiễu.

Phương pháp để TBĐC tạo ra tín hiệu điều chỉnh gọi là phương thức điều chỉnh (điều khiển). Có ba phương thức điều chỉnh là : phương thức điều chỉnh theo chương trình, phương thức bù nhiễu và phương thức điều chỉnh theo sai lệch.

Trong phương thức điều chỉnh theo chương trình, tín hiệu điều chỉnh được phát ra do một chương trình định sẵn trong TBĐC. Với phương thức bù nhiễu, tín hiệu điều chỉnh được hình thành khi xuất hiện nhiễu loạn tác động lên hệ thống. Tín hiệu điều chỉnh phát ra nhằm bù lại sự tác động của nhiễu loạn để giữ cho giá trị ra của đại lượng cần điều chỉnh không đổi. Vì vậy hệ thống bù nhiễu còn được gọi là hệ thống điều khiển bất biến.

Trong kĩ thuật thường sử dụng phương thức điều khiển theo sai lệch. Tín hiệu điều khiển ở đây được hình thành do có sự sai lệch giữa giá trị mong muốn và giá trị đo được của đại lượng cần điều chỉnh. Sơ đồ cấu trúc hệ thống điều chỉnh tự động tác động theo phương thức sai lệch được mô tả trên hình 1.



Hình 1. Sơ đồ cấu trúc hệ thống điều chỉnh tự động

Trong đó :

TBĐC - Thiết bị đặt giá trị chủ đạo  $x$ , là giá trị mong muốn của đại lượng cần điều chỉnh.

TBSS - Thiết bị so sánh giá trị chủ đạo  $x$  và giá trị đo được  $y$  của đại lượng cần điều chỉnh để xác định giá trị sai lệch  $e = x - y$ . Giá trị  $x$  còn được gọi là giá trị nhiễu đặt trước.

KCN - Khối chức năng nhằm tạo ra tín hiệu điều chỉnh  $U$  theo giá trị sai lệch  $e$  :  $U = f(e)$ .

CCCH - Cơ cấu chấp hành thực hiện tác động điều chỉnh  $U$  lên ĐTĐC.

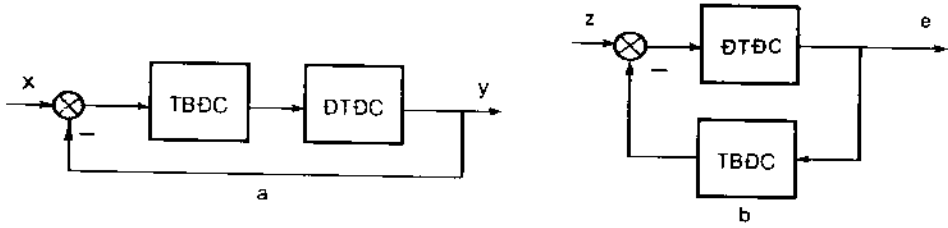
TBCN - Thiết bị công nghệ cơ tín hiệu ra là đại lượng cần điều chỉnh.

TBD - Thiết bị đo để xác định giá trị  $y$  của đại lượng cần điều chỉnh.

$z$  - Tác động nhiễu phụ tải là những tác động từ ngoài lên hệ thống mà chúng ta không mong muốn.

Hệ thống điều chỉnh tự động có thể mô tả bằng hai thành phần chính là ĐTĐC và TBĐC. Khi khảo sát hệ thống chúng ta chỉ khảo sát cho một nhiễu cụ thể còn các nhiễu khác tính bằng không. Hình 2 mô tả hệ thống điều chỉnh tự động cho những tác động nhiễu khác nhau. Hình 2a mô tả hệ thống điều

chỉnh tự động chịu tác động của nhiễu đặt trước  $x$  còn hình 2b mô tả nhiễu phụ tải  $z$ .



**Hình 2.** Mô tả hệ thống điều chỉnh tự động với các tác động nhiễu khác nhau.  
a - nhiễu đặt trước ; b - nhiễu phụ tải

Hệ thống điều chỉnh tự động luôn luôn tồn tại ở một trong hai trạng thái : trạng thái xác lập (trạng thái tĩnh) và trạng thái quá độ (trạng thái động). Trạng thái xác lập là trạng thái mà tất cả các đại lượng của hệ thống đều đạt được giá trị không đổi. Trạng thái quá độ là trạng thái kể từ thời điểm có tác động nhiễu cho đến khi hệ thống đạt được trạng thái xác lập mới. Lí thuyết điều khiển tự động tập trung cơ bản mô tả và phân tích trạng thái quá độ của hệ thống. Trạng thái xác lập đánh giá độ chính xác của quá trình điều chỉnh. Nếu ở trạng thái xác lập vẫn còn tồn tại sai lệch giữa tín hiệu chủ đạo và tín hiệu đo được thì giá trị sai lệch này được gọi là sai lệch dư (hay còn gọi là sai lệch tĩnh) và được kí hiệu là  $\theta$ , còn hệ thống được gọi là hệ thống có sai lệch dư. Nếu  $\theta = 0$  thì hệ thống được gọi là hệ thống không có sai lệch dư.

## §1-2 PHÂN LOẠI HỆ THỐNG ĐIỀU CHỈNH TỰ ĐỘNG

Có rất nhiều cách phân loại hệ thống điều chỉnh tự động. Mục đích của phần này không phải là đi sâu các cách phân loại các hệ thống điều chỉnh tự động mà chỉ đi sâu một cách phân loại nhằm giúp bạn đọc thấy được vị trí giới hạn phần lí thuyết mà mình nghiên cứu. Với mục đích đó hệ thống điều chỉnh tự động được phân làm hai loại chính phụ thuộc vào tính chất của các phần tử của hệ thống là : hệ thống tuyến tính và hệ thống phi tuyến tính.

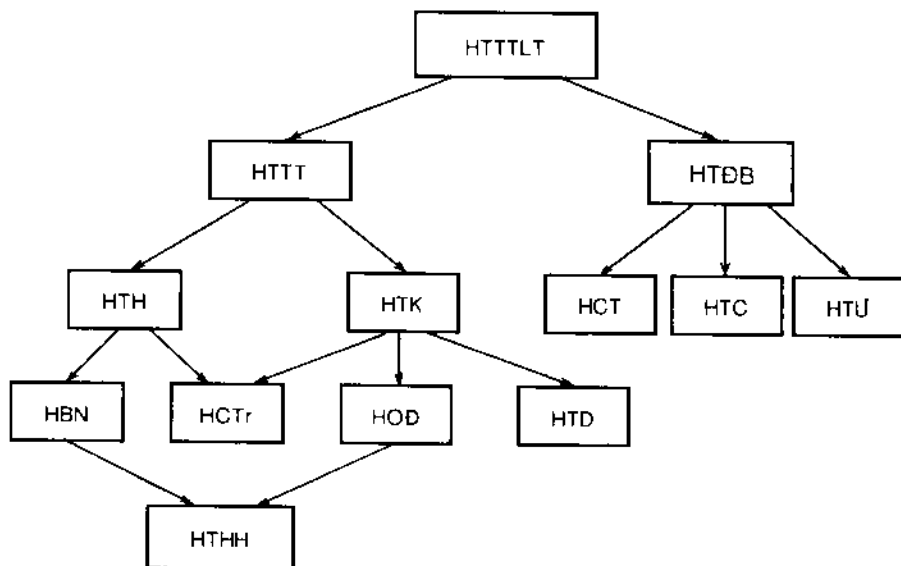
Nếu tất cả phần tử của hệ thống đều là tuyến tính thì hệ thống được gọi là *hệ tuyến tính*. Chỉ cần một phần tử trong hệ thống mang tính phi tuyến tính thì hệ thống được gọi là hệ phi tuyến tính. Phần cơ bản nhất của lí thuyết điều khiển tự động là đi sâu nghiên cứu hệ tuyến tính. Đặc trưng cơ bản nhất của các phần tử tuyến tính là chịu tác động của nguyên lí xếp chồng. Nghĩa là khi có một tổ hợp tín hiệu tác động ở đầu vào của phần tử thì tín hiệu ra sẽ bằng tổ hợp tương ứng của các tín hiệu ra thành phần. Hệ thống phi tuyến tính không chịu tác động của nguyên lí này.

Theo tính chất truyền tín hiệu hệ thống tuyến tính lại được phân làm hai loại



là : hệ thống liên tục và hệ thống gián đoạn. Nếu thông tin được truyền đi trong hệ thống liên tục ở tất cả các mắt xích thì hệ thống được gọi là hệ thống tuyến tính liên tục. Nếu tại một mắt xích nào đó thông tin bị gián đoạn thì hệ thống được gọi là hệ thống tuyến tính gián đoạn.

Hình 3 chỉ ra sự phân loại của hệ thống điều chỉnh tự động tuyến tính liên tục (HTTTLT).



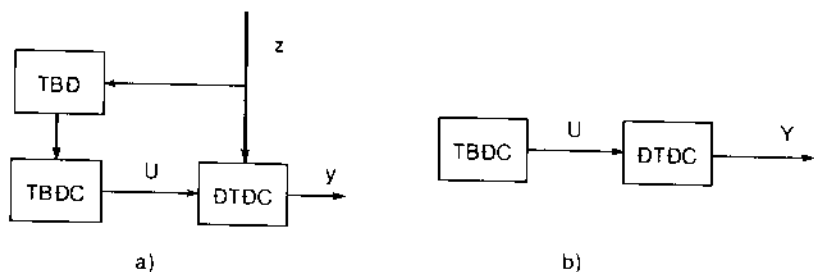
Hình 3. Sơ đồ phân loại hệ thống điều chỉnh tự động tuyến tính liên tục

Dựa vào lượng thông tin thu thập được ban đầu về ĐTDC và tính chất của nó mà phải xây dựng được hệ thống TBDC thích hợp bảo đảm được chất lượng của điều chỉnh. Từ đây HTTTLT được phân thành hai loại là hệ thống điều chỉnh thông thường HTTT và hệ thống điều chỉnh tự thích nghi HTTN.

HTTT được xây dựng cho những đối tượng mà các thông tin ban đầu về chúng đã khá đầy đủ. Trong hệ thống này cấu trúc và tham số của TBDC là không đổi đối với ĐTDC cụ thể. Đối với những ĐTDC mà các thông tin ban đầu không đầy đủ hay quá trình công nghệ có yêu cầu đặc biệt thì HTTT không đáp ứng được. Vì vậy phải xây dựng HTTN. Đối với HTTN ngoài cấu trúc thông thường ra trong TBDC còn có một số thiết bị đặc biệt khác thực hiện chức năng riêng của nó nhằm bảo đảm chất lượng của quá trình điều chỉnh.

HTTT được phân ra làm hai loại là hệ thống điều chỉnh hở HTH và hệ thống điều chỉnh kín HTK. Đối với hệ thống điều chỉnh hở tín hiệu của đại lượng cần điều chỉnh không được sử dụng trong quá trình tạo ra tác động điều khiển. Phương thức điều khiển ở đây là phương thức bù nhiễu trong hệ thống bù nhiễu

HBN hoặc phương thức điều khiển theo chương trình trong hệ thống điều chỉnh theo chương trình HCTr. Sơ đồ cấu trúc của HTH được mô tả trên hình 4. Trong đó TBD là thiết bị đo nhiễu.

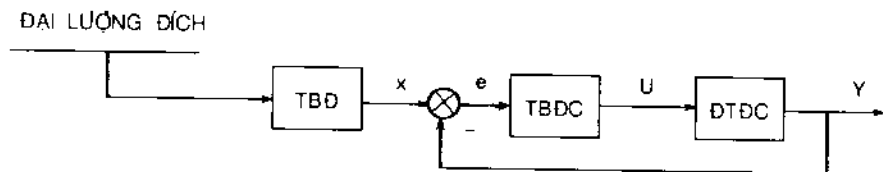


Hình 4. Hệ thống điều chỉnh hỗn hợp

a - hệ thống bù nhiễu ; b - hệ thống điều chỉnh theo chương trình

HTK tác động theo phương thức điều khiển theo sai lệch. Tín hiệu đo được của đại lượng cần điều chỉnh được đưa phản hồi trở lại đầu vào hệ thống và được sử dụng trong quá trình tạo ra tác động điều khiển  $U$ . Sơ đồ cấu trúc của hệ thống kín đã được mô tả trong hình 2. Dựa vào tính chất của giá trị chủ đạo  $x$  mà HTK được phân ra thành hệ thống tự động ổn định HOĐ, hệ thống điều chỉnh theo chương trình HCTr và hệ thống theo dõi HTD.

Trong HOĐ  $x = \text{const}$ , TBĐC luôn luôn giữ cho đại lượng cần điều chỉnh ổn định ở giá trị đặt này. Còn trong HCTr giá trị  $x$  thay đổi theo một chương trình định sẵn. TBĐC phải bảo đảm cho đại lượng cần điều chỉnh bám theo đường chương trình với một độ chính xác cần thiết. Đối với HTD giá trị  $x$  không biết trước. Nó được xác định thông qua một hệ thống thiết bị đo một đại lượng đích nào đó mà TBĐC phải tác động để cho đại lượng cần điều chỉnh luôn luôn theo sát đại lượng đích này. Sơ đồ cấu trúc HTD được mô tả trên hình 5.

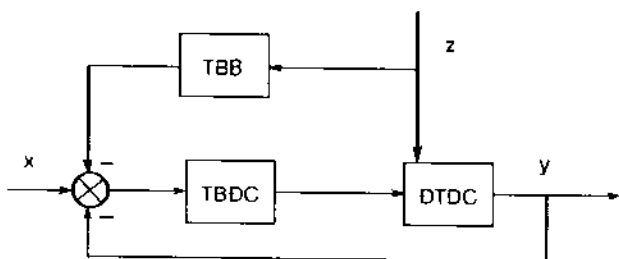


Hình 5. Sơ đồ hệ thống theo dõi  
TBD - thiết bị đo

Hệ thống điều chỉnh hỗn hợp HTHH là sự kết hợp của HOĐ với HBN để nhằm mục đích nâng cao chất lượng của quá trình điều chỉnh. Sơ đồ cấu trúc của HTHH được mô tả trên hình 6. Thiết bị bù TBB ở đây đóng vai trò kết hợp với TBĐC để tạo ra tín hiệu bù sao cho giá trị  $y$  không đổi khi có sự tác động

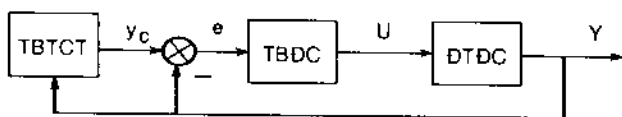
của nhiễu  $z$ .

HTĐB được chia thành ba loại chính là hệ thống điều chỉnh cực trị HCT, hệ thống điều chỉnh với thiết bị tự chỉnh định HTC và hệ thống điều khiển tối ưu HTU. Khi đại lượng cần điều chỉnh có cực trị và chúng ta mong muốn nó luôn



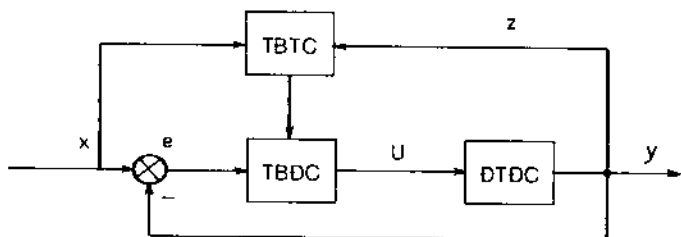
Hình 6. Hệ thống điều chỉnh hỗn hợp

luôn tồn tại ở điểm cực trị này thì phải sử dụng HCT. Sơ đồ cấu trúc của nó được mô tả trên hình 7. Thiết bị tìm cực trị TBTCT thực hiện chức năng tìm giá trị cực trị  $y_c$  của đại lượng cần điều chỉnh và phát cho hệ thống ĐCTĐ. Như vậy chỉ khi  $y_c$  và  $y$  cùng đạt cực trị thì  $e = 0$  và hệ thống đạt trạng thái xác lập. Như vậy đại lượng cần điều chỉnh luôn luôn được giữ ở giá trị cực trị. Sai số của điều chỉnh ở đây phụ thuộc vào độ chính xác của giá trị cực trị tìm được và độ chính xác của hệ thống điều chỉnh.



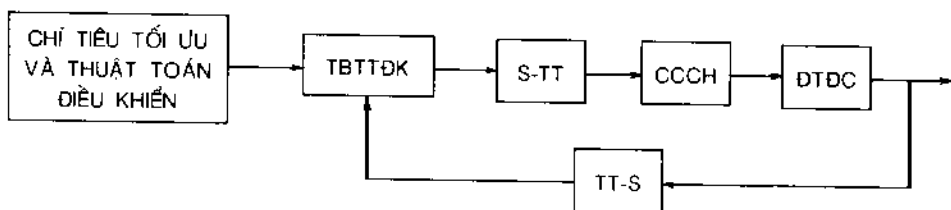
Hình 7. Sơ đồ cấu trúc hệ thống điều chỉnh cực trị

Trong HTC ngoài các cấu trúc thông thường của TBDC còn có thiết bị tự chỉnh định cấu trúc hoặc thông số của TBDC. Sơ đồ của hệ thống này được mô tả trên hình 8. Thiết bị tự chỉnh TBTC thực hiện chức năng xác định cấu trúc thích hợp của TBDC hoặc xác định thông số tối ưu của nó và thực hiện sự thay đổi



Hình 8. Sơ đồ cấu trúc của hệ thống điều chỉnh với thiết bị tự chỉnh định

cấu trúc hoặc thông số của TBĐC cho thích hợp với kết quả mà nó đã xác định. Lí thuyết HTC là một bước phát triển lớn của lí thuyết điều khiển tự động. Tuy nhiên nó chỉ giải quyết được vấn đề xác định cấu trúc hoặc tham số tối ưu của TBĐC cho thời điểm cụ thể của hệ thống điều chỉnh tự động mà không giải quyết vấn đề tối ưu cho toàn bộ hệ thống nói chung theo một chỉ tiêu tối ưu cụ thể như về tiêu hao năng lượng hoặc rút ngắn thời gian v.v.. Bài toán này được giải quyết bằng hệ thống điều chỉnh tối ưu HTU. Lí thuyết HTU được thực thi trong thực tế nhờ sự phát triển mạnh của kĩ thuật tính toán. HTU là sự kết hợp giữa thiết bị tính toán và điều khiển TBTTĐK với ĐTĐC thông qua các bộ chuyển đổi tương tự số TT-S, số tương tự S-TT và các CCCH. Sơ đồ khối của nó được mô tả trên hình 9.



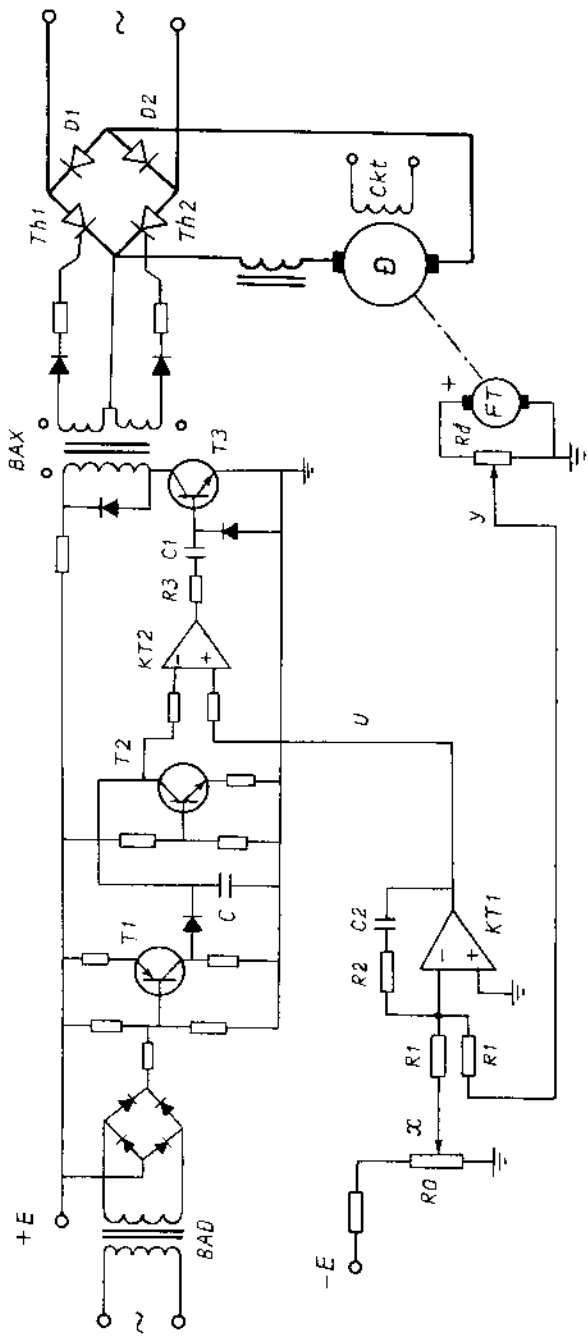
Hình 9. Sơ đồ hệ thống điều khiển tối ưu

Hệ thống điều chỉnh tự động tuyến tính gián đoạn được phân ra thành ba loại là : điều chỉnh vị trí, hệ thống điều khiển xung và hệ thống điều khiển số phụ thuộc vào phương pháp lượng tử hóa. Việc phân loại này được giới thiệu cụ thể trong phần II của giáo trình này.

### §1-3 VÍ DỤ VỀ HỆ THỐNG ĐIỀU CHỈNH TỰ ĐỘNG VÀ NHIỆM VỤ CỦA LÍ THUYẾT ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

Hệ thống ổn định tự động được sử dụng rất rộng rãi trong dân dụng cũng như trong công nghiệp. Trong dân dụng chúng ta gặp các hệ thống ổn định nhiệt độ bàn là, tủ lạnh v.v.. Trong kĩ thuật chúng là những hệ thống ổn định nhiệt độ trong các lò nung, lưu lượng trong các đường ống dẫn, điện áp ra của máy phát điện v.v.. Trên hình 10 mô tả sơ đồ nguyên lí của hệ thống ổn định tốc độ của động cơ điện một chiều. ĐTĐC ở đây là động cơ điện một chiều kích từ độc lập Đ. Nguồn điện cấp cho động cơ là do bộ chỉnh lưu cầu điều khiển không đối xứng gồm hai diod D1, D2 và hai thyristor Th1, Th2 cung cấp. Đại lượng cần điều chỉnh y là tốc độ của động cơ.

Giá trị chủ đạo x được phát ra từ biến trở  $R_0$  có nguồn cấp -E. Tốc độ của động cơ được đo bằng máy phát tốc FT và được hiệu chỉnh bằng biến trở  $R_d$  sao cho y tương thích với giá trị đặt x. Khuếch đại thuật toán KT1 thực hiện hai chức năng. Thứ nhất là xác định giá trị sai lệch e giữa giá trị đặt x và giá trị



Hình 10 Hệ thống điều chỉnh tốc độ động cơ



đo được  $y$  theo biểu thức :  $e = x - y$  . Thứ hai là thực hiện vai trò của khâu chức năng, xác định giá trị tín hiệu điều khiển  $U$  theo biểu thức :

$$U = \frac{1}{T} \int e . dt + K . e$$

Trong đó

$T = R1 . C$  được gọi là hằng số thời gian tích phân ;

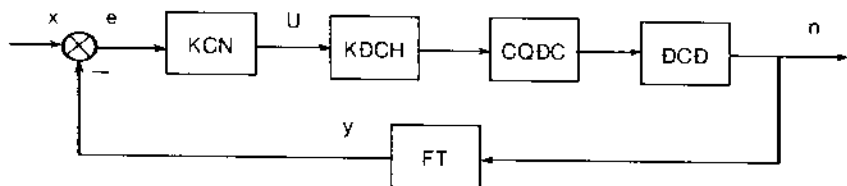
$K = R2/R1$  được gọi là hệ số khuếch đại .

Hai transistor T1 và T2 tạo thành bộ tạo xung răng cưa đồng pha với nguồn điện áp xoay chiều. Khuếch đại thuật toán KT2 làm chức năng bộ so sánh tín hiệu điều khiển  $U$  và xung răng cưa. Nó được mắc theo nguyên lý khuếch đại không phản hồi nên tín hiệu ra của nó sẽ là bão hoà dương hoặc bão hoà âm phụ thuộc vào mối tương quan giữa tín hiệu  $U$  và tín hiệu xung răng cưa. C1 và R3 tạo thành bộ vi phân, vì vậy tín hiệu ra của nó là những xung nhọn. Transistor T3 là mạch khuếch đại xung. Biến áp xung BAX vừa làm chức năng cách li mạch điều khiển với mạch động lực vừa tạo ra xung để mở các thyristor. Ckt là cuộn kích từ của động cơ. BAD là biến áp đồng pha.

Nguyên lý hoạt động của mạch như sau : Khi  $x > y$  thì tín hiệu điều khiển tăng lên, KT2 lật trạng thái sớm hơn vì vậy các xung nhọn được phát ra sớm, góc mở của thyristor giảm. Điện áp cấp cho động cơ tăng lên, vì vậy tốc độ của động cơ tăng lên cho đến khi  $y = x$  thì góc mở của thyristor sẽ không đổi, nghĩa là điện áp cấp cho động cơ không đổi, tốc độ của động cơ đạt giá trị mong muốn.

Ngược lại khi  $x < y$  các xung nhọn sẽ phát ra muộn hơn. Điện áp cấp cho động cơ sẽ giảm xuống nên tốc độ của động cơ sẽ giảm cho đến khi  $x = y$  thì hệ thống sẽ đạt đến trạng thái xác lập. Như vậy tốc độ của động cơ được giữ ổn định ở giá trị đặt.

Từ sơ đồ nguyên lý để dàng xây dựng sơ đồ khối cấu trúc của hệ thống. Sơ đồ này được mô tả trên hình 11. KT1 được mô tả bằng bộ cộng và khối chức



Hình 11 Sơ đồ khối hệ thống điều chỉnh tốc độ động cơ điện một chiều kích từ độc lập

năng KCN. KT2, bộ tạo xung răng cưa, bộ vi phân, khuếch đại xung và biến áp xung được mô tả bằng bộ khuếch đại chấp hành KDCH. Cầu chỉnh lưu điều khiển làm chức năng cơ quan điều chỉnh CQDC. Sơ đồ cấu trúc này chỉ có thể

cho biết trong hệ thống có bao nhiêu phần tử và gồm những phần tử gì mà không thể cho biết các quá trình động học xảy ra trong các phần tử nói riêng và toàn bộ hệ thống nói chung như thế nào. Nhiệm vụ đầu tiên của lý thuyết điều khiển tự động là nghiên cứu các phương pháp mô tả các quá trình động học này để tạo ra phương tiện thực hiện các nhiệm vụ cơ bản của nó là tổng hợp và phân tích các hệ thống điều khiển tự động.

Để tổng hợp một hệ thống điều chỉnh tự động trước hết phải nghiên cứu các quá trình xảy ra trong đối tượng. Tìm những tác động ảnh hưởng lên đại lượng cần điều chỉnh, từ đấy chọn ra tác động điều chỉnh thích hợp. Sau đấy nghiên cứu quá trình động học mối liên hệ giữa đại lượng cần điều chỉnh và tác động điều chỉnh và cuối cùng là xây dựng mô hình toán học của DTĐC. Dựa vào mô hình toán học của DTĐC xây dựng mô hình cấu trúc thích hợp của TBĐC nói riêng và toàn bộ hệ thống nói chung.

Nhiệm vụ tiếp theo là phải phân tích hệ thống đã xây dựng. Trước hết phải phân tích tính ổn định của hệ thống. Nếu hệ thống không thể ổn định được thì chúng ta nói hệ thống có cấu trúc không ổn định và phải xây dựng lại cấu trúc của TBĐC cho đến khi hệ thống ổn định. Bước tiếp theo là phân tích chất lượng của quá trình quá độ theo chỉ tiêu chất lượng đề ra. Nhiệm vụ chủ yếu ở đây là phải xác định tham số tối ưu của TBĐC để bảo đảm chất lượng của điều chỉnh. Nếu không thể chọn được tham số thích hợp để đạt được chất lượng cần thiết thì phải thay đổi lại cấu trúc của TBĐC và bài toán trở lại từ đầu cho đến khi bảo đảm được chất lượng của quá trình điều chỉnh.

Trong khi tổng hợp và phân tích hệ thống điều chỉnh tự động luôn luôn phải chú ý tới hai chỉ tiêu quan trọng : thứ nhất là phải bảo đảm chất lượng cần thiết của quá trình điều chỉnh, thứ hai là phải chọn được cấu trúc của TBĐC đơn giản nhất để dễ dàng thực thi, dễ sử dụng và có độ tin cậy cao.

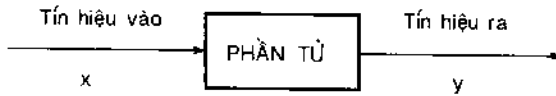
## PHẦN I

# HỆ THỐNG ĐIỀU CHỈNH TUYẾN TÍNH LIÊN TỤC

## Chương I. MÔ TẢ ĐỘNG HỌC HỆ TUYẾN TÍNH LIÊN TỤC

### §I-1 CÁC ĐẶC TÍNH CỦA PHẦN TỬ

Để thuận tiện cho việc nghiên cứu, hệ thống điều chỉnh tự động được phân ra những phần nhỏ gọi là các phần tử của hệ thống. Mỗi phần tử có tác động từ ngoài vào gọi là tín hiệu vào của phần tử và được kí hiệu là  $x$ . Tín hiệu biểu hiện phản ứng của phần tử đối với tác động ở đầu vào gọi là tín hiệu ra của phần tử và được kí hiệu là  $y$ . Mô hình phần tử được mô tả trên hình I-1.



Hình I-1 Mô hình biểu diễn phần tử

Mỗi phần tử có hai đặc tính cơ bản là đặc tính tĩnh và đặc tính động. Hai đặc tính này biểu diễn hai trạng thái của nó là trạng thái tĩnh và trạng thái động.

#### I-1.1 ĐẶC TÍNH TĨNH

Đặc tính tĩnh của phần tử là mối liên hệ giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào của phần tử ở trạng thái xác lập. Dựa vào đặc tính tĩnh mà các phần tử tuyến tính được chia ra làm bốn loại: phần tử nguyên hàm, phần tử tích phân, phần tử vi phân và phần tử trễ.

- Phần tử nguyên hàm có đặc tính tĩnh mô tả bằng công thức:

$$y = K \cdot x$$

Trong đó  $K$  được gọi là hệ số truyền của phần tử.

- Đặc tính tĩnh của phần tử tích phân có dạng:

$$y = \frac{1}{T_i} \int x \cdot dt$$

Với  $T_i$  là thời gian tích phân.

- Phần tử vi phân có đặc tính tĩnh dạng :

$$y = T_d \cdot \frac{dx}{dt}$$

Trong đó  $T_d$  là hằng số thời gian vi phân.

- Phần tử trễ có đặc tính mô tả một cách đơn giản dạng :

$$y = x$$

Tất cả các phần tử mà đặc tính tĩnh của nó không được liệt vào một trong bốn loại trên đều thuộc phần tử phi tuyến tính.

### 1-1.2 ĐẶC TÍNH ĐỘNG HỌC CỦA PHẦN TỬ

Đặc tính động của phần tử mô tả sự thay đổi tín hiệu ra của nó theo thời gian khi có tác động ở đầu vào. Đặc tính động mô tả quá trình động học xảy ra trong phần tử. Nó thường được biểu diễn bằng phương trình vi phân tuyến tính có dạng tổng quát :

$$\begin{aligned} a_0 \cdot \frac{d^n y}{dt^n} + a_1 \cdot \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \cdot \frac{dy}{dt} + a_n \cdot y = \\ b_0 \cdot \frac{d^m x}{dt^m} + b_1 \cdot \frac{d^{m-1} x}{dt^{m-1}} + \dots + b_{m-1} \cdot \frac{dx}{dt} + b_m \cdot x \end{aligned} \quad (I-1)$$

Trong đó  $a_0, \dots, a_n, b_0, \dots, b_m$  là những hệ số và  $m \leq n$ .

Sử dụng chuyển đổi Laplace có thể mô tả phương trình (I-1) dưới dạng toán tử  $p$ . Công thức của chuyển đổi Laplace được biểu diễn như sau :

$$Y(p) = L[y(t)] = \int_0^{\infty} y(t) \cdot e^{-pt} \cdot dt$$

Trong đó  $y(t)$  được gọi là hàm gốc của  $Y(p)$  ; còn  $Y(p)$  được gọi là hàm ảnh của  $y(t)$ .

Hai tính chất cơ bản của chuyển đổi Laplace là :

- Thứ nhất là tính chất tuyến tính của chuyển đổi Laplace :

Nếu  $L[y(t)] = Y(p)$  và  $L[x(t)] = X(p)$

thì  $L[a \cdot y(t) + b \cdot x(t)] = a \cdot L[y(t)] + b \cdot L[x(t)] = aY(p) + bX(p)$

- Thứ hai : nếu  $L[y(t)] = Y(p)$

Thì  $L\left[\frac{d^n y}{dt^n}\right] = p^n \cdot Y(p)$

Sử dụng hai tính chất này của chuyển đổi Laplace phương trình (I-1) có thể biểu diễn dưới dạng toán tử Laplace như sau :

$$\begin{aligned} & ( a_0 \cdot p^n + a_1 \cdot p^{n-1} + \dots + a_{n-1} \cdot p + a_n ) \cdot Y(p) = \\ & ( b_0 \cdot p^m + b_1 \cdot p^{m-1} + \dots + b_{m-1} \cdot p + b_m ) \cdot X(p) \end{aligned} \quad (I-2)$$

Chuyển đổi phương trình (I-2) ta nhận được biểu thức :

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{b_0 \cdot p^m + b_1 \cdot p^{m-1} + \dots + b_{m-1} \cdot p + b_m}{a_0 \cdot p^n + a_1 \cdot p^{n-1} + \dots + a_{n-1} \cdot p + a_n} \quad (I-3)$$

Biểu thức (I-3) được gọi là hàm truyền đạt của phần tử.

Như vậy hàm truyền đạt của phần tử là tỉ số chuyển đổi Laplace của tín hiệu ra chia cho chuyển đổi Laplace của tín hiệu vào.

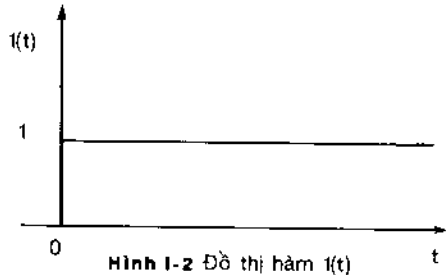
Phương trình :

$$a_0 \cdot p^n + a_1 \cdot p^{n-1} + \dots + a_{n-1} \cdot p + a_n = 0$$

được gọi là phương trình đặc tính của phần tử.

### I-1.3. CÁC ĐẶC TÍNH THỜI GIAN CỦA PHẦN TỬ

Các đặc tính thời gian của phần tử là sự thay đổi tín hiệu ra của phần tử theo thời gian khi tác động ở đầu vào là những tín hiệu chuẩn. Các đặc tính đó bao gồm : hàm quá độ, đường quá độ, hàm quá độ xung (hàm trọng lượng) và đường quá độ xung. Các hàm thời gian này đều mô tả sự biến thiên của tín hiệu ra khi phần tử chuyển từ trạng thái cân bằng này sang trạng thái cân bằng khác do sự tác động của một trong các nhiễu chuẩn. Để đơn giản khảo sát chúng ta nhận trạng thái cân bằng ban đầu của phần tử là không ( $y(0) = 0$ ).



Hình I-2 Đồ thị hàm  $1(t)$

- Hàm quá độ, được kí hiệu là  $h(t)$ , mô tả sự thay đổi của tín hiệu ra theo thời gian khi tác động ở đầu vào của phần tử là một nhiễu bậc thang đơn vị. Nhiễu bậc thang đơn vị được kí hiệu là  $1(t)$  và có các đặc tính sau :

$$1(t) = 0 \text{ khi } t < 0$$

và  $1(t) = 1 \text{ khi } t \geq 0$

$$L[1(t)] = \frac{1}{p}$$

Đồ thị của hàm  $1(t)$  được mô tả trên hình I-2. Mối liên hệ giữa hàm truyền đạt của phần tử và hàm quá độ của nó được mô tả như sau :

$$W(p) = \frac{L[h(t)]}{L[1(t)]} = p \cdot L[h(t)] \text{ Như vậy : } L[h(t)] = \frac{W(p)}{p}$$



- Khi tác động ở đầu vào không phải là bậc thang đơn vị mà là nhiều bậc thang có biên độ bằng A dạng  $A.1(t)$  thì ta nhận được đường quá độ và có kí hiệu là  $H(t)$ . Dựa vào tính chất xếp chồng của phần tử tuyến tính ta có :

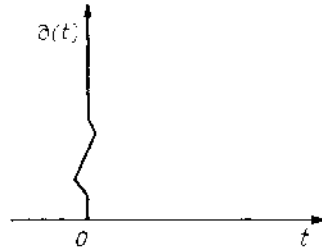
$$H(t) = A \cdot h(t)$$

$$L[H(t)] = \frac{A \cdot W(p)}{p}$$

- Hàm quá độ xung (hàm trọng lượng), được kí hiệu là  $k(t)$  là phản ứng của phần tử khi đầu vào của nó chịu tác động của nhiều xung đơn vị có kí hiệu là  $\delta(t)$ .  $\delta(t)$  có các đặc tính sau :

$$\delta(t) = 0 \text{ khi } t \neq 0$$

$$\text{và } \delta(t) = \infty \text{ khi } t = 0$$



Hình I-3 Đồ thị hàm  $\delta(t)$

đồng thời

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t).dt = 1$$

Đồ thị hàm  $\delta(t)$  được mô tả trên hình I-3.

Dựa vào đặc tính của  $1(t)$  và  $\delta(t)$  có thể chứng minh được

$$\delta(t) = 1'(t) \quad \text{vì vậy} \quad L[\delta(t)] = 1$$

$$\text{Như vậy} \quad L[k(t)] = W(p)$$

- Đường quá độ xung kí hiệu là  $K(t)$  nhận được ở đầu ra của phần tử khi tác động ở đầu vào không phải là xung đơn vị mà là xung dạng  $A.\delta(t)$ .

Như vậy

$$K(t) = A \cdot k(t) \quad \text{và} \quad L[K(t)] = A \cdot W(p)$$

- Khi tín hiệu vào là một hàm  $x(t)$  bất kì thì có thể xác định phản ứng ở đầu ra của phần tử thông qua hàm trọng lượng  $k(t)$ . Bởi vì dựa vào tính chất của hàm  $\delta(t)$  có thể viết :

$$x(t) = x(t) \cdot \int_0^t \delta(t-\tau).d\tau = \int_0^t x(\tau).\delta(t-\tau).dt$$

$x(\tau)$  là giá trị xác định của hàm  $x(t)$  tại thời điểm  $t = \tau$  ;

$\delta(t-\tau)$  là hàm xung đơn vị được phát tại thời điểm  $t = \tau$  ;

Như vậy dựa vào tính chất xếp chồng của phần tử tuyến tính ta có thể xác định tín hiệu ra  $y(t)$  của phần tử khi có tác động ở đầu vào là  $x(t)$  theo biểu thức :

$$y(t) = \int_0^t x(\tau) \cdot k(t-\tau) \cdot d\tau$$

#### I-1.4. CÁC ĐẶC TÍNH TẦN SỐ CỦA PHẦN TỬ

Các đặc tính tần số của phần tử mô tả mối liên hệ giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào của phần tử ở trạng thái xác lập khi thay đổi tần số của tín hiệu dao động điều hòa tác động ở đầu vào của phần tử.

Nếu ở đầu vào của phần tử cho tác động một dao động điều hoà dạng :

$$x(t) = A_v \cdot \sin(\omega t)$$

thì sau một thời gian quá độ ở đầu ra của nó sẽ nhận được một dao động điều hoà có cùng tần số khác biên độ và lệch pha so với tín hiệu vào một góc  $\varphi$  được mô tả bằng biểu thức

$$y(t) = A_r \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

Nếu giữ  $A_v = \text{const}$  và thay đổi  $\omega$  thì  $A_r$  và  $\varphi$  sẽ thay đổi. Sự phụ thuộc của  $\varphi$  vào  $\omega$  được gọi là đặc tính pha tần số PT và được kí hiệu là  $\varphi(\omega)$ . Còn sự thay đổi của  $A(\omega) = A_r/A_v$  theo tần số được gọi là đặc tính biên độ tần số BT.

Nếu đầu vào của phần tử chịu tác động của dao động điều hoà dạng tổng quát

$$x(t) = A_v \cdot e^{j\omega t}$$

thì ở trạng thái xác lập đầu ra của phần tử sẽ nhận được dao động dạng

$$y(t) = A_r \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}$$

Đồng thời ta có :

$$\frac{d^n x(t)}{dt^n} = A_v \cdot (j\omega)^n \cdot e^{j\omega t} \quad (I-4)$$

$$\frac{d^n y(t)}{dt^n} = A_r \cdot (j\omega)^n \cdot e^{j[\omega t + \varphi(\omega)]} \quad (I-5)$$

Thay (I-4) và (I-5) vào phương trình (I-1) ta nhận được

$$[ a_0 \cdot (j\omega)^n + a_1 \cdot (j\omega)^{n-1} + \dots + a_{n-1} \cdot j\omega + a_n ] \cdot A_r \cdot e^{j[\omega t + \varphi(\omega)]} = [ b_0 \cdot (j\omega)^m + b_1 \cdot (j\omega)^{m-1} + \dots + b_{m-1} \cdot j\omega + b_m ] \cdot A_v \cdot e^{j\omega t} \quad (I-6)$$

Chuyển đổi biểu thức (I-6) ta nhận được :

$$W(j\omega) = \frac{A_r}{A_v} \cdot e^{j\varphi(\omega)} = \frac{b_0 \cdot (j\omega)^m + b_1 \cdot (j\omega)^{m-1} + \dots + b_{m-1} \cdot j\omega + b_m}{a_0 \cdot (j\omega)^n + a_1 \cdot (j\omega)^{n-1} + \dots + a_{n-1} \cdot j\omega + a_n} \quad (I-7)$$

Biểu thức (I-7) được gọi là hàm truyền tần số của phần tử. So sánh (I-7) và (I-3) ta thấy rõ ràng có thể nhận được hàm truyền tần số của phần tử từ hàm truyền đạt của nó bằng cách thay  $p = j\omega$ .

Tách tử số và mẫu số của (I-7) ra phần thực và phần ảo ta được :

$$W(j\omega) = A(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)} = \frac{R_1(\omega) + jI_1(\omega)}{R_2(\omega) + jI_2(\omega)} \quad (I-8)$$

Trong đó

$A(\omega) = A_r / A_v$  - đặc tính biên độ tần số của phần tử ;  $R_1(\omega), R_2(\omega)$  - đặc tính phần thực của tử số và mẫu số ;

$I_1(\omega), I_2(\omega)$  - đặc tính phần ảo của tử số và mẫu số ;

Tách phần thực và phần ảo của biểu thức (I-8) ta được :

$$A(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)} = \frac{R_1(\omega) \cdot R_2(\omega) + I_1(\omega) \cdot I_2(\omega)}{R_2^2(\omega) + I_2^2(\omega)} + j \frac{R_2(\omega) \cdot I_1(\omega) - R_1(\omega) \cdot I_2(\omega)}{R_2^2(\omega) + I_2^2(\omega)}$$

$$R(\omega) = \frac{R_1(\omega) \cdot R_2(\omega) + I_1(\omega) \cdot I_2(\omega)}{R_2^2(\omega) + I_2^2(\omega)}$$

được gọi là đặc tính tần số phần thực của phần tử ;

$$\text{và } I(\omega) = \frac{R_2(\omega) \cdot I_1(\omega) - R_1(\omega) \cdot I_2(\omega)}{R_2^2(\omega) + I_2^2(\omega)}$$

được gọi là đặc tính tần số phần ảo của phần tử.

Đặc tính phần thực của phần tử là hàm số chẵn, nghĩa là  $R(\omega) = R(-\omega)$  còn đặc tính phần ảo là hàm số lẻ  $I(\omega) = -I(-\omega)$ .

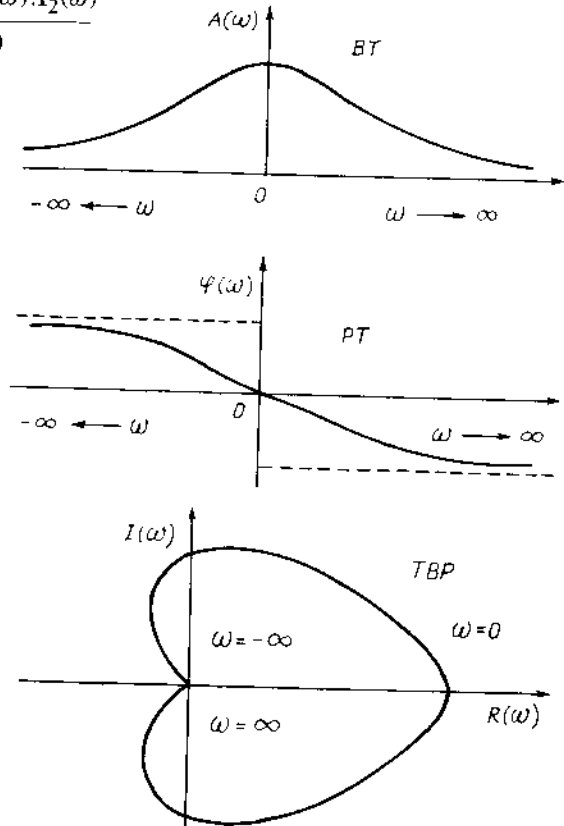
Đặc tính BT của phần tử được xác định theo biểu thức :

$$A(\omega) = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)}$$

và đặc tính PT

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{I(\omega)}{R(\omega)}$$

Cho  $\omega$  thay đổi từ  $-\infty$  đến  $\infty$  chúng ta sẽ xây dựng được các đặc tính BT, PT. Đồng thời trong hệ tọa độ  $R(\omega)$  và  $I(\omega)$  sẽ xây dựng được đường đặc tính gọi là đặc tính tần số biên độ



Hình I-4 Các đặc tính tần số của PT

pha TBP. Hình I-4 mô tả một ví dụ về xây dựng các đặc tính tần số của phần tử. Rõ ràng đặc tính BT đối xứng qua trục tung, còn đặc tính PT đối xứng qua tâm toạ độ. Đường đặc tính TBP đối xứng qua trục thực. Do tính đối xứng này mà khi xây dựng các đặc tính tần số của phần tử chỉ xây dựng với  $\omega$  thay đổi từ 0 đến  $\infty$ .

Đặc tính tần số còn được biểu diễn dưới dạng đặc tính tần số logarit

Lấy logarit hai vế của hàm truyền tần số

$$W(j\omega) = A(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)}$$

ta được :  $\ln W(j\omega) = \ln A(\omega) + j\varphi(\omega)$

Hàm số  $\ln A(\omega)$  được gọi là đặc tính biên độ tần số logarit BTL ; và  $\varphi(\omega)$  được gọi là đặc tính pha tần số logarit PTL.

Đặc tính BTL thường được đo bằng đơn vị Dexibel viết tắt là db. Giá trị của nó bằng 1/10 bel. Bel là đơn vị đo logarit thập phân hệ số khuếch đại công suất của tín hiệu. Như vậy 1 bel ứng với hệ số khuếch đại công suất tín hiệu lên 10 lần. Do công suất tỉ lệ bình phương với biên độ nên nếu tính theo đơn vị bel thì đặc tính BTL bằng  $20 \cdot \lg A(\omega)$  và khi tính theo dexibel là  $20 \cdot \lg A(\omega)$  và được kí hiệu là :

$$I(\omega) = 20 \cdot \lg A(\omega)$$

Đặc tính tần số pha logarit được tính theo đơn vị độ. Khi xây dựng các đặc tính tần số logarit lấy trục hoành thuận lợi nhất là theo logarit của tần số ( $\lg \omega$ ) và đơn vị tính của nó là decade viết tắt là dec. 1 dec ứng với tần số tăng 10 lần.

## §1-2. CÁC KHÂU ĐỘNG HỌC CƠ BẢN

Các khâu động học cơ bản là các phần tử của hệ thống điều chỉnh tự động có các tính chất sau :

- Chỉ có một tín hiệu vào và một tín hiệu ra ;
- Tín hiệu chỉ truyền đi một chiều, nghĩa là có tín hiệu vào thì có tín hiệu ra, nhưng tín hiệu ra không ảnh hưởng lên tín hiệu vào ;
- Quá trình động học của phần tử được mô tả bằng phương trình vi phân không quá bậc hai ;

Các khâu động học cơ bản được chia ra bốn loại : khâu nguyên hàm, khâu tích phân, khâu vi phân và khâu trễ.

### I-2.1. CÁC KHÂU NGUYÊN HÀM (KHÂU TÍNH)

#### I-2.1a. Khâu khuếch đại

\* Phương trình vi phân của khâu khuếch đại :

$$y = K \cdot x$$

Với K là hệ số khuếch đại.

\* Hàm truyền đạt của khâu :  $W(p) = K$

\* Các đặc tính thời gian :

- Hàm quá độ  $h(t) = K \cdot 1(t)$  ;

- Hàm trọng lượng  $k(t) = k \cdot \delta(t)$  ;

Các đặc tính thời gian được mô tả trên hình I-5.

\* Các đặc tính tần số :

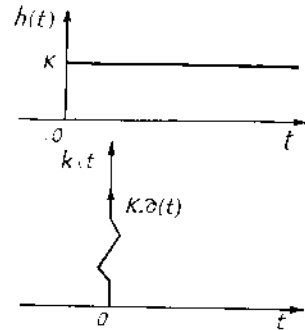
- Hàm truyền tần số  $W(j\omega) = K$

- Đặc tính BT  $A(\omega) = K$

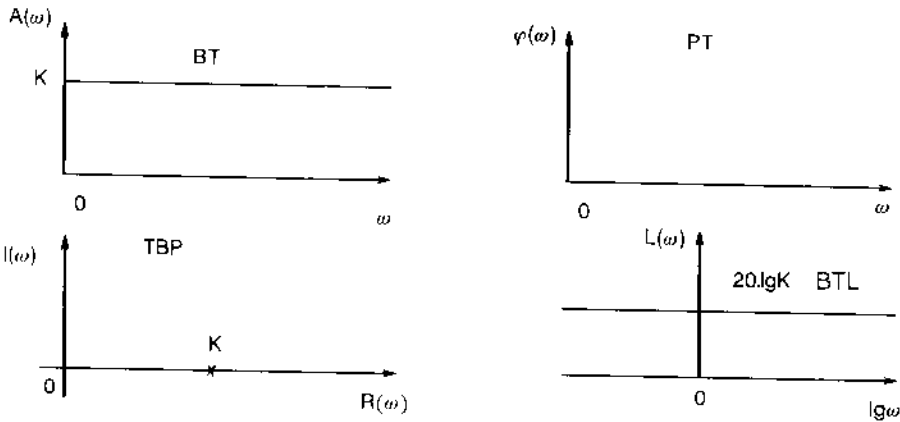
- Đặc tính PT  $\varphi(\omega) = 0$

- Đặc tính BTL  $L(\omega) = 20 \cdot \lg K$

Các đặc tính tần số được mô tả trên hình I-6



Hình I-5 Các đặc tính thời gian của khâu khuếch đại



Hình I-6 Các đặc tính tần số của khâu khuếch đại

I-2.1b. Khâu quán tính bậc nhất

\* Phương trình vi phân :  $T \cdot \frac{dy}{dt} + y = K \cdot x$

Trong đó K là hệ số truyền của khâu ;

T là hằng số thời gian của khâu ;

\* Hàm truyền đạt của khâu :

Chuyển phương trình vi phân sang dạng toán tử p ta có :

$$(T \cdot p + 1) \cdot Y(p) = K \cdot X(p)$$

Vậy 
$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{K}{T \cdot p + 1}$$



\* Các đặc tính thời gian :

Hàm  $h(t)$  nhận được do giải phương trình vi phân

$$T \cdot \frac{dh(t)}{dt} + h(t) = K$$

Với các điều kiện  $h(0) = 0$  và  $h(\infty) = K$  ta được :

$$h(t) = K \cdot (1 - e^{-\alpha t}) \text{ với } \alpha = \frac{1}{T}$$

- Hàm trọng lượng nhận được từ tính chất xếp chồng của phần tử tuyến tính  $k(t) = h'(t)$

$$k(t) = \alpha K \cdot e^{-\alpha t}$$

\* Các đặc tính tần số :

- Hàm truyền tần số

$$W(j\omega) = \frac{K}{Tj\omega + 1}$$

Tách phần thực và phần ảo ta được

$$W(j\omega) = \frac{K}{(T\omega)^2 + 1} - j \frac{K T \omega}{(T\omega)^2 + 1} = R(\omega) + jI(\omega)$$

- Đặc tính BT  $A(\omega) = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)} = \frac{K}{\sqrt{(T\omega)^2 + 1}}$

- Đặc tính PT  $\varphi(\omega) = \arctg \frac{I(\omega)}{R(\omega)} = - \arctg(T\omega)$

- Đặc tính TBP

Để xây dựng đặc tính TBP chúng ta thực hiện các phép biến đổi sau :

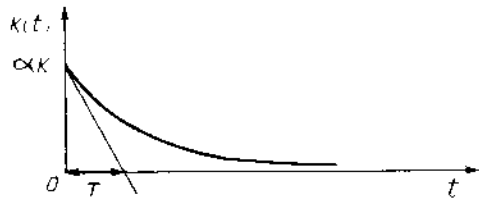
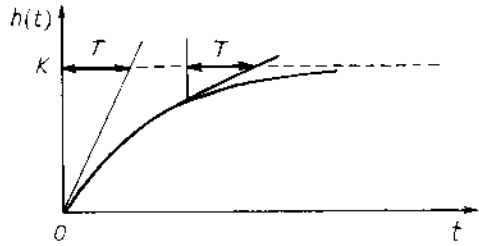
Theo mối liên hệ giữa đặc tính BT và các đặc tính phần thực và phần ảo ta có :

$$A^2(\omega) = R^2(\omega) + I^2(\omega)$$

Như vậy  $\frac{K^2}{(T\omega)^2 + 1} = R^2(\omega) + I^2(\omega)$

$$K^2 = R^2(\omega) + I^2(\omega) + (T\omega)^2 \cdot [R^2(\omega) + I^2(\omega)] \text{ mà } - T\omega = \frac{I(\omega)}{R(\omega)}$$

Suy ra  $K^2 \cdot R^2(\omega) = [R^2(\omega) + I^2(\omega)]^2$ . Vậy  $K \cdot R(\omega) = R^2(\omega) + I^2(\omega)$



Hình 1-7 Các đặc tính thời gian của khâu quán tính bậc nhất

$$\text{Hay } R^2(\omega) - K.R(\omega) + \frac{K^2}{4} + I^2(\omega) = \frac{K^2}{4}$$

$$\text{Như vậy } \left( R(\omega) - \frac{K}{2} \right)^2 + I^2(\omega) = \left( \frac{K}{2} \right)^2$$

Đây chính là phương trình của đường tròn bán kính bằng  $K/2$  và tâm có tọa độ  $(K/2, 0)$ . Thực tế nếu chúng ta cho  $\omega$  thay đổi từ 0 đến  $\infty$  thì nó chỉ là nửa đường tròn nằm ở cung phần tư thứ tư.

- Đặc tính BTL được xác định bằng biểu thức :

$$L(\omega) = 20.\lg A(\omega) = 20.\lg K - 20.\lg \sqrt{(T.\omega)^2 + 1}$$

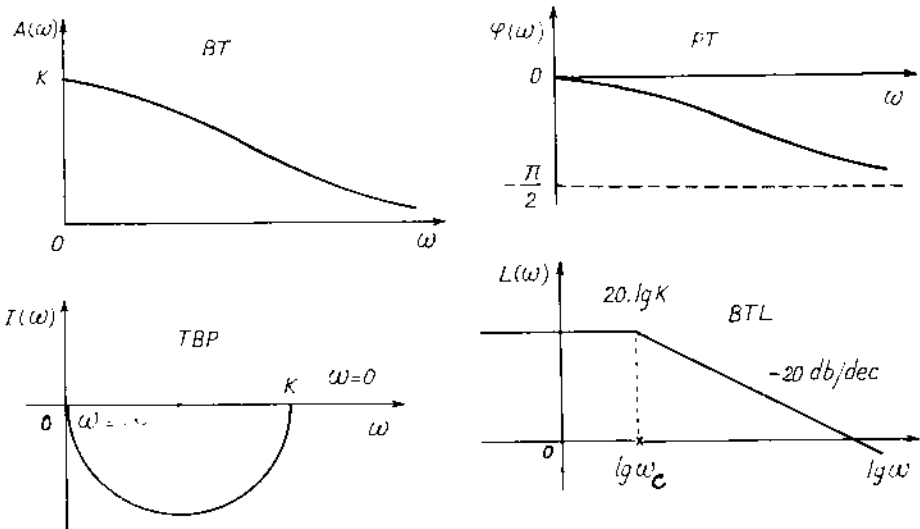
Nếu vẽ chính xác thì  $L(\omega)$  sẽ là một đường cong. Tuy nhiên chúng ta có thể thay thế nó gần đúng bằng đường gấp khúc.

Thực vậy : khi  $\omega \ll 1/T$  thì có thể lấy gần đúng  $L(\omega) \approx 20.\lg K$

còn khi  $\omega \gg 1/T$  thì  $L(\omega) \approx 20.\lg K - 20.\lg T - 20.\lg \omega$

Như vậy đặc tính BTL có thể thay bằng hai đoạn tiệm cận. Ở giải tần số thấp nó là một đường nằm ngang có tung độ bằng  $20.\lg K$ . Còn ở giải tần số cao nó được thay bằng đường xiên có độ nghiêng bằng  $-20 \text{ db/dec}$  và cắt trục tung tại điểm  $20.\lg K - 20.\lg T$ . Sai số lớn nhất của thay thế là tại điểm cắt của hai đường với  $\omega_c = 1/T$ . Như vậy sai số cực đại sẽ là :

$$\Delta L(\omega)_{\max} = 20.\lg \sqrt{2} < 3 \text{ (db)}$$



Hình 1-8 Các đặc tính tần số của khâu quán tính bậc nhất

Để xây dựng các đặc tính tần số của khâu quán tính bậc nhất ta lập bảng giá trị sau :

$\omega$	$R(\omega)$	$I(\omega)$	$A(\omega)$	$\varphi(\omega)$
0	K	0	K	0
1/T	K/2	-K/2	$K/\sqrt{2}$	$-\pi/4$
$\infty$	0	0	0	$-\pi/2$

Các đặc tính này được mô tả trên hình I-8

### I-2.1c. Khâu bậc hai

\* Phương trình vi phân của khâu bậc hai :

$$T^2 \cdot \frac{d^2y}{dt^2} + 2.\xi.T \cdot \frac{dy}{dt} + y = K.x$$

Trong đó T - hằng số ;

K - hệ số truyền ;

$\xi$  - hệ số ;

\* Hàm truyền đạt của khâu :

Chuyển phương trình vi phân sang dạng toán tử p ta được :

$$(T^2.p^2 + 2.\xi.T.p + 1) \cdot Y(p) = K \cdot X(p)$$

Từ đây ta có hàm truyền đạt

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{K}{T^2.p^2 + 2.\xi.T.p + 1}$$

\* Các đặc tính thời gian :

- Hàm quá độ được xác định bằng cách giải phương trình vi phân

$$T^2 \cdot \frac{d^2h(t)}{dt^2} + 2.\xi.T \cdot \frac{dh(t)}{dt} + h(t) = K \quad (I-9)$$

Với các điều kiện  $h(0) = 0$  ;  $h(\infty) = K$  và  $h'(0) = 0$  .

Để tìm nghiệm của phương trình vi phân (I-9) ta giải phương trình đặc tính của khâu

$$T^2.p^2 + 2.\xi.T.p + 1 = 0$$

Tính giá trị

$$\Delta' = (\xi.T)^2 - T^2 = T^2.(\xi^2 - 1)$$

Như vậy khi  $\xi \geq 1$  phương trình đặc tính sẽ có hai nghiệm thực, ta có khâu bậc hai quán tính. Phương trình đặc tính có thể viết dưới dạng :

$$T^2.p^2 + 2.\xi.T.p + 1 = (T_1.p + 1).(T_2.p + 1) = 0$$

Trong đó

$$T_1.T_2 = T^2 \text{ và } T_1 + T_2 = 2.\xi.T.$$

Giả sử  $T_1 > T_2$  thì hàm quá độ sẽ là :

$$h(t) = K \cdot \left( 1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} \cdot e^{-t/T_1} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} \cdot e^{-t/T_2} \right)$$

và hàm trọng lượng

$$k(t) = h'(t) = \frac{K}{T_1 - T_2} \left( e^{-t/T_1} - e^{-t/T_2} \right)$$

Khi  $T_1 = T_2 = T$  ( $\xi = 1$ ) phương trình đặc tính có một nghiệm kép thì hàm quá độ có dạng :

$$h(t) = K \cdot \left[ 1 - \left( 1 + \frac{t}{T} \right) \cdot e^{-t/T} \right]$$

và hàm trọng lượng

$$k(t) = h'(t) = \frac{K}{T^2} \cdot t \cdot e^{-t/T}$$

Khi  $\xi < 1$  phương trình đặc tính có hai nghiệm phức

$$p_{1,2} = \frac{-\xi \pm j\sqrt{1 - \xi^2}}{T} = -\alpha \pm j\beta$$

Trong đó  $\alpha = \frac{\xi}{T}$  và  $\beta = \frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{T}$

Ta nhận được khâu bậc hai dao động.

Hàm quá độ của nó có dạng :

$$h(t) = K \cdot \{ 1 - e^{-\alpha t} \cdot [ \cos(\beta t) + \frac{\alpha}{\beta} \cdot \sin(\beta t) ] \}$$

và hàm trọng lượng

$$k(t) = h'(t) = K \cdot \alpha \cdot e^{-\alpha t} \cdot [ \cos(\beta t) + \frac{\alpha}{\beta} \cdot \sin(\beta t) ] - K \cdot e^{-\alpha t} \cdot [ -\beta \cdot \sin(\beta t) + \frac{\alpha}{\beta} \cdot \beta \cdot \cos(\beta t) ]$$

$$K(t) = K \cdot e^{-\alpha t} \cdot \sin(\beta t) \cdot \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\beta} = \frac{K \cdot e}{T^2 \cdot \beta} \cdot \sin(\beta t)$$

Hình I-9 mô tả các đặc tính thời gian của khâu bậc hai với các hệ số  $\xi$  khác nhau.

\* Các đặc tính tần số

- Hàm truyền tần số của khâu có dạng:

$$W(j\omega) = \frac{K}{T^2 \cdot (j\omega)^2 + 2 \cdot \xi \cdot T \cdot j\omega + 1}$$

Tách phần thực và phần ảo ta được:

$$W(j\omega) = \frac{K.(1 - T^2.\omega^2)}{(1 - T^2.\omega^2)^2 + 4.(\xi.T.\omega)^2} - j \frac{2.K.\xi.T.\omega}{(1 - T^2.\omega^2)^2 + 4.(\xi.T.\omega)^2}$$

$$W(j\omega) = R(\omega) + jI(\omega)$$

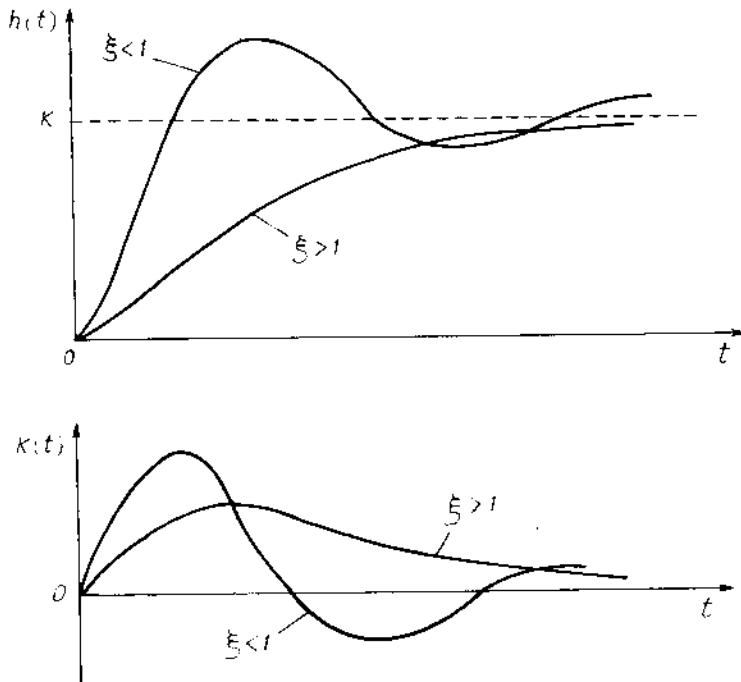
Với

$$R(\omega) = \frac{K.(1 - T^2.\omega^2)}{(1 - T^2.\omega^2)^2 + 4.(\xi.T.\omega)^2} \quad \text{và} \quad I(\omega) = \frac{- 2.K.\xi.T.\omega}{(1 - T^2.\omega^2)^2 + 4.(\xi.T.\omega)^2}$$

Từ đây ta có :

- Đặc tính BT :

$$A(\omega) = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)} = \frac{K}{\sqrt{(1 - T^2.\omega^2)^2 + 4.(\xi.T.\omega)^2}}$$



Hình 1-9 Các đặc tính thời gian của khâu bậc hai

Khảo sát đặc tính của đồ thị BT cho ta thấy nó có thể có ba điểm cực trị ở các tần số :

$$\omega_1 = 0 ; \omega_c = \frac{1}{T} \sqrt{1 - 2.\xi^2} \quad \text{và} \quad \omega_2 = \infty$$

Tần số  $\omega_c$  chỉ tồn tại khi  $\xi < \sqrt{0,5} \approx 0,707$  và được gọi là tần số cộng hưởng

- Đặc tính PT :

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{I(\omega)}{R(\omega)} = - \arctg \frac{2 \cdot \xi \cdot T \cdot \omega}{1 - T^2 \cdot \omega^2}$$

Đối với khâu bậc hai quán tính hàm truyền đạt có thể viết dưới dạng

$$W(p) = \frac{K}{(T_1 \cdot p + 1) \cdot (T_2 \cdot p + 1)}$$

Vì vậy đặc tính BT có thể xây dựng theo công thức

$$A(\omega) = \frac{K}{\sqrt{(T_1 \cdot \omega)^2 + 1} \cdot \sqrt{(T_2 \cdot \omega)^2 + 1}}$$

và đặc tính PT  $\varphi(\omega) = - \arctg(T_1 \cdot \omega) - \arctg(T_2 \cdot \omega)$

- Đặc tính BTL

Để cho khâu bậc hai quán tính

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg K - 20 \lg \sqrt{(T_1 \cdot \omega)^2 + 1} - 20 \lg \sqrt{(T_2 \cdot \omega)^2 + 1}$$

và có thể thay thế bằng ba đoạn gấp khúc (với điều kiện  $T_1 > T_2$ ):

Khi  $\omega < \omega_1 = 1/T_1$  thì  $L(\omega) \approx 20 \lg K$

Khi  $\omega_1 < \omega < \omega_2 = 1/T_2$  thì  $L(\omega) = 20 \lg K - 20 \lg T_1 - 20 \lg \omega$

Khi  $\omega > \omega_2$   $L(\omega) = 20 \lg K - 20 \lg T_1 - 20 \lg T_2 - 40 \lg \omega$

Để cho khâu bậc hai dao động:

$$L(\omega) = 20 \lg K - 20 \lg \sqrt{(1 - T^2 \cdot \omega^2)^2 + 4(\xi \cdot T \cdot \omega)^2}$$

Nếu thay bằng đường gấp khúc ta có :

Khi  $\omega \ll 1/T$  thì  $L(\omega) \approx 20 \lg K$  ;

Còn khi  $\omega \gg 1/T$  thì  $L(\omega) \approx 20 \lg K - 40 \lg T - 40 \lg \omega$  .

Như vậy có thể xây dựng gần đúng đặc tính BTL của khâu dao động bằng đường gấp khúc. Sai số lớn nhất của sự thay thế là ở tần số cộng hưởng  $\omega_c$ . Tuy nhiên để đơn giản chúng ta có thể lấy gần đúng giá trị  $\omega_c = 1/T$ . Sai số đó sẽ được tính theo biểu thức :

$$\Delta L(\omega) = \pm 20 \lg(2 \cdot \xi)$$

Để cho sai số này nhỏ hơn 3 db thì giá trị  $\xi$  phải nằm trong giới hạn

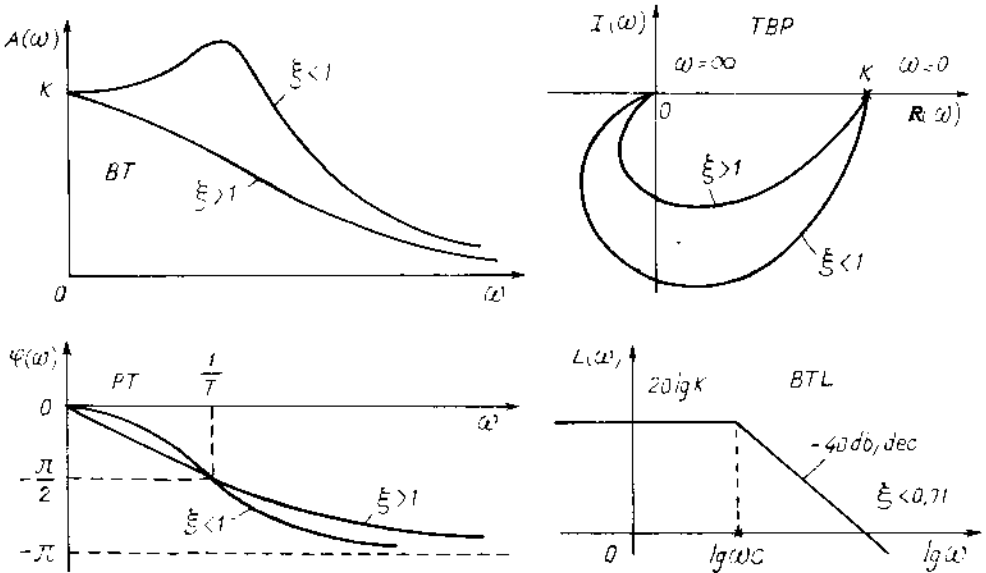
$$0,38 < \xi < 0,71$$

Khi  $\xi$  nằm ngoài giới hạn này thì đặc tính BTL không được thay thế bằng đường gấp khúc do độ chính xác kém.

Để xây dựng các đặc tính tần số ta lập bảng sau :

$\omega$	$R(\omega)$	$I(\omega)$	$A(\omega)$	$\varphi(\omega)$
0	K	0	K	0
1/T	0	$-K/(2\xi)$	$K/(2\xi)$	$-\pi/2$
$\infty$	0	0	0	$-\pi$

Hình I-10 mô tả các đặc tính tần số của khâu bậc hai với các giá trị  $\xi$  khác nhau.



Hình I-10 Các đặc tính tần số của khâu bậc hai

### I-2.2. KHÂU TÍCH PHÂN (KHÂU PHI TÍNH)

\* Phương trình vi phân của khâu tích phân :

$$y = K \cdot \int x \cdot dt \quad \text{hoặc} \quad \frac{dy}{dt} = K \cdot x = \frac{x}{T}$$

Trong đó  $T = 1/K$  được gọi là hằng số thời gian tích phân.

\* Hàm truyền của khâu :

Viết phương trình vi phân dưới dạng toán tử p

$$p \cdot Y(p) = \frac{X(p)}{T} \quad \text{suy ra} \quad W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{1}{T \cdot p}$$

\* Các đặc tính thời gian :

- Hàm quá độ  $h(t) = K \cdot \int 1(t) \cdot dt = K \cdot t$
- Hàm trọng lượng  $k(t) = h'(t) = K$

Hình I-11 mô tả các đặc tính thời gian của khâu tích phân .

\* Các đặc tính tần số :

- Hàm truyền tần số

$$W(j\omega) = \frac{1}{T \cdot j\omega} = -j \frac{1}{T \cdot \omega} = jI(\omega)$$

Như vậy hàm truyền tần số của khâu tích phân chỉ có phần ảo âm khi  $\omega$  thay đổi từ 0 đến  $\infty$  mà không có phần thực.

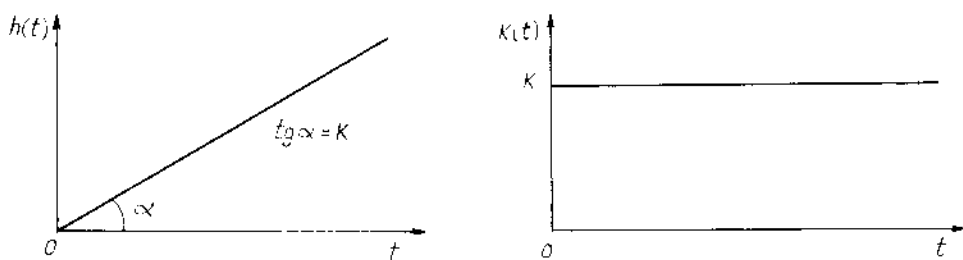
- Đặc tính BT  $A(\omega) = \frac{1}{T \cdot \omega}$

- Đặc tính PT  $\varphi(\omega) = -\pi/2$

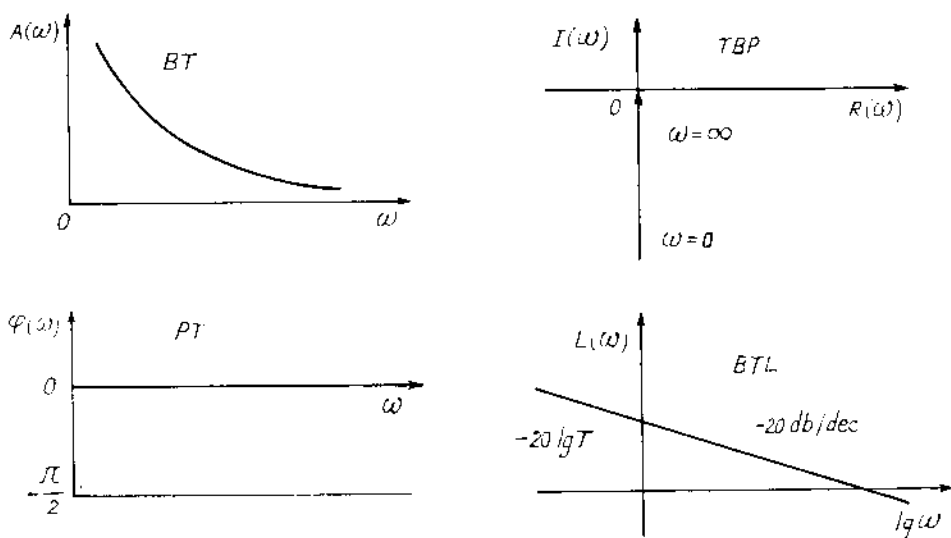
- Đặc tính BTL được xác định theo biểu thức:

$$L(\omega) = \lg A(\omega) = -20 \lg T - 20 \lg \omega$$

Đây là phương trình của một đường thẳng cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng  $-20 \lg T$  và có độ nghiêng bằng  $-20 \text{ db/dec}$ .



Hình 1-11 Các đặc tính thời gian của khâu tích phân



Hình 1-12 Các đặc tính tần số của khâu tích phân



Các đặc tính tần số của khâu tích phân được mô tả trên hình I-12. Tín hiệu ra của khâu tích phân luôn luôn chậm pha so với tín hiệu vào một góc bằng  $\pi/2$ .

### I-2.3. KHẤU VI PHÂN LÍ TƯỢNG

\* Phương trình vi phân : 
$$y = T \cdot \frac{dx}{dt}$$

Trong đó T được gọi là hằng số thời gian vi phân.

\* Hàm truyền đạt

Dạng toán tử Laplace của phương trình vi phân  $Y(p) = T \cdot pX(p)$

Từ đó ta có hàm truyền đạt

$$W(p) = T \cdot p$$

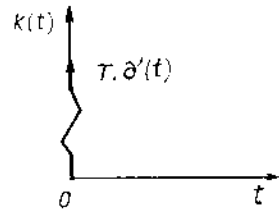
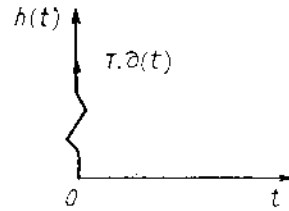
\* Các đặc tính thời gian :

- Hàm quá độ

$$h(t) = T \cdot 1'(t) = T \cdot \delta(t)$$

- Hàm trọng lượng k(t)

$$k(t) = h'(t) = T \cdot \delta'(t)$$



Hình I-13 Các đặc tính thời gian của khâu vi phân

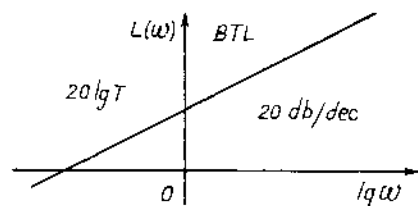
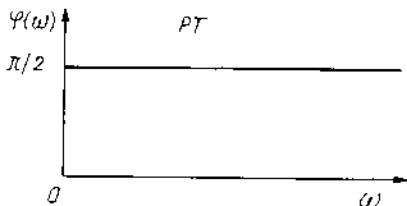
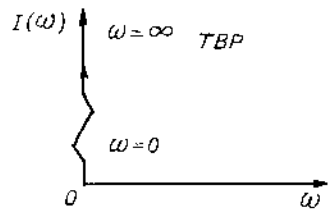
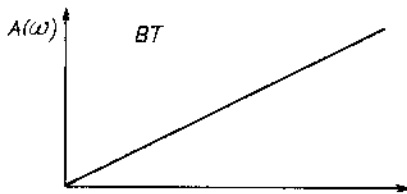
Các đặc tính thời gian của khâu vi phân được mô tả trên hình I-13

\* Các đặc tính tần số :

- Hàm truyền tần số

$$W(j\omega) = T \cdot j\omega = j \cdot I(\omega)$$

Hàm truyền tần số của phân tử vi phân chỉ có phần ảo dương khi  $\omega$  thay đổi



Hình I-14 Các đặc tính tần số của khâu vi phân

từ 0 đến  $\infty$  còn phần thực bằng không.

- Đặc tính BT  $A(\omega) = T \cdot \omega$
- Đặc tính PT  $\varphi(\omega) = \pi/2$
- Đặc tính BTL  $L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg T + 20 \lg \omega$

Đặc tính BTL của khâu vi phân là một đường thẳng cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng  $20 \lg T$  và nghiêng một góc bằng  $20 \text{ db/dec}$ .

Các đặc tính tần số của khâu vi phân được mô tả trên hình I-14. Tín hiệu ra của khâu luôn luôn vượt pha so với tín hiệu vào một góc bằng  $\pi/2$ .

### I-2.4. KHÂU TRỄ

\* Phương trình vi phân của khâu :

$$y(t) = x(t - \tau)$$

\* Các đặc tính thời gian :

- Hàm quá độ  $h(t) = 1(t - \tau)$
- Hàm trọng lượng  $k(t) = h'(t) = 1'(t - \tau) = \delta(t - \tau)$

Các đường đặc tính thời gian của khâu trễ được mô tả trên hình I-15

\* Các đặc tính tần số :

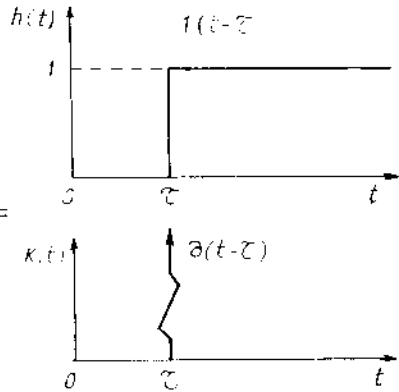
Nếu đầu vào của khâu cho tác động nhiễu dạng

$$x(t) = A \cdot e^{j\omega t}$$

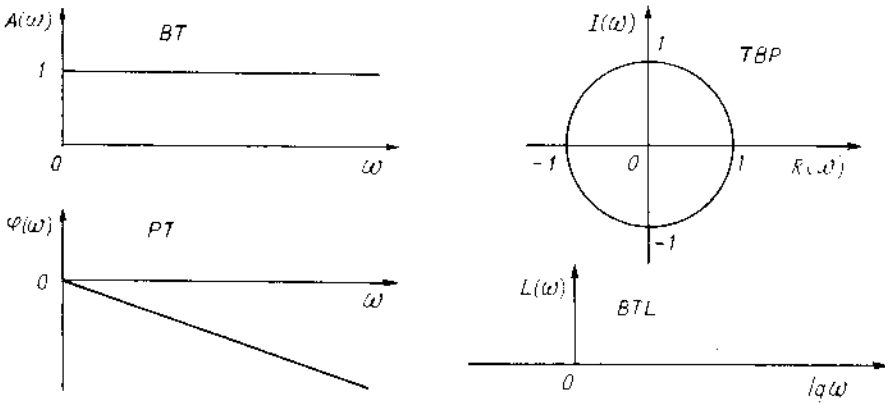
thì đầu ra ta sẽ nhận được tín hiệu có dạng :

$$y(t) = A \cdot e^{j\omega(t - \tau)}$$

- Như vậy hàm truyền tần số của khâu được mô tả bằng phương trình



Hình I-15 Các đặc tính thời gian của khâu trễ



Hình I-16 Các đặc tính tần số của khâu trễ

$$W(j\omega) = \frac{y(j)}{x(j)} = e^{j\tau\omega}$$

- Đặc tính BT  $A(\omega) = 1$
- Đặc tính PT  $\varphi(\omega) = -\tau\omega$
- Đặc tính BTL  $L(\omega) = \lg A(\omega) = 0$

Hình I-16 mô tả các đặc tính tần số của khâu trễ.

\* Từ hàm truyền tần số chúng ta có thể xác định hàm truyền đạt bằng cách thay  $j\omega = p$  và được

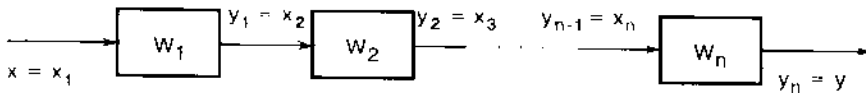
$$W(p) = e^{-\tau p}$$

### §1-3. ĐẠI SỐ SƠ ĐỒ KHỐI

Đại số sơ đồ khối là thuật toán để xác định hàm truyền đạt của hệ thống khi biết được hàm truyền đạt của các phần tử thành phần. Nó gồm thuật toán để xác định hàm truyền đạt của các phần tử mắc nối tiếp, mắc song song, mạch mắc phân hồi và nguyên lý chuyển đổi tín hiệu.

#### I-3.1. HỆ THỐNG GỒM CÁC PHẦN TỬ MẮC NỐI TIẾP

Các phần tử được gọi là mắc nối tiếp nếu tín hiệu ra của phần tử trước là tín hiệu vào của phần tử sau. Tín hiệu vào của hệ thống là tín hiệu vào của phần tử đầu tiên. Tín hiệu ra của phần tử cuối cùng là tín hiệu ra của hệ thống. Sơ đồ các phần tử mắc nối tiếp được mô tả trên hình I-17.



Hình I-17 Sơ đồ hệ thống gồm các phần tử mắc nối tiếp

Từ sơ đồ ta có :

$$Y_n = W_n \cdot X_n = W_n \cdot Y_{n-1} = W_n \cdot W_{n-1} \cdot X_{n-1} = W_n \cdot W_{n-1} \cdot Y_{n-2} = \dots$$

$$Y = Y_n = \prod_{i=1}^n W_i \cdot X \quad \text{suy ra} \quad W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \prod_{i=1}^n W_i(p)$$

Như vậy hàm truyền đạt của hệ thống gồm các phần tử mắc nối tiếp bằng tích số hàm truyền đạt của các phần tử thành phần.

#### I-3.2. HỆ THỐNG CÁC PHẦN TỬ MẮC SONG SONG

Hệ thống được xem là gồm các phần tử mắc song song nếu tín hiệu vào của hệ thống là tín hiệu vào của các phần tử thành phần. Còn tín hiệu ra của hệ thống bằng tổng đại số tín hiệu ra của các phần tử thành phần. Sơ đồ hệ thống gồm các phần tử mắc song song được mô tả trên hình I-18.

Ta có :

$$Y_1 = W_1 \cdot X_1 = W_1 \cdot X$$

$$Y_2 = W_2 \cdot X_2 = W_2 \cdot X$$

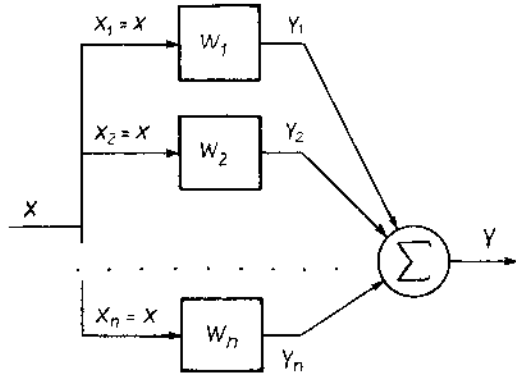
.....

$$Y_n = W_n \cdot X_n = W_n \cdot X$$

Như vậy :

$$Y = \sum_{i=1}^n Y_i = \sum_{i=1}^n W_i \cdot X$$

suy ra 
$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \sum_{i=1}^n W_i(p)$$

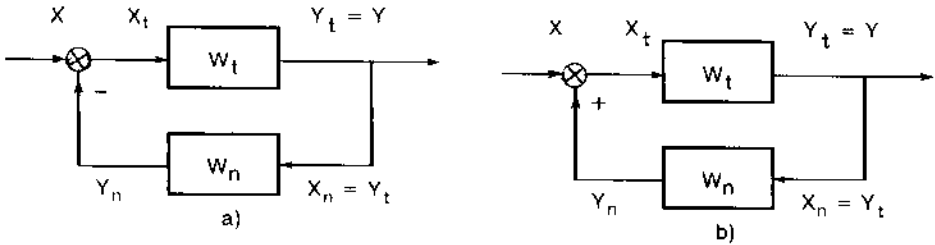


Hình I-18 Sơ đồ hệ thống gồm các khâu mắc song song

Hàm truyền của hệ thống gồm các phân tử mắc song song bằng tổng đại số hàm truyền của các phân tử thành phần.

### I-3.3. HỆ THỐNG CÓ MẠCH MẮC PHẢN HỒI

Hệ thống có mạch mắc phản hồi gồm hai mạch : mạch thuận và mạch phản hồi. Tín hiệu ra của mạch thuận là tín hiệu ra của hệ thống và là tín hiệu vào của mạch phản hồi. Sơ đồ hệ thống có mạch mắc phản hồi được mô tả trên hình I-19.



Hình I-19 Sơ đồ hệ thống có mạch mắc phản hồi

Mạch phản hồi chia thành hai loại :

- Phản hồi âm (hình I-19a)  $X_t = X - Y_n$
- Phản hồi dương (hình I-19b)  $X_t = X + Y_n$

Kết mạch phản hồi âm ta có :

$$Y = W_t \cdot X_t = W_t \cdot (X - Y_n) = W_t \cdot X - W_t \cdot Y_n$$

Mà 
$$Y_n = W_n \cdot X_n = W_n \cdot Y$$

Như vậy 
$$Y = W_t \cdot X - W_t \cdot W_n \cdot Y \text{ hay } (1 + W_t \cdot W_n) \cdot Y = W_t \cdot X$$

Suy ra 
$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{W_t}{1 + W_t \cdot W_n}$$

Hàm truyền của mạch mắc phản hồi âm bằng hàm truyền của mạch thuận chia cho: 1 cộng với tích hàm truyền của mạch thuận nhân với hàm truyền của mạch phản hồi.

Xét tương đương ta có thể viết hàm truyền của mạch phản hồi dương :

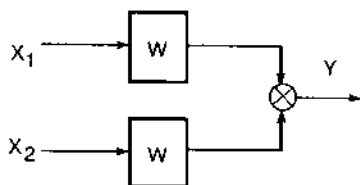
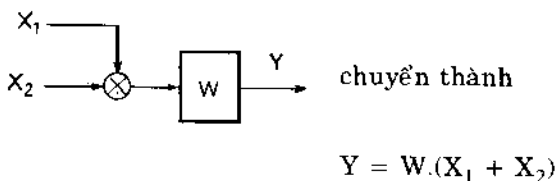
$$W(p) = \frac{W_t}{1 - W_t \cdot W_n}$$

### I-3.4. CHUYỂN ĐỔI VỊ TRÍ CÁC TÍN HIỆU

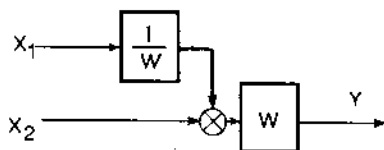
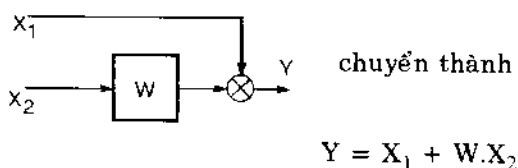
Chuyển đổi vị trí các tín hiệu là công cụ để chuyển sơ đồ khối các mạch liên kết phức tạp sang các mạch liên kết đơn giản như mắc song song, mắc nối tiếp hoặc mắc phản hồi, từ đấy có thể sử dụng các quy luật đã nêu trên đây để xác định hàm truyền của hệ thống. Nguyên tắc của việc chuyển đổi là không được làm thay đổi sự truyền tín hiệu trong hệ thống.

#### I-3.4a. Chuyển đổi tín hiệu vào

- Từ trước một khối ra sau khối đó

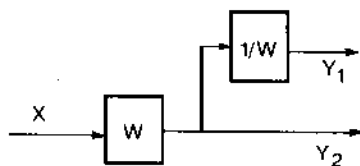
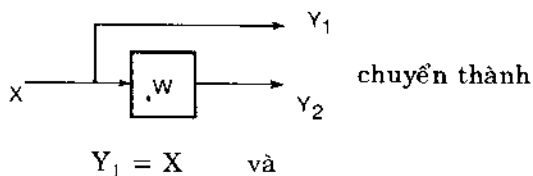


- Từ sau một khối ra trước khối đó

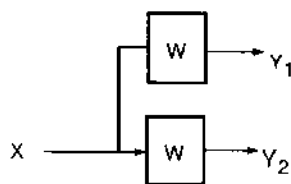
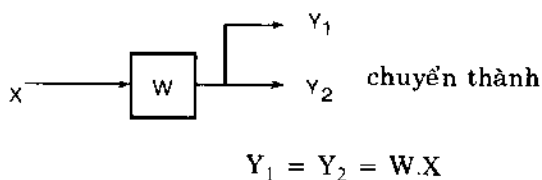


#### I-3.4b. Chuyển đổi tín hiệu ra

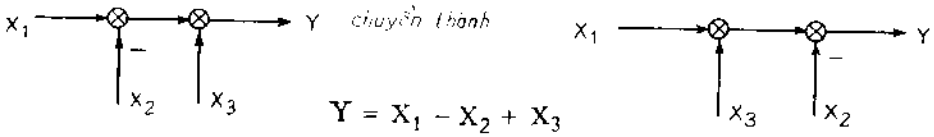
- Từ trước một khối ra sau khối đó



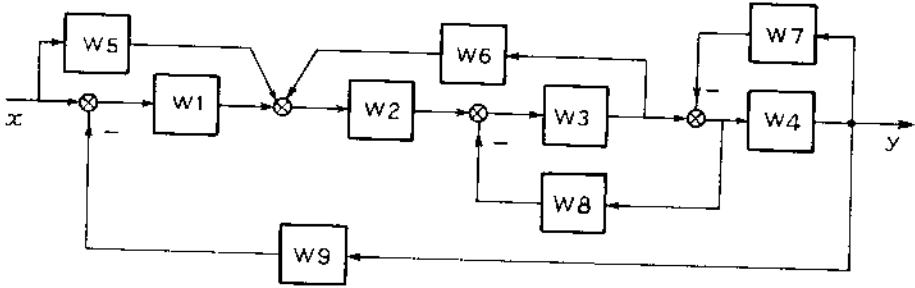
- Từ sau một khối ra trước khối đó



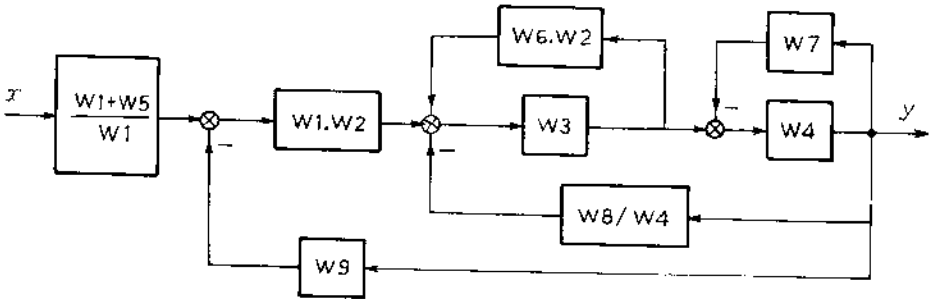
I-3.4c. Các bộ cộng liên nhau có thể đổi chỗ cho nhau



Ví dụ I-1 Xác định hàm truyền của hệ thống có sơ đồ sau



Chuyển tín hiệu ra của W5 về trước W1, tín hiệu ra của W6 về sau W2 và tín hiệu vào của W8 ra sau W4 ta được sơ đồ sau :

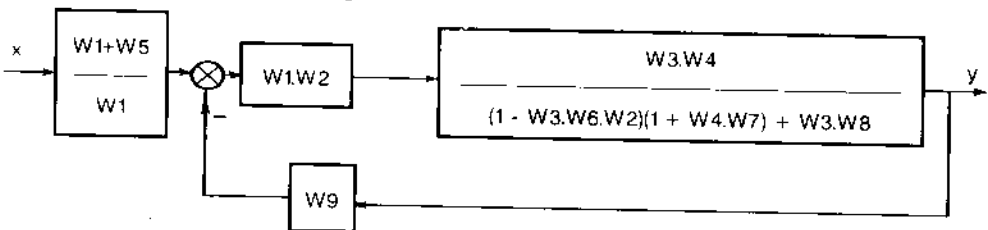


Từ sơ đồ trên chúng ta có thể xác định các hàm truyền tương đương

$$W_{t1} = \frac{W3}{1 - W3.W6.W2} ; \quad W_{t2} = \frac{W4}{1 + W4.W7}$$

$$W_{t3} = \frac{1.W_{t2}}{1 + W_{t1}.W_{t2}.W8/W4} = \frac{W3.W4}{(1 - W3.W6.W2)(1 + W4.W7) + W3.W8}$$

Ta có sơ đồ tương đương sau :



$$\text{Ta có } W_T = \frac{W1.W2.W3.W4}{(1 - W3.W6.W2)(1 + W4.W7) + W3.W8}$$

Vậy hàm truyền của hệ thống sẽ là

$$W(p) = \frac{W1 + W5}{W1} \cdot \frac{W_T}{1 + W_T.W9}$$

$$W(p) = \frac{(W1 + W5).W2.W3.W4}{(1 - W3.W6.W2)(1 + W4.W7) + W3.W8 + W1.W2.W3.W4.W9}$$

## §1-4 CÁC KHÂU ĐỘNG HỌC PHỨC TẠP

Trong cấu trúc của hệ thống điều chỉnh tự động thường gặp một số phần tử có cấu trúc tương đối phức tạp mà quá trình động học của nó tuy được mô tả bằng phương trình vi phân không quá bậc hai nhưng có thể xem là sự kết hợp của một số khâu động học cơ bản.

### I-4.1 KHÂU KHÔNG ỔN ĐỊNH BẬC NHẤT

\* Phương trình vi phân của khâu

$$T \cdot \frac{dy}{dt} - y = K.x$$

\* Hàm truyền đạt của phần tử

$$W(p) = \frac{K}{Tp - 1}$$

Với hàm truyền đạt này phần tử có cấu trúc là khâu tích phân có phần hồi dương mắc nối tiếp với khâu khuếch đại được mô tả trong hình I-20.

\* Các đặc tính thời gian

- Hàm quá độ  $h(t)$

Giải phương trình vi phân

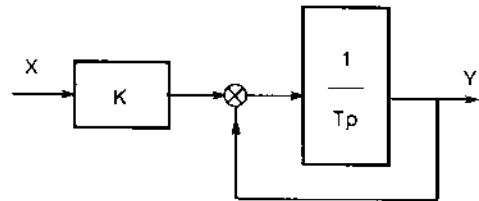
$$T \cdot \frac{dh(t)}{dt} - h(t) = K.1(t)$$

với điều kiện  $h(0) = 0$ ,  $dh(0)/dt = K/T$  ta được :

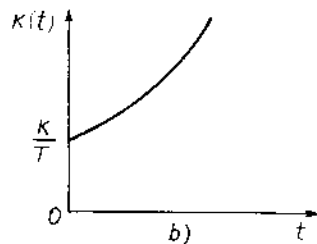
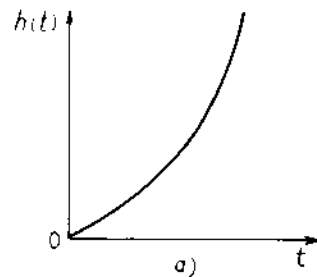
$$h(t) = K(e^{t/T} - 1)$$

- Hàm trọng lượng

$$k(t) = K/T \cdot e^{t/T}$$



Hình I-20 Mô hình khâu không ổn định bậc nhất



Hình I-21

a) Hàm quá độ; b) Hàm trọng lượng

Hình I-21 mô tả đồ thị hàm quá độ (a) và hàm trọng lượng (b).

\* Các đặc tính tần số

- Hàm truyền tần số

$$W(j\omega) = \frac{K}{Tj\omega - 1} = -\frac{K}{T^2\omega^2 + 1} - j\frac{KT\omega}{T^2\omega^2 + 1}$$

- Đặc tính biên độ tần số BT

$$A(\omega) = \frac{K}{\sqrt{T^2\omega^2 + 1}}$$

- Đặc tính pha tần số PT

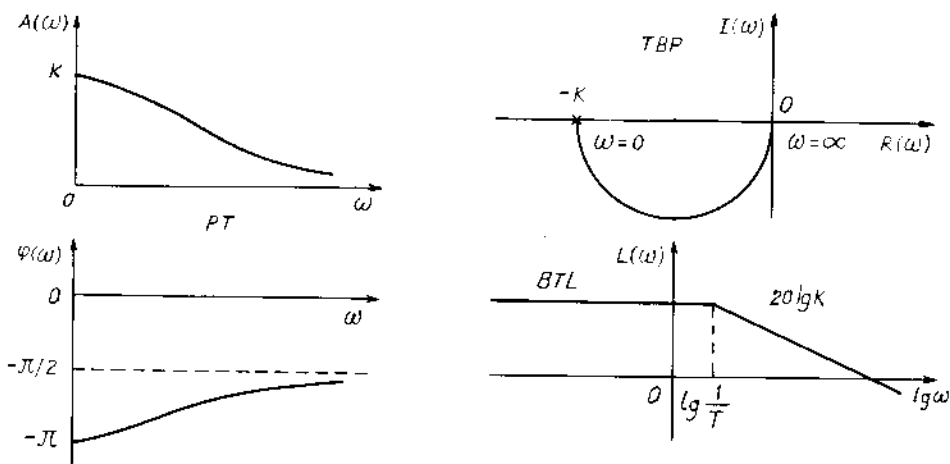
$$\varphi(\omega) = -\pi + \text{arctg}T\omega$$

- Đặc tính tần số biên độ pha TBP

Biến đổi tương tự như khâu quán tính bậc nhất ta sẽ nhận được đặc tính TBP của khâu không ổn định bậc nhất là nửa đường tròn ở cung phần tư thứ ba.

- Đặc tính biên độ tần số logarit BTL của khâu không ổn định bậc nhất hoàn toàn tương đương như đặc tính của khâu quán tính bậc nhất.

Hình I-22 mô tả các đặc tính tần số của khâu không ổn định bậc nhất.



Hình I-22 Các đặc tính tần số của khâu không ổn định bậc nhất

#### I-4.2 KHẪU TÍCH PHÂN BẬC HAI

\* Phương trình vi phân của khâu tích phân bậc hai

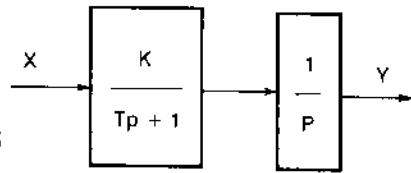
$$T \frac{d^2y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} = Kx$$



\* Hàm truyền đạt của khâu

$$W(p) = \frac{K}{p(Tp + 1)}$$

Rõ ràng khâu tích phân bậc hai có cấu trúc của một khâu quán tính bậc nhất mắc nối tiếp với một khâu tích phân được mô tả trong hình I-23.



Hình I-23 Sơ đồ cấu trúc khâu tích phân bậc hai

\* Các đặc tính thời gian

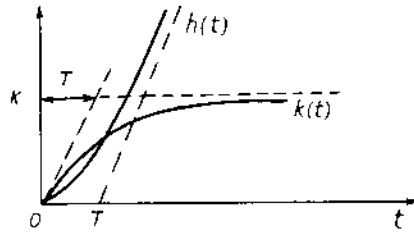
- Hàm quá độ

$$h(t) = K(t + T \cdot e^{-t/T} - T)$$

- Hàm trọng lượng

$$k(t) = h'(t) = K(1 - e^{-t/T})$$

Đồ thị hàm  $h(t)$  và  $k(t)$  được mô tả trên hình I-24.

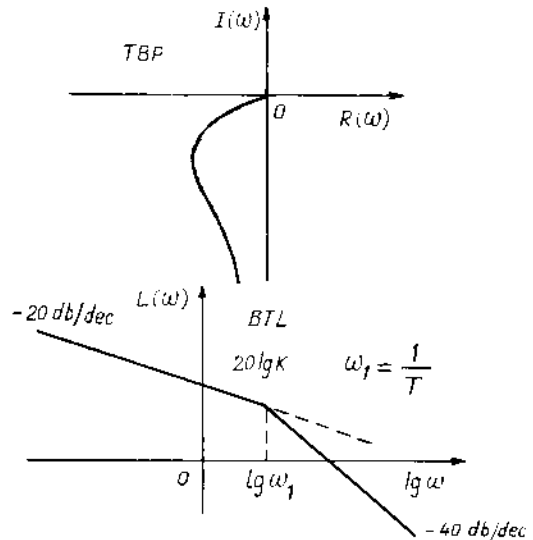
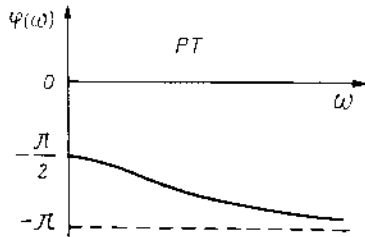
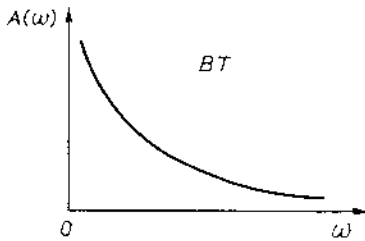


Hình I-24 Các đặc tính thời gian

Phương trình đường tiệm cận xiên của  $h(t)$  có dạng

$$y = K(t - T)$$

Như vậy hệ số góc của nó bằng  $K$  và nó cắt trục hoành tại thời điểm  $t = T$ .



Hình I-25 Các đặc tính tần số của khâu tích phân bậc hai

\* Các đặc tính tần số

- Hàm truyền tần số  $W(j\omega) = \frac{K}{j\omega(Tj\omega + 1)}$

- Đặc tính BT 
$$A(\omega) = \frac{K}{\omega \cdot \sqrt{T^2 \cdot \omega^2 + 1}}$$

- Đặc tính PT 
$$\varphi(\omega) = -\pi/2 - \arctg T\omega$$

- Đặc tính BTL 
$$L(\omega) = 20\lg K - 20\lg \omega - 20\lg \sqrt{T^2 \cdot \omega^2 + 1}$$

Đặc tính này được thay gần đúng bằng đường gấp khúc. Ở giải tần số thấp nó là một đường thẳng nghiêng - 20 db/dec và cắt trục tung tại tung độ bằng 20lgK. Từ tần số  $\omega = 1/T$  đường thẳng có độ nghiêng - 40 db/dec. Đồ thị các đặc tính tần số của khâu tích phân bậc hai được mô tả trên hình I-25.

### I-4.3. KHẤU TỈ LỆ TÍCH PHÂN

\* Phương trình vi phân

$$y = K_1 \cdot x + K_2 \cdot \int x \cdot dt = K_1 \cdot x + \frac{1}{T} \cdot \int x \cdot dt$$

Với  $T = 1/K_2$  gọi là hằng số thời gian tích phân. Hoặc có thể viết dưới dạng

$$\frac{dy}{dt} = K_1 \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{1}{T} \cdot x$$

\* Hàm truyền đạt

$$W(p) = K_1 + \frac{1}{T \cdot p}$$

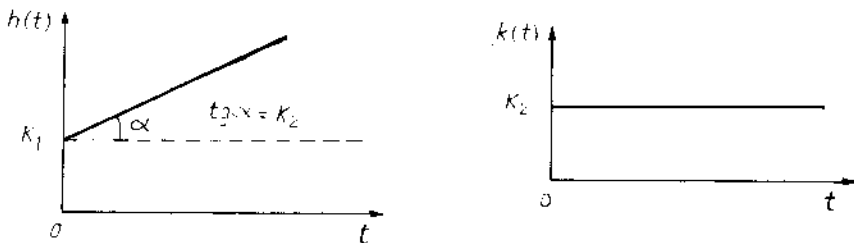
Như vậy khâu tỉ lệ tích phân gồm một khâu tỉ lệ mắc song song với một khâu tích phân.

\* Các đặc tính thời gian

- Hàm quá độ 
$$h(t) = K_1 + K_2 \cdot t$$

- Hàm trọng lượng 
$$k(t) = K_2$$

Đồ thị của hàm  $h(t)$  và  $k(t)$  được mô tả trên hình I-26



Hình I-26 Các đặc tính thời gian

\* Các đặc tính tần số

- Hàm truyền tần số

$$W(j\omega) = K_1 - j \frac{1}{T \cdot \omega}$$

- Đặc tính BT

$$A(\omega) = \frac{\sqrt{(K_1 \cdot T \cdot \omega)^2 + 1}}{T \cdot \omega}$$

- Đặc tính PT

$$\varphi(\omega) = - \arctg \frac{1}{K_1 \cdot T \cdot \omega}$$

- Đặc tính TBP là nửa đường thẳng

$R(\omega) = K_1$  nằm ở cung phần tư thứ tư.

- Đặc tính BTL

$$L(\omega) = 20 \lg \sqrt{(K_1 \cdot T \cdot \omega)^2 + 1} - 20 \lg(T \cdot \omega)$$

Đặc tính BTL này có thể thay bằng hai đoạn tiệm cận.

Khi  $\omega \ll 1/K_1 \cdot T$  thì

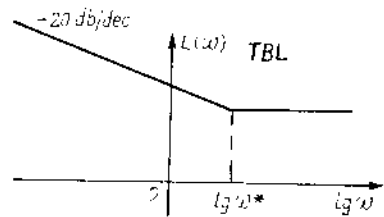
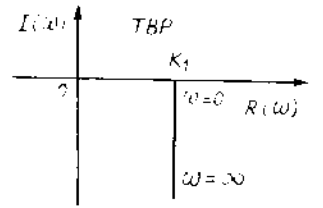
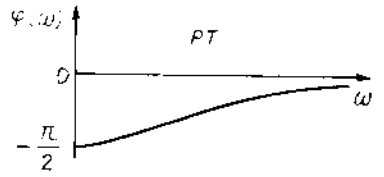
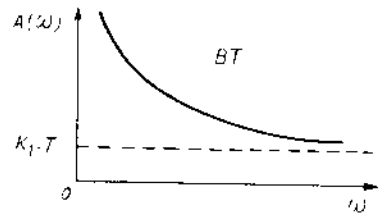
$$L(\omega) = - 20 \lg(T \cdot \omega)$$

Còn khi  $\omega \gg 1/K_1 \cdot T$  thì

$$L(\omega) = 20 \lg(K_1 \cdot T \cdot \omega) - 20 \lg(T \cdot \omega) = 20 \lg K_1$$

Hình I-27 mô tả các đặc tính tần số

của khâu tỉ lệ tích phân. Trong đó  $\omega^* = 1/K_1 \cdot T$



Hình I-27 Các đặc tính tần số của khâu tỉ lệ tích phân

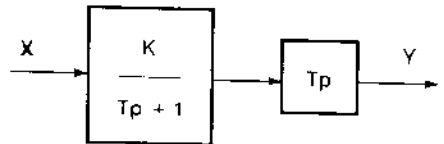
#### I-4.4. KHẤU VI PHÂN THỰC

\* Phương trình vi phân của khâu

$$T \frac{dy}{dt} + y = K \cdot T \cdot \frac{dx}{dt}$$

\* Hàm truyền đạt của khâu

$$W(p) = \frac{K T p}{T p + 1}$$



Hình I-28 Cấu trúc khâu vi phân thực

Như vậy khâu vi phân thực là cấu trúc mắc nối tiếp một khâu vi phân với khâu quán tính bậc nhất được mô tả trong hình I-28.

\* Các đặc tính thời gian

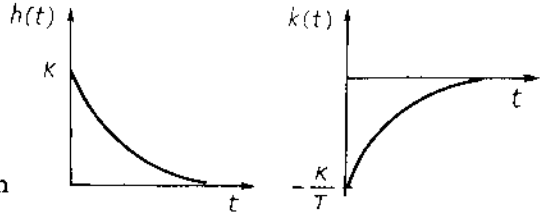
- Hàm quá độ : từ sơ đồ cấu trúc chúng ta có thể xác định hàm quá độ của

khâu vi phân thực từ hàm quá độ của khâu quán tính bậc nhất và nhận được kết quả :

$$h(t) = K.e^{-t/T}$$

- Hàm trọng lượng

$$k(t) = h'(t) = -\frac{K}{T}.e^{-t/T}$$



Đồ thị các đặc tính thời gian được mô tả trên hình I-29 .

\* Các đặc tính tần số

- Hàm truyền tần số

$$W(j\omega) = \frac{K.T.j\omega}{T.j\omega + 1} \quad (I-10)$$

- Đặc tính BT

$$A(\omega) = \frac{K.T.\omega}{\sqrt{(T.\omega)^2 + 1}}$$

- Đặc tính PT

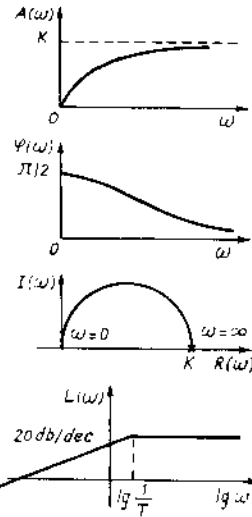
$$\varphi(\omega) = \pi/2 - \arctg T\omega$$

- Đặc tính TBP

Từ công thức (I-10) ta có :

$$W(j\omega) = K - \frac{K}{T.j\omega + 1} \quad (I-11)$$

Hình I-29 Các đặc tính thời gian của khâu vi phân thực



Hình I-30 Các đặc tính tần số

Từ đặc tính TBP của khâu quán tính bậc nhất chúng ta có thể khẳng định đặc tính TBP của khâu vi phân thực được mô tả bằng công thức (I-11) là nửa đường tròn nằm ở cung phần tư thứ nhất khi  $\omega$  thay đổi từ 0 đến  $\infty$ .

- Đặc tính BTL

$$L(\omega) = 20\lg(K.T.\omega) - 20\lg \sqrt{(T.\omega)^2 + 1}$$

Đặc tính này được thay thế bằng đường gấp khúc. Khi  $\omega \ll 1/T$  thì

$$L(\omega) = 20\lg(K.T) + 20\lg\omega$$

Còn khi  $\omega \gg 1/T$  thì

$$L(\omega) = 20\lg(K.T) + 20\lg\omega - 20\lg T\omega = 20\lg K.T$$

Hình I-30 mô tả các đặc tính tần số của khâu vi phân thực.

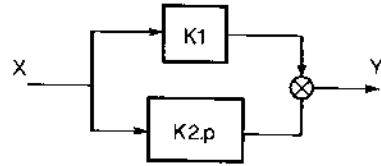
## I-4.5 KHẪU TỈ LỆ VI PHÂN

\* Phương trình vi phân

$$y = K_1 \cdot x + K_2 \cdot \frac{dx}{dt}$$

\* Hàm truyền đạt

$$W(p) = K_1 + K_2 \cdot p$$



Hình I-31 Cấu trúc khâu tỉ lệ vi phân

Đây là hàm truyền đạt của khâu tỉ lệ mắc song song với khâu vi phân có cấu trúc mô tả trong hình I-31.

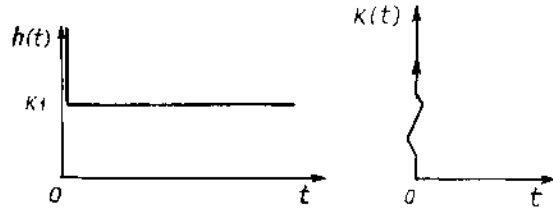
\* Các đặc tính thời gian

- Hàm quá độ

$$h(t) = K_1 \delta(t) + K_2 \cdot \delta'(t)$$

- Hàm trọng lượng

$$k(t) = k_2 \cdot \delta'(t) + k_1 \cdot \delta(t)$$



Hình I-32 Các đặc tính thời gian

Các đặc tính thời gian được mô tả trong hình I-32.

\* Các đặc tính tần số

- Hàm truyền tần số

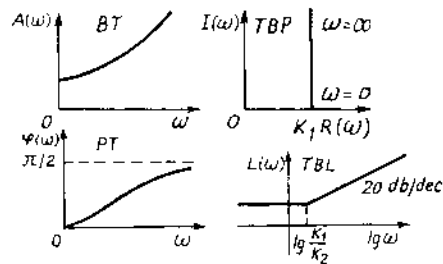
$$W(j\omega) = K_1 + K_2 \cdot j\omega$$

- Đặc tính BT

$$A(\omega) = \sqrt{K_1^2 + (K_2 \cdot \omega)^2}$$

- Đặc tính PT

$$\varphi(\omega) = \arctg(K_2 \cdot \omega / K_1)$$



Hình I-33 Các đặc tính tần số

- Đặc tính TBP là nửa đường thẳng  $R(\omega) = K_1$  nằm ở cung phần tư thứ nhất.

- Đặc tính TBL

$$L(\omega) = 20 \lg K_1 + 20 \lg \sqrt{(T \cdot \omega)^2 + 1}$$

Với  $T = K_2 / K_1$

Đặc tính này được thay bằng đường gấp khúc. Đoạn thứ nhất cho giải tần số thấp  $\omega < 1/T$ :

$$L(\omega) = 20 \lg K_1$$

Để cho giải tần số cao  $\omega > 1/T$ :

$$L(\omega) = 20 \lg K_1 + 20 \lg (T \cdot \omega)$$

Các đặc tính tần số của khâu tỉ lệ vi phân được mô tả trên hình I-33.

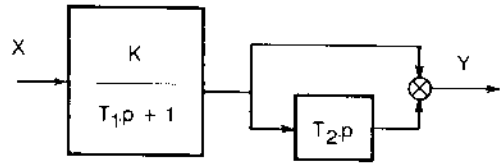
### I-4.3. KHÂU TÍCH VI PHÂN

\* Phương trình vi phân của khâu

$$T_1 \cdot \frac{dy}{dt} + y = K \cdot \left( T_2 \cdot \frac{dx}{dt} + x \right)$$

\* Hàm truyền đạt

$$W(p) = \frac{K(T_2 p + 1)}{T_1 p + 1}$$



Hình I-34 Sơ đồ cấu trúc khâu tích vi phân

Như vậy cấu trúc khâu tích vi phân gồm một khâu quán tính bậc nhất mắc nối tiếp với một khâu tỉ lệ vi phân.

\* Các đặc tính thời gian

- Hàm quá độ

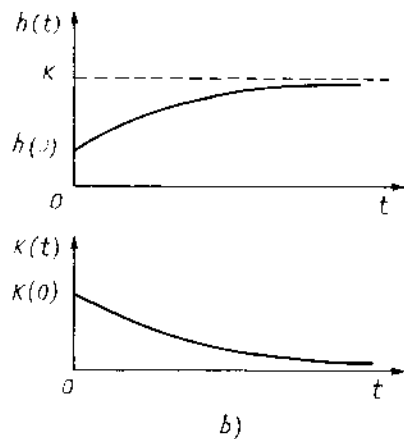
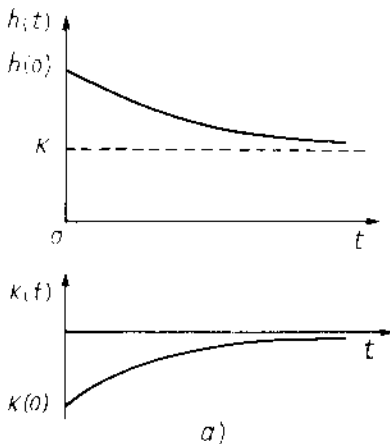
Trên cơ sở hàm quá độ của khâu quán tính bậc nhất và đặc tính của khâu tỉ lệ vi phân ta dễ dàng xác định hàm quá độ của khâu tích vi phân dạng :

$$h(t) = K \left( 1 + \frac{T_2 - T_1}{T_1} e^{-t/T_1} \right) \quad h(0) = K \cdot T_2/T_1$$

- Hàm trọng lượng

$$k(t) = h'(t) = K \cdot \frac{T_1 - T_2}{T_1^2} e^{-t/T_1} \quad k(0) = K \cdot \frac{T_1 - T_2}{T_1^2}$$

Hình I-35 mô tả các đặc tính thời gian của khâu tích vi phân. Các đặc tính này được xây dựng cho cả hai trường hợp  $T_2 > T_1$  (hình I-35, a) và  $T_2 < T_1$  (hình I-35, b).



Hình I-35 Các đặc tính thời gian của khâu tích vi phân

\* Các đặc tính tần số

- Hàm truyền tần số

$$W(j\omega) = K \cdot \frac{T_2 \cdot j\omega + 1}{T_1 \cdot j\omega + 1}$$

- Đặc tính BT

$$A(\omega) = K \cdot \frac{\sqrt{(T_2 \cdot \omega)^2 + 1}}{\sqrt{(T_1 \cdot \omega)^2 + 1}}$$

Khi  $\omega = 0$  thì  $A(0) = K$ , còn khi  $\omega = \infty$  thì  $A(\infty) = KT_2/T_1$ .

- Đặc tính PT

$$\varphi(\omega) = \arctg(T_2 \cdot \omega) - \arctg(T_1 \cdot \omega)$$

$\varphi(\omega) = 0$  khi  $\omega=0$  và cả khi  $\omega=\infty$ . Đặc tính  $\varphi(\omega)$  có cực trị tại tọa độ  $\omega_c = 1/\sqrt{T_1 \cdot T_2}$ . Như vậy khi  $T_2 > T_1$   $\varphi(\omega)$  luôn luôn dương và giá trị cực đại của nó sẽ là :

$$\varphi_{\max}(\omega) = \arctg \sqrt{T_2/T_1} - \arctg \sqrt{(T_1/T_2)}$$

Còn khi  $T_2 < T_1$   $\varphi(\omega)$  luôn luôn âm và giá trị cực tiểu của nó sẽ là :

$$\varphi_{\min}(\omega) = \arctg \sqrt{T_2/T_1} - \arctg \sqrt{(T_1/T_2)}$$

- Đặc tính TBP

Để xây dựng đặc tính TBP chúng ta phân tích hai trường hợp  $T_2 > T_1$  và  $T_2 < T_1$ .

Khi  $T_2 > T_1$  hàm truyền đạt của khâu có thể viết dưới dạng :

$$W(p) = K + K \cdot \frac{T_2 - T_1}{T_1} \cdot \frac{T_1 \cdot p}{T_1 \cdot p + 1} \quad (I-12)$$

Từ công thức (I-12) ta có thể rút ra kết luận rằng : đặc tính TBP của khâu vi phân thực trong trường hợp này chính là đặc tính TBP của một khâu vi phân thực có hằng số thời gian bằng  $T_1$  và hệ số khuếch đại bằng :

$$K \cdot \frac{T_2 - T_1}{T_1}$$

dịch sang phải K đơn vị.

Khi  $T_2 < T_1$  hàm truyền đạt của khâu được chuyển sang dạng :

$$W(p) = K - K \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot \frac{T_1 \cdot p}{T_1 \cdot p + 1} \quad (I-13)$$

Công thức (I-13) cho ta đặc tính TBP là nửa đường tròn nằm ở cung phần tư thứ tư có bán kính bằng  $K \cdot (T_1 - T_2)/(2T_1)$  và có tâm nằm trên trục thực cách tâm tọa độ một khoảng bằng :

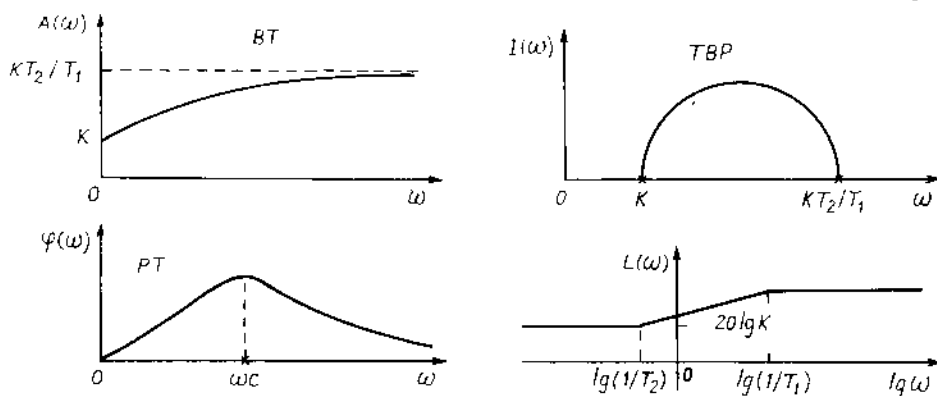
$$K - K \cdot \frac{T_1 - T_2}{2T_1}$$

\* Đặc tính BTL

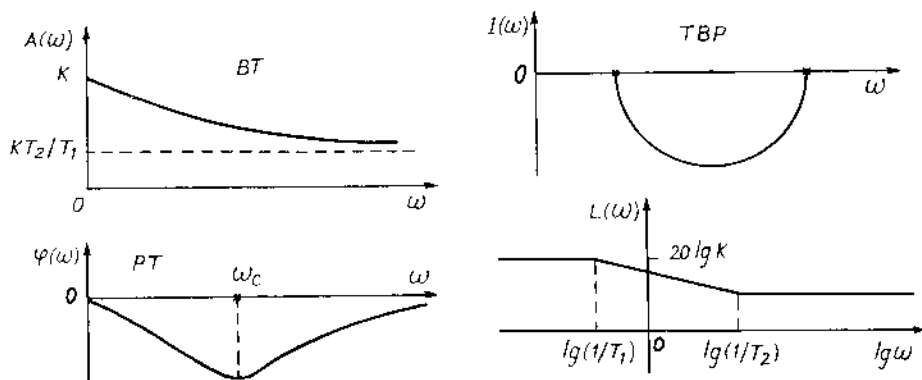
$$L(\omega) = 20 \lg K + 20 \lg \sqrt{(T_2 \cdot \omega)^2 + 1} - 20 \lg \sqrt{(T_1 \cdot \omega)^2 + 1} + 1$$

Các đặc tính tần số của khâu tích vi phân để cho trường hợp  $T_2 > T_1$  được mô tả trong hình I-36.

Hình I-37 mô tả các đặc tính tần số của khâu tích vi phân khi  $T_2 < T_1$



Hình I-36 Các đặc tính tần số của khâu tích vi phân khi  $T_2 > T_1$



Hình I-37 Các đặc tính tần số của khâu tích vi phân khi  $T_1 > T_2$

## I-5 CÁC ĐẶC TÍNH CỦA HỆ THỐNG ĐIỀU CHỈNH TỰ ĐỘNG

Hệ thống điều chỉnh tự động cũng mang những đặc tính như các phần tử của nó. Nghĩa là nó cũng có đặc tính tĩnh, đặc tính động, các đặc tính thời gian và các đặc tính tần số. Tuy nhiên ở đây đặc tính tĩnh chỉ nói lên độ chính xác của điều chỉnh. Điều quan trọng là phải khảo sát được quá trình quá độ của hệ thống, tức là phải khảo sát các đặc tính động của hệ thống. Đặc tính động học của hệ thống thường được mô tả bằng hàm truyền đạt xác định được từ hàm truyền đạt của các phần tử thành phần bằng các phép đại số sơ đồ khối đã được trình bày trên đây. Nếu thay  $p = j\omega$  vào hàm truyền đạt ta sẽ nhận được hàm truyền tần số và từ đây có thể khảo sát đặc tính động học của hệ thống thông qua các đặc tính tần số của nó.

Nếu biến đổi hàm truyền đạt của hệ thống về dạng :



$$W(p) = \frac{b_0 \cdot p^m + b_1 \cdot p^{m-1} + \dots + b_{m-1} \cdot p + b_m}{a_0 \cdot p^n + a_1 \cdot p^{n-1} + \dots + a_{n-1} \cdot p + a_n}$$

Chỉ sẽ nhận được phương trình vi phân mô tả quá trình động học của hệ thống viết dưới dạng toán tử Laplace

$$(a_0 \cdot p^n + a_1 \cdot p^{n-1} + \dots + a_{n-1} \cdot p + a_n)Y(p) = (b_0 \cdot p^m + b_1 \cdot p^{m-1} + \dots + b_{m-1} \cdot p + b_m)X(p)$$

Từ đây sẽ nhận được phương trình vi phân của hệ thống dạng :

$$a_0 \frac{d^n y}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dy}{dt} + a_n y = b_0 \frac{d^m x}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1} x}{dt^{m-1}} + \dots + b_{m-1} \frac{dx}{dt} + b_m x$$

Như vậy, đặc tính động học của hệ thống điều chỉnh tự động có thể nghiên cứu trong miền thời gian thông qua phương trình vi phân hoặc trong miền tần số thông qua các đặc tính tần số.

### 1-5.1 MÔ TẢ ĐỘNG HỌC HỆ THỐNG TRONG MIỀN THỜI GIAN

Đặc tính động học của hệ thống điều chỉnh tự động có thể mô tả bằng phương trình vi phân dạng

$$a_0 \frac{d^n y}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dy}{dt} + a_n y = K \cdot x(t) \quad (I-14)$$

Với  $x(t)$  là tác động đầu vào của hệ thống.

Giải phương trình vi phân (I-14) ta sẽ tìm được hàm  $y(t)$  nghĩa là biết được sự thay đổi của tín hiệu ra theo thời gian khi có tác động đầu vào. Cũng có thể chuyển phương trình vi phân bậc  $n$  (I-14) thành dạng hệ  $n$  phương trình vi phân bậc nhất bằng cách thay đổi biến số.

$$\text{Đặt } y_1 = y; y_2 = \frac{dy_1}{dt}; y_3 = \frac{dy_2}{dt}; \dots; y_n = \frac{dy_{n-1}}{dt}$$

Phương trình vi phân (I-14) sẽ được thay bằng hệ phương trình bậc nhất dạng :

$$\left. \begin{aligned} \frac{dy_1}{dt} &= y_2 \\ \frac{dy_2}{dt} &= y_3 \\ \dots &\dots \\ \frac{dy_n}{dt} &= K_0 \cdot x(t) - A_1 \cdot y_n - A_2 \cdot y_{n-1} - \dots - A_{n-1} \cdot y_2 - A_n \cdot y_1 \end{aligned} \right\} \quad (I-15)$$

Trong đó  $A_1 = \frac{a_1}{a_0}$ ;  $A_2 = \frac{a_2}{a_0}$ ; ...  $A_n = \frac{a_n}{a_0}$  và  $K_0 = \frac{K}{a_0}$

Các biến số  $y_1, y_2, \dots, y_n$  được gọi là các biến trạng thái của hệ thống và hệ phương trình (I-15) được gọi là hệ phương trình trạng thái. Nếu chúng ta biết được hệ phương trình (I-15) và biết được trạng thái của hệ thống tại một thời điểm nào đó thì dễ dàng xác định được trạng thái của hệ thống tại các thời điểm tiếp theo. Hệ phương trình trạng thái (I-15) có thể viết dưới dạng ma trận vectơ :

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \dots \\ \dot{y}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -A_n & -A_{n-1} & \dots & \dots & \dots & -A_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ K_0 \end{bmatrix} \cdot x(t)$$

Tín hiệu ra của hệ thống được xác định theo công thức :

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_n \end{bmatrix}$$

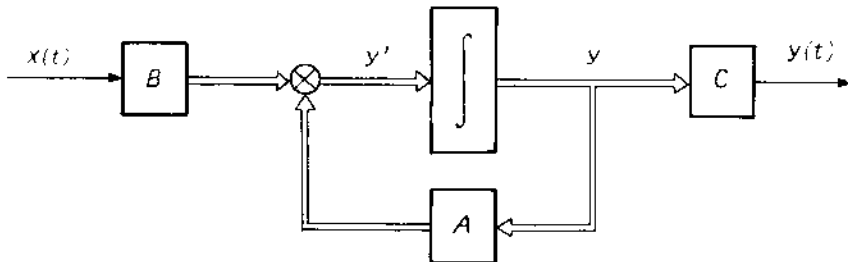
Các phương trình ma trận vectơ trên có thể viết gọn dưới dạng :

$$\left. \begin{aligned} \dot{y} &= Ay + Bx(t) \\ y(t) &= Cy \end{aligned} \right\} \quad (I-16)$$

Trong đó  $y$  là vectơ trạng thái của hệ thống,  $x(t)$  là tín hiệu vào còn  $y(t)$  là tín hiệu ra,  $A, B, C$  là các ma trận :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -A_n & -A_{n-1} & \dots & \dots & \dots & -A_1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ K_0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

Trên cơ sở hệ phương trình trạng thái (I-16) dễ dàng xây dựng sơ đồ cấu trúc trạng thái của hệ thống. Sơ đồ này được mô tả trên hình I-38.



Hình I-38 Sơ đồ cấu trúc trạng thái của hệ thống

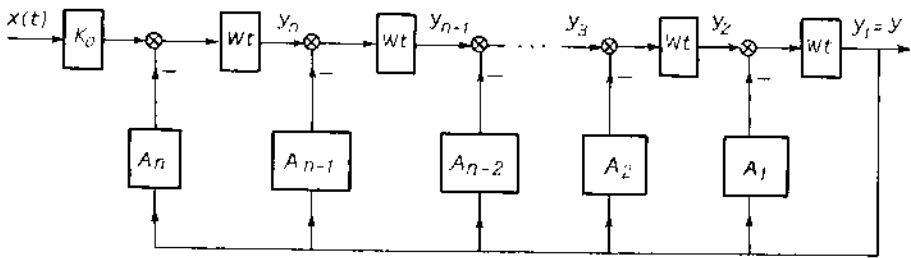
Các biến trạng thái của hệ thống không nhất thiết phải chọn như đã nêu ra trên đây mà có thể chọn theo cách khác. Ví dụ có thể chuyển phương trình vi phân (I-14) sang dạng :

$$\frac{d^n y}{dt^n} + A_1 \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + A_{n-1} \frac{dy}{dt} + A_n y = K_0 x(t) \quad (I-17)$$

Từ phương trình vi phân (I-17) có thể dễ dàng lập mô hình cho hệ thống bằng cách sử dụng phần tử tích phân có hàm truyền đạt  $Wt = 1/p$ . Cần nhắc lại rằng, tín hiệu vào trước khâu tích phân là đạo hàm tín hiệu ra của nó. Từ phương trình (I-17) xác định được hàm truyền đạt của hệ thống :

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{K_0}{p^n + A_1 p^{n-1} + \dots + A_{n-1} p + A_n}$$

Trên cơ sở hàm truyền đạt này cùng với việc ứng dụng thuật toán chuyển đổi sơ đồ khối và phần tử tích phân để xây dựng được mô hình cấu trúc của hệ thống. Mô hình này được mô tả trên hình I-39.



Hình I-39 Mô hình hệ thống

Từ mô hình mô tả trong hình I-39 có thể xây dựng hệ phương trình trạng thái của hệ thống như sau :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dy_1}{dt} = y_2 - A_1 y_1 \\ \frac{dy_2}{dt} = y_3 - A_2 y_1 \\ \dots \dots \dots \\ \frac{dy_{n-1}}{dt} = y_n - A_{n-1} y_1 \\ \frac{dy_n}{dt} = K_0 x(t) - A_n y_1 \end{array} \right.$$

Nếu hệ thống khảo sát được mô tả bằng hệ phương trình trạng thái dạng (I-16) và sơ đồ cấu trúc được mô tả như hình I-38 thì các ma trận A, B, C sẽ có các giá trị tương ứng sau :

$$A = \begin{bmatrix} -A_1 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -A_2 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ -A_n & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ K_0 \end{bmatrix} \quad C = [1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0]$$

Khi hệ thống điều khiển tự động được mô tả bằng phương trình vi phân dạng tổng quát

$$a_0 \frac{d^n y}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dy}{dt} + a_n y =$$

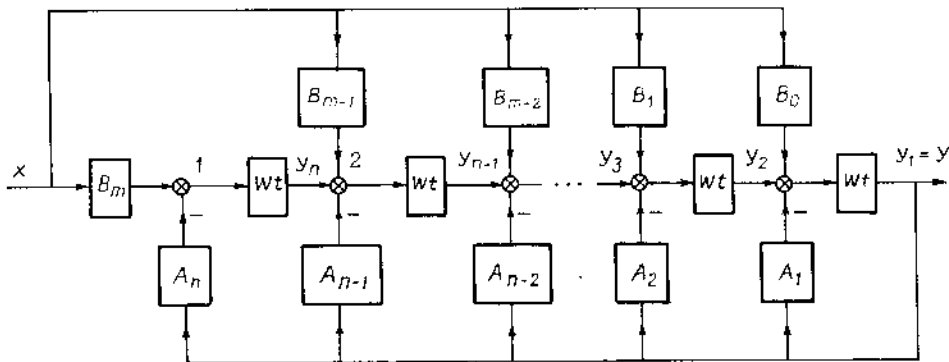
$$b_0 \frac{d^m x}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1} x}{dt^{m-1}} + \dots + b_{m-1} \frac{dx}{dt} + b_m x$$

thì hàm truyền của nó có dạng

$$W(p) = \frac{B_0 \cdot p^m + B_1 \cdot p^{m-1} + \dots + B_{m-1} \cdot p + B_m}{p^n + A_1 \cdot p^{n-1} + \dots + A_{n-1} \cdot p + A_n} \quad (I-18)$$

Với  $B_0 = b_0/a_0$  ;  $B_1 = b_1/a_0$  ; ...  $B_m = b_m/a_0$   $A_i \geq a_i/a_0$

Từ đây có thể xây dựng mô hình của hệ thống được mô tả trên hình I-40 (cho trường hợp  $m = n - 1$ ). Lưu ý : khi chuyển tín hiệu 2 về vị trí 1 thì hệ số  $B_{m-1}$  được nhân với toán tử p (tín hiệu chuyển về trước một khâu tích phân). Tương tự như vậy, các tín hiệu tiếp theo khi chuyển về vị trí 1 đều phải nhân với toán tử p có số mũ bằng số lượng khâu tích phân mà nó chuyển qua. Như vậy, nếu tín hiệu ra của  $B_0$  chuyển về vị trí 1 thì phải nhân với  $p^m$ .



Hình I-40 Mô hình dạng tổng quát của hệ thống điều chỉnh tự động

Từ mô hình này dễ dàng xây dựng hệ phương trình trạng thái của hệ thống :

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dt} = y_2 - A_1 \cdot y_1 + B_0 \cdot x \\ \frac{dy_2}{dt} = y_3 - A_2 \cdot y_1 + B_1 \cdot x \\ \dots \dots \dots \\ \frac{dy_{n-1}}{dt} = y_n - A_{n-1} \cdot y_1 + B_{m-1} \cdot x \\ \frac{dy_n}{dt} = B_m \cdot x - A_n \cdot y_1 \end{cases}$$

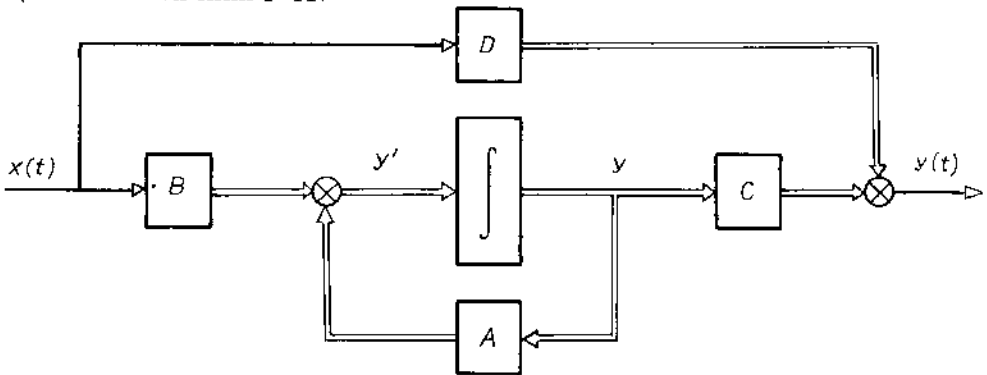
Nếu mô tả hệ thống bằng hệ phương trình trạng thái dạng I-16 và cấu trúc như trong hình I-38 thì các ma-trận A, B, C sẽ là :

$$A = \begin{bmatrix} -A_1 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -A_2 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -A_n & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} B_0 \\ B_1 \\ \dots \\ B_m \end{bmatrix} \quad C = [1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0]$$

Trường hợp hàm truyền đạt I-17 có  $m = n$  thì để xây dựng mô hình tương tự như trong hình I-40 phải chia tử số cho mẫu số sẽ nhận được hệ số tự do  $B_0$  với phần hàm truyền đạt có bậc mẫu số cao hơn tử số. Như vậy sơ đồ cấu trúc của hệ thống có thành phần tín hiệu được truyền trực tiếp từ đầu vào đến đầu ra. Từ kết quả phân tích này, dạng tổng quát của phương trình trạng thái mô tả đặc tính của hệ thống điều chỉnh tự động như sau :

$$\begin{aligned} y' &= Ay + Bx(t) \\ y(t) &= Cy + Dx(t) \end{aligned}$$

Trong đó D là ma trận biểu diễn sự truyền trực tiếp tín hiệu từ đầu vào đến đầu ra. Dạng tổng quát của mô hình trạng thái hệ thống điều chỉnh tự động được mô tả trên hình I-41.



Hình I-41 Sơ đồ cấu trúc trạng thái của hệ thống

Các bước để xác định phương trình vi phân hoặc hệ phương trình trạng thái của hệ thống điều khiển tự động cho ở dạng sơ đồ khối hàm truyền đạt của các phân tử như sau :

Sử dụng đại số sơ đồ khối xác định hàm truyền đạt của hệ thống. Khai triển hàm truyền để đưa về dạng tổng quát :

$$W(p) = \frac{Q(p)}{R(p)} = \frac{Y(p)}{X(p)}$$

Trong đó Q(p) và R(p) là đa thức tử số và mẫu số. Chúng có dạng tổng quát

$$Q(p) = b_0.(p)^m + b_1.(p)^{m-1} + \dots + b_{m-1}.p + b_m$$

$$R(p) = a_0.(p)^n + a_1.(p)^{n-1} + \dots + a_{n-1}.p + a_n$$

Từ hàm truyền đạt suy ra phương trình vi phân viết dưới dạng toán tử Laplace

$$\begin{aligned} (a_0.p^n + a_1.p^{n-1} + \dots + a_{n-1}.p + a_n) \cdot Y(p) &= \\ = (b_0.p^m + b_1.p^{m-1} + \dots + a_{m-1}.p + a_m) \cdot X(p) \end{aligned} \tag{I-19}$$

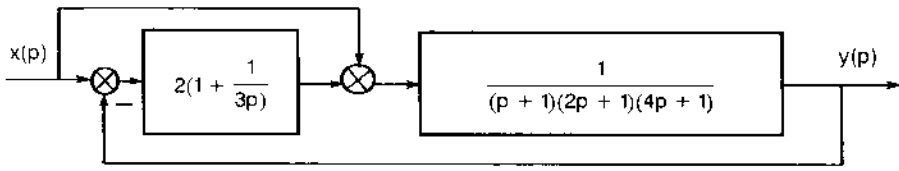
Từ phương trình (I-19) ta sẽ có phương trình vi phân của hệ thống

$$\begin{aligned} a_0 \frac{d^n y}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dy}{dt} + a_n y &= \\ = b_0 \frac{d^m x}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1} x}{dt^{m-1}} + \dots + b_{m-1} \frac{dx}{dt} + b_m x \end{aligned}$$

Để xác định hệ phương trình trạng thái của hệ thống ta chuyển hàm truyền đạt của nó về dạng công thức (I-18), sau đấy xây dựng sơ đồ khối như hình I-39 hoặc I-40. Trên cơ sở sơ đồ khối vừa xây dựng xác định hệ phương trình trạng thái của hệ thống dạng đầy đủ I-15 hoặc dạng viết gọn I-16 với việc xác định các ma trận A, B, C.

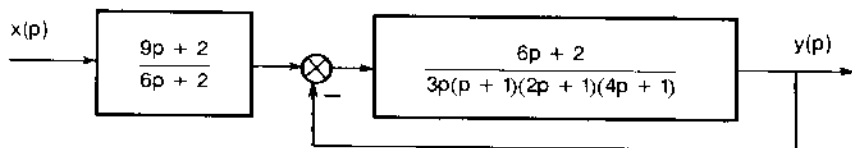
Một vấn đề cơ bản ở đây là làm thế nào để xác định được hàm truyền đạt của các phân tử trong hệ thống. Đây là một vấn đề tương đối lớn và khá phức tạp. trong tài liệu này chỉ có thể đề cập đến một phần rất nhỏ của vấn đề này và được trình bày ở mục sau.

Ví dụ I-2 : Xác định phương trình vi phân và hệ phương trình trạng thái của hệ thống có sơ đồ khối hàm truyền đạt được mô tả trong hình I-42 :



Hình I-42 Sơ đồ khối hàm truyền đạt

Sử dụng nguyên lý chuyển đổi tín hiệu và đại số sơ đồ khối, từ sơ đồ I-42 nhận được sơ đồ mới tương đương được mô tả trong hình I-43 :



Hình I-43 Sơ đồ sau khi chuyển đổi

Từ sơ đồ cấu trúc mô tả trong hình I-43 xác định được hàm truyền đạt của hệ thống có dạng :

$$W(p) = \frac{9p + 2}{6p + 2} \cdot \frac{6p + 2}{3p(p + 1)(2p + 1)(4p + 1) + 6p + 2}$$

Suy ra :

$$W(p) = \frac{9p + 2}{3p(p + 1)(2p + 1)(4p + 1) + 6p + 2}$$

Khai triển ra ta có

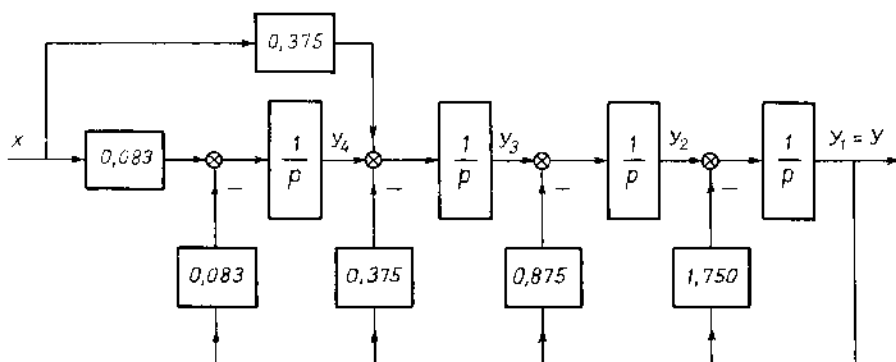
$$\frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{9p + 2}{24p^4 + 42p^3 + 21p^2 + 9p + 2}$$

Chuyển sang phương trình vi phân viết dưới dạng toán tử Laplace

$$(24p^4 + 42p^3 + 21p^2 + 9p + 2) \cdot Y(p) = (9p + 2) \cdot X(p)$$

Từ đây ta có phương trình vi phân của hệ thống

$$24 \cdot \frac{d^4y}{dt^4} + 42 \frac{d^3y}{dt^3} + 21 \frac{d^2y}{dt^2} + 9 \frac{dy}{dt} + 2y = 9 \frac{dx}{dt} + 2x$$



Hình I-44 Sơ đồ cấu trúc của hệ thống

Để xác định hệ phương trình trạng thái của hệ thống ta chia hai vế của phương trình trên cho 24 (hệ số  $a_0$ ) thu được phương trình vi phân dạng :

$$\frac{d^4y}{dt^4} + 1,75\frac{d^3y}{dt^3} + 0,875\frac{d^2y}{dt^2} + 0,375\frac{dy}{dt} + 0,083y = 0,375\frac{dx}{dt} + 0,083x$$

Từ phương trình này sẽ xây dựng được sơ đồ cấu trúc của hệ thống mô tả trong hình I-44. Phương trình vi phân bậc bốn ( $n = 4$ ) được thể hiện bằng bốn khâu tích phân. Bậc của tử số ( $m$ ) thấp hơn bậc của mẫu số 3 đơn vị ( $m=n-3$ ).

Từ sơ đồ mô tả trong hình I-44 dễ dàng xây dựng hệ phương trình trạng thái của hệ thống :

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dt} = y_2 - 1,750.y_1 \\ \frac{dy_2}{dt} = y_3 - 0,875.y_1 \\ \frac{dy_3}{dt} = y_4 - 0,375.y_1 + 0,375.x \\ \frac{dy_4}{dt} = 0,083.x - 0,083.y_1 \end{cases}$$

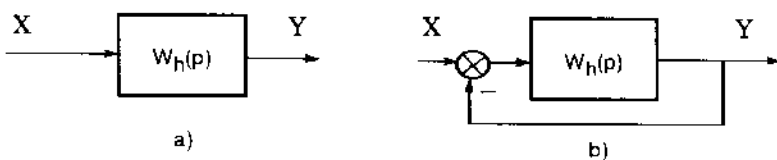
Nếu mô tả hệ phương trình trạng thái theo công thức I-16 thì giá trị các ma trận A, B, C sẽ là :

$$A = \begin{bmatrix} -1,750 & 1 & 0 & 0 \\ -0,875 & 0 & 1 & 0 \\ -0,375 & 0 & 0 & 1 \\ -0,083 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0,375 \\ 0,083 \end{bmatrix} \quad C = [1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0]$$

## I-5.2 CÁC ĐẶC TÍNH TẦN SỐ CỦA HỆ THỐNG

Để xác định các đặc tính tần số của hệ thống trước hết phải xác định hàm truyền đạt của nó, sau đấy thay  $p = j\omega$  vào sẽ nhận được hàm truyền tần số và từ đấy suy ra các đặc tính tần số.

Thông thường hệ thống điều chỉnh tự động được phân ra thành hệ thống hở có hàm truyền đạt  $W_h(p)$  và hệ thống kín có hàm truyền đạt  $W_k(p)$ . Sơ đồ hệ thống hở và kín được mô tả trên hình I-45.



Hình I-45 Sơ đồ hệ thống hở (a) và hệ thống kín (b)



Hàm truyền đạt của hệ thống kín :

$$W_k(p) = \frac{W_h(p)}{1 + W_h(p)} \quad (I-20)$$

### I-5.2a CÁC ĐẶC TÍNH TẦN SỐ CỦA HỆ THỐNG HỒ

Cấu trúc của hệ thống hồ thông thường gồm nhiều phần tử mắc nối tiếp nhau. Vì vậy việc xác định các đặc tính tần số của hệ thống hồ thực chất là xác định các đặc tính tần số của hệ thống gồm nhiều phần tử mắc nối tiếp nhau, khi đã biết được các đặc tính tần số của các phần tử thành phần.

Vi vậy hàm truyền đạt của hệ thống hồ có thể mô tả dạng :

$$W_h(p) = W_1(p).W_2(p) \dots W_n(p)$$

Nếu hàm truyền tần số của các phần tử thành phần được viết dưới dạng

$$W_i(j\omega) = A_i(\omega).e^{j\varphi_i(\omega)}$$

thì hàm truyền tần số của hệ thống hồ được tính theo biểu thức

$$W_h(j\omega) = \prod_{i=1}^n A_i(\omega). e^{j\sum_{i=1}^n \varphi_i(\omega)}$$

Các đặc tính tần số của hệ hồ sẽ là :

- Đặc tính BT

$$A(\omega) = \prod_{i=1}^n A_i(\omega).$$

- Đặc tính PT (PTL)

$$\varphi(\omega) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(\omega)$$

- Đặc tính BTL

$$L(\omega) = 20\lg A(\omega) = \sum_{i=1}^n 20\lg A_i(\omega) = \sum_{i=1}^n L_i(\omega)$$

Như vậy đặc tính BTL và PTL của hệ thống hồ bằng tổng đại số các đặc tính BTL và PTL của các phần tử thành phần.

*Ví dụ I-3 :* Xây dựng các đặc tính BTL và PTL của hệ thống có hàm truyền đạt

$$W(p) = \frac{K(T_2p + 1)}{(T_1p + 1)(T_3p + 1)(T_4p + 1)}$$

Với  $T_1 > T_2 > 1 > T_3 > T_4$  và  $K > 1$

Ta có 
$$\omega_1 = \frac{1}{T_1} < \omega_2 = \frac{1}{T_2} < 1 < \omega_3 = \frac{1}{T_3} < \omega_4 = \frac{1}{T_4}$$

Hệ thống này gồm bốn khâu mắc nối tiếp nhau

$$W_1(j\omega) = \frac{K}{T_1 j\omega + 1} = \frac{K}{\sqrt{T_1^2 \omega^2 + 1}} \cdot e^{j \arctg(T_1 \omega)}$$

$$W_2(j\omega) = T_2 j\omega + 1 = \sqrt{T_2^2 \omega^2 + 1} \cdot e^{j \arctg(T_2 \omega)}$$

$$W_3(j\omega) = \frac{1}{T_3 j\omega + 1} = \frac{1}{\sqrt{T_3^2 \omega^2 + 1}} \cdot e^{-j \arctg(T_3 \omega)}$$

$$W_4(j\omega) = \frac{1}{T_4 j\omega + 1} = \frac{1}{\sqrt{T_4^2 \omega^2 + 1}} \cdot e^{-j \arctg(T_4 \omega)}$$

Đặc tính BTL

$$L(\omega) = 20 \lg K - 20 \lg \sqrt{T_1^2 \omega^2 + 1} + 20 \lg \sqrt{T_2^2 \omega^2 + 1} - \\ - 20 \lg \sqrt{T_3^2 \omega^2 + 1} - 20 \lg \sqrt{T_4^2 \omega^2 + 1}$$

Đặc tính PTL

$$\varphi(\omega) = - \arctg(T_1 \omega) + \arctg(T_2 \omega) - \arctg(T_3 \omega) - \arctg(T_4 \omega)$$

Hình I-46 mô tả các đặc tính BTL tiệm cận và PTL.

### I-5.2b. CÁC ĐẶC TÍNH TẦN SỐ CỦA HỆ THỐNG KÍN

Nếu hàm truyền tần số của hệ thống hở được viết dưới dạng

$$W_h(j\omega) = A(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)}$$

thì dựa vào công thức (I-18) ta có hàm truyền tần số của hệ thống kín

$$W_k(j\omega) = \frac{A(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)}}{1 + A(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)}} = \frac{A(\omega)}{e^{-j\varphi(\omega)} + A(\omega)}$$

Sử dụng công thức Ôle  $e^{j\varphi(\omega)} = \cos\varphi(\omega) - j\sin\varphi(\omega)$  ta được

$$W_k(\omega) = \frac{A(\omega)}{A(\omega) + \cos\varphi(\omega) - j\sin\varphi(\omega)}$$

Tách phần thực và phần ảo

$$W_k(\omega) = \frac{A(\omega) \cdot [A(\omega) + \cos\varphi(\omega)]}{1 + A^2(\omega) + 2\cos\varphi(\omega)A(\omega)} + j \frac{A(\omega) \cdot \sin\varphi(\omega)}{1 + A^2(\omega) + 2\cos\varphi(\omega)A(\omega)}$$

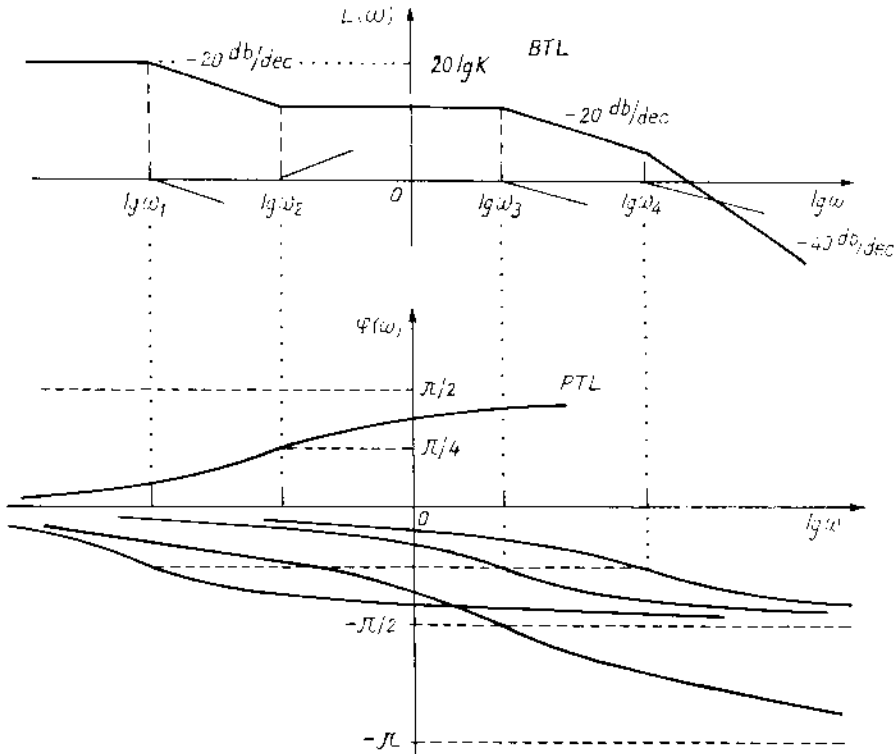
- Đặc tính BT của hệ kín

$$A_k(\omega) = \frac{A(\omega)}{\sqrt{1 + A^2(\omega) + 2\cos\varphi(\omega)A(\omega)}}$$

- Đặc tính PT của hệ kín

$$\varphi_K(\omega) = \arctg \frac{\sin\varphi(\omega)}{A(\omega) + \cos\varphi(\omega)}$$

Rõ ràng có thể dựa vào các công thức trên để xây dựng được các đặc tính tần số của hệ thống kín.



Hình 1-46 Sơ đồ xây dựng các đặc tính BTL và PTL

### §1-6. CÁC PHƯƠNG PHÁP XÁC ĐỊNH HÀM TRUYỀN CỦA PHẦN TỬ

Để nghiên cứu một hệ thống điều chỉnh tự động bài toán đầu tiên phải thực hiện là xác định mô tả toán học của từng phần tử trong hệ thống nơi riêng và toàn bộ hệ thống nơi chung. Có rất nhiều phương pháp để xác định đặc tính động học của phần tử. Trong khuôn khổ của cuốn sách này chỉ giới thiệu hai phương pháp phổ biến nhất là : phương pháp giải tích và phương pháp thực nghiệm chủ động.

#### I-6.1. PHƯƠNG PHÁP GIẢI TÍCH

Nguyên lý cơ bản của phương pháp giải tích là dựa vào các phương trình mô

tả những quá trình động học xảy ra trong phần tử từ đấy xác định phương trình vi phân của phần tử. Như vậy để xây dựng mô hình toán học của phần tử bằng phương pháp giải tích thì các quá trình động học xảy ra trong phần tử đã được nghiên cứu kĩ và phải được mô tả bằng các phương trình động học cơ bản.

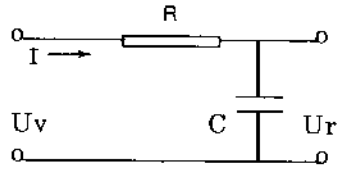
Ví dụ : Xác định hàm truyền của mạch RC

Theo nguyên lí mạch điện ta có :

$$U_v = I.R + U_r \quad \text{mà} \quad I = C. \frac{dU_r}{dt}$$

Như vậy

$$U_v = U_r + R.C. \frac{dU_r}{dt}$$



Đây chính là phương trình vi phân của khâu quán tính bậc nhất có hàm truyền đạt

$$W(p) = \frac{1}{T_p + 1} \quad \text{với} \quad T = R.C$$

### I-6.2. PHƯƠNG PHÁP THỰC NGHIỆM CHỦ ĐỘNG

Nhiều phần tử có quá trình động học chưa được nghiên cứu kĩ hoặc quá trình rất phức tạp không thể mô tả được bằng các phương trình động học. Đối với những phần tử này không thể dùng phương pháp giải tích để xác định đặc tính động học của nó mà phải sử dụng phương pháp thực nghiệm chủ động. Nguyên lí cơ bản của phương pháp này là chủ động tạo ra các tác động chuẩn ( hàm bậc thang, hàm xung hoặc hàm dao động điều hoà) ở đầu vào của phần tử và ghi lại phản ứng ở đầu ra của nó. Thông thường tác động đầu vào của phần tử là nhiều bậc thang hoặc nhiều xung. Khi tác động đầu vào của phần tử là nhiều bậc thang thì đầu ra của phần tử là đường quá độ. Dựa vào đường quá độ ghi được mà xác định hàm truyền đạt của phần tử. Muốn vậy trước hết phải chọn mô hình hàm truyền đạt của phần tử sau đấy là xác định các tham số của nó. Như vậy độ chính xác của phương pháp này phụ thuộc vào sự chọn mô hình thích hợp hay không và độ chính xác của việc xác định các tham số của mô hình. Sau khi xác định được mô hình của đối tượng phải kiểm tra độ chính xác của nó bằng cách so sánh phản ứng của mô hình và phần tử khi ở đầu vào của chúng có cùng một tác động. Nếu sai số nằm trong giới hạn cho phép thì mô hình được chấp nhận. Nếu sai số lớn thì trước hết hiệu chỉnh các tham số của mô hình để đạt được sai số cho phép. Nếu không đạt được thì phải thay đổi mô hình và xác định lại tham số của nó cho đến khi đạt được độ chính xác cần thiết.

Để xác định đường quá độ xung ta cho tác động ở đầu vào của đối tượng một hàm xung. Trong thực tế chúng ta không sử dụng được nhiều xung lí tưởng để tác động lên đầu vào của phần tử mà chỉ có thể sử dụng được nhiều xung vuông  $\Delta$  có biên độ bằng A và thời gian phát xung bằng  $\tau$ . Đầu ra của phần tử sẽ nhận

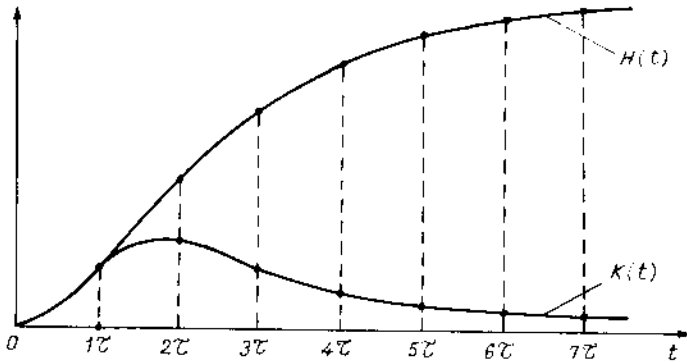
được đường quá độ xung  $K(t)$ . Từ đường quá độ xung có thể xây dựng đường quá độ theo mối liên hệ sau

Vì  $\Delta = A.1(t) - A.1(t - \tau)$

Nên  $K(t) = H(t) - H(t - \tau)$

Như vậy khi  $t = \tau$  thì  $H(\tau) = K(\tau)$   
 $t = 2\tau$  -  $H(2\tau) = K(2\tau) + H(\tau)$   
 $t = 3\tau$  -  $H(3\tau) = K(3\tau) + H(2\tau)$  (I-21)

Từ sự phân tích này cho phép chúng ta dễ dàng xây dựng đường quá độ từ đường quá độ xung bằng cách trước hết chia trục thời gian ra những khoảng bằng thời gian phát xung, sau đấy tại các thời điểm này xác định các giá trị của  $H(t)$  theo các công thức I-21. Nối các điểm vừa xác định lại sẽ cho ta đường quá độ. Hình I-47 là một ví dụ xây dựng đường quá độ từ đường quá độ xung.



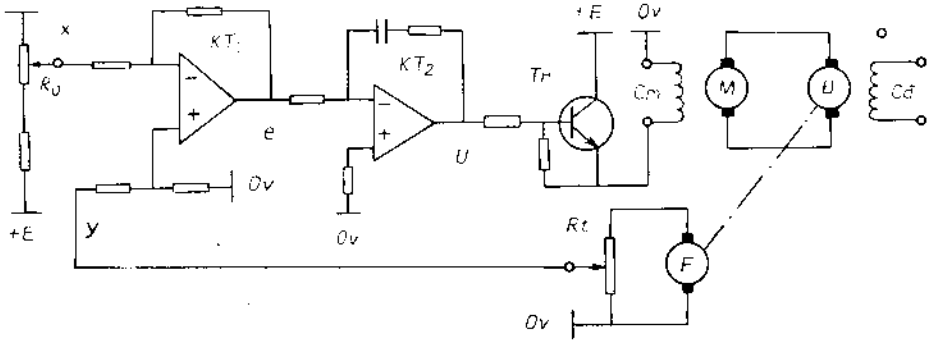
Hình I-47 Xây dựng đường quá độ  $H(t)$  từ đường quá độ xung  $K(t)$

### I-6.3. VÍ DỤ VỀ XÁC ĐỊNH HÀM TRUYỀN CỦA PHẦN TỬ VÀ HỆ THỐNG DCTĐ

Khảo sát hệ thống điều chỉnh tốc độ động cơ điện một chiều kích từ độc lập có sơ đồ mô tả trong hình I-48. Hệ thống điều chỉnh tác động theo nguyên lý máy phát động cơ.

Tín hiệu giá trị tốc độ cần điều chỉnh được phát ra từ biến trở  $R_0$  còn giá trị tốc độ tức thời được phát ra từ phát tốc  $F$  qua biến trở  $R_t$  để bảo đảm sự tương thích giữa giá trị đặt và giá trị đo. Khuếch đại thuật toán  $KT_1$  làm bộ so sánh giá trị đặt và giá trị đo để xác định giá trị sai lệch  $e$ . Khuếch đại thuật toán  $KT_2$  là bộ chức năng tạo ra tín hiệu điều khiển  $U$  phụ thuộc vào giá trị của  $e$ . Transitor  $Tr$  là bộ khuếch đại công suất. Máy phát thực hiện chức năng của cơ quan điều chỉnh tác động lên đối tượng là động cơ  $D$ . Như vậy hệ thống gồm sáu phần tử : khối so sánh, khối chức năng, khối khuếch đại công suất, cơ quan

điều chỉnh, đối tượng điều chỉnh và thiết bị đo tốc độ.

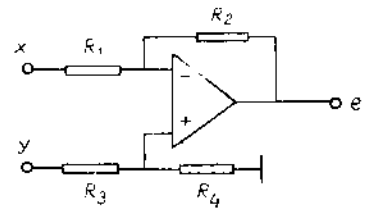


Hình 1-48 Sơ đồ hệ thống điều chỉnh tốc độ động cơ điện một chiều tác động theo nguyên lý máy phát động cơ

I-6.3a. Khối so sánh có cấu tạo mô tả trên hình I-49

Theo nguyên lý mạch khuếch đại thuật toán ta có :

$$e = - \frac{R_2}{R_1} x + \left( \frac{R_2}{R_1} + 1 \right) \frac{R_4 y}{R_3 + R_4}$$



Hình 1-49 Sơ đồ khối so sánh

Trong thực tế để làm bộ so sánh thường sử dụng  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4$

Vì vậy  $e = y - x$

Khối so sánh là mạch khuếch đại có hệ số bằng 1.

I-6.3b. Khối chức năng

Sơ đồ khối chức năng được mô tả trên hình I-50

Từ sơ đồ nguyên lý ta có :

$$\frac{e}{R_1} + C \cdot \frac{dU_c}{dt} = 0$$

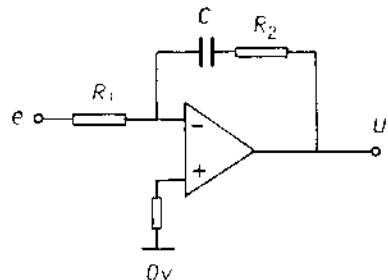
Suy ra

$$U_c = - \frac{1}{C \cdot R_1} \int e \cdot dt$$

$$U = I \cdot R_2 + U_c = - \frac{R_2}{R_1} e - \frac{1}{C \cdot R_1} \int e \cdot dt$$

$$U = K(x - y) + \frac{1}{T_i} \int (x - y) \cdot dt$$

Với  $K = R_2/R_1$  và  $T_i = C \cdot R_1$



Hình 1-50 Sơ đồ khối chức năng

Như vậy khối chức năng là một khâu tỉ lệ tích phân với hàm truyền đạt có dạng :

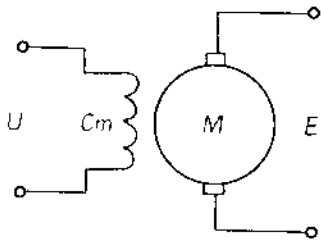
$$W(p) = K + \frac{1}{T_i \cdot p}$$

*1-6.3c. Khuếch đại công suất được xây dựng bằng transistor Tr.* Nó là bộ khuếch đại tín hiệu có hệ số khuếch đại gần bằng 1.

*1-6.3d. Cơ quan điều chỉnh*

Máy phát điện M đóng vai trò của cơ quan điều chỉnh. Nó chuyển tín hiệu điều khiển U thành điện áp cấp cho động cơ. Sơ đồ cấu tạo của nó được mô tả trên hình 1-51. Roto của máy phát được quay với vận tốc không đổi bằng một động cơ điện xoay chiều. Điện áp phát ra của máy phụ thuộc cường độ từ trường của cuộn kích, tức là cường độ dòng điện chạy trong nó. Quá trình động học xảy ra trong máy phát như sau : khi có điện áp U cấp vào cuộn kích từ Cm thì dòng điện I trong cuộn kích từ thay đổi theo công thức :

$$U = R \cdot I + L \cdot \frac{dI}{dt}$$



Hình 1-51 Sơ đồ nguyên lý cấu tạo của máy phát điện

Trong đó R là điện trở còn L là điện cảm của cuộn kích từ Cm.

Sức điện động E phát ra của máy phát được tính theo công thức  $E = K_1 \cdot I$

Như vậy :  $\frac{K_1}{R} \cdot U = E + \frac{L}{R} \cdot \frac{dE}{dt}$

$K_m \cdot U = E + T_m \cdot \frac{dE}{dt}$  với  $K_m = \frac{K_1}{R}$  ;  $T_m = \frac{L}{R}$

Máy phát điện là khâu quán tính bậc nhất có hàm truyền đạt

$$W_m(p) = \frac{K_m}{T_m \cdot p + 1}$$

*1-6.3e. Đối tượng điều chỉnh*

Đối tượng điều chỉnh là động cơ điện một chiều kích từ độc lập. Sơ đồ cấu trúc của nó được mô tả trên hình 1-52. Tín hiệu vào ở đây là điện áp U đặt vào phần ứng của động cơ, còn tín hiệu ra là tốc độ quay n của động cơ.

Khi có điện áp U đặt vào phần ứng của động cơ thì quá trình động học xảy

ra trong phần ứng của nó được mô tả bằng phương trình vi phân :

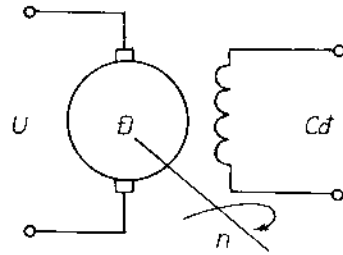
$$U = K_1 \cdot n + I \cdot R + L \cdot \frac{dI}{dt} \quad (\text{I-22})$$

Trong đó :

$K_1$  là hệ số tỉ lệ ;

$I$  là cường độ dòng điện chạy trong phần ứng của động cơ ;

$R$  và  $L$  là điện trở và điện cảm của phần ứng ;



HÌNH I-52 Sơ đồ cấu trúc động cơ điện

Mômen dẫn động roto động cơ được tính theo biểu thức :  $M_q = K_2 \cdot I$ , với  $K_2$  là hệ số tỉ lệ.

Mômen cơ học đặt vào roto của động cơ được tính theo biểu thức :

$M_c = J \cdot \frac{dn}{dt}$  trong đó  $J$  là momen quán tính của tất cả phần quay đặt lên roto của động cơ.

Trong mọi thời điểm ta có  $M_q = M_c$  vì vậy :

$$K_2 \cdot I = J \cdot \frac{dn}{dt} \text{ suy ra } I = \frac{J}{K_2} \cdot \frac{dn}{dt} \quad (\text{I-23})$$

Thay (I-23) vào (I-22) ta được

$$U = K_1 \cdot n + \frac{J \cdot R}{K_2} \cdot \frac{dn}{dt} + \frac{J \cdot L}{K_2} \cdot \frac{d^2n}{dt^2}$$

Từ đây ta có phương trình vi phân mô tả quá trình động học của động cơ điện một chiều kích từ độc lập

$$T_1 \cdot T_c \cdot \frac{d^2n}{dt^2} + T_c \cdot \frac{dn}{dt} + n = K_d \cdot U$$

Trong đó

$K_d = \frac{1}{K_2}$  - được gọi là hệ số truyền của động cơ ;

$T_1 = \frac{L}{R}$  - gọi là hằng số thời gian điện từ của động cơ ;

$T_c = \frac{J \cdot R}{K_1 \cdot k_2}$  - gọi là hằng số thời gian điện cơ của động cơ.



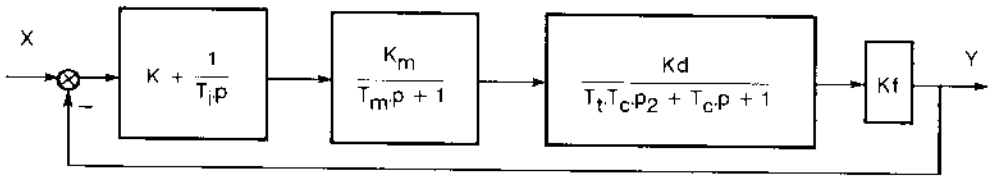
Như vậy động cơ điện một chiều là khâu bậc hai có hàm truyền đạt :

$$W_d(p) = \frac{K_d}{T_l \cdot T_c \cdot p^2 + T_c \cdot p + 1}$$

**1-5.3f. Thiết bị đo tốc độ**

Để đo tốc độ của động cơ chúng ta sử dụng máy phát tốc F. Cấu tạo và nguyên lý làm việc của nó hoàn toàn như máy phát điện mini có kích từ cố định. Vì vậy điện áp phát ra tỉ lệ với vận tốc quay của roto theo công thức  $E_f = K_f \cdot n$ . Như vậy chuyển đổi đo được xem như là một khâu khuếch đại có hệ số truyền bằng  $K_f$ .

Từ kết quả phân tích trên đây chúng ta có thể xây dựng sơ đồ khối hàm truyền của hệ thống điều chỉnh tốc độ động cơ. Sơ đồ này được mô tả trên hình 1-53.



**Hình 1-53** Sơ đồ khối hàm truyền của hệ thống điều chỉnh tốc độ động cơ điện một chiều kích từ độc lập

Từ sơ đồ khối ta có hàm truyền của hệ thống hở

$$W_h(p) = \frac{K_m \cdot K_d (K \cdot T_i \cdot p + 1) K_f}{T_i \cdot p (T_m \cdot p + 1) (T_l \cdot T_c \cdot p^2 + T_c \cdot p + 1)}$$

Từ hàm truyền đạt này ta có thể kết luận hệ thống hở gồm bốn khâu là : tích phân, tỉ lệ vi phân, quán tính bậc nhất và khâu bậc hai mắc nối tiếp nhau.

Hàm truyền của hệ thống kín

$$W_k(p) = \frac{K_m \cdot K_d (K \cdot T_i \cdot p + 1) K_f}{T_i \cdot p (T_m \cdot p + 1) (T_l \cdot T_c \cdot p^2 + T_c \cdot p + 1) + K_m \cdot K_d (K \cdot T_i \cdot p + 1) K_f}$$

Khai triển tử số, mẫu số và đặt :

$$b_0 = K_m \cdot K_d \cdot K \cdot T_i K_f ; b_1 = K_m \cdot K_d K_f ; a_0 = T_l \cdot T_m \cdot T_l \cdot T_c ; a_1 = T_l (T_m \cdot T_c + T_l \cdot T_c)$$

$$a_2 = T_l (T_m + T_c) ; a_3 = T_l + K_m \cdot K_d \cdot K \cdot T_i K_f ; a_4 = K_m \cdot K_d K_f$$

ta được hàm truyền đạt dạng

$$W_k(p) = \frac{b_0 p + b_1}{a_0 p^4 + a_1 p^3 + a_2 p^2 + a_3 p + a_4}$$

Quá trình động học của hệ thống kín được mô tả bằng phương trình vi phân dạng :

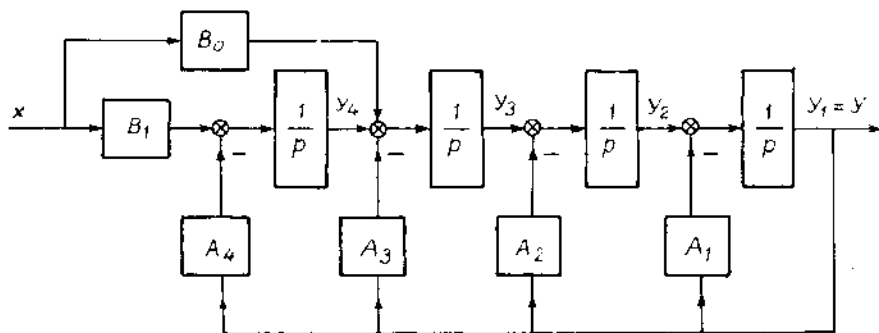
$$a_0 \cdot \frac{d^4 y}{dt^4} + a_1 \cdot \frac{d^3 y}{dt^3} + a_2 \cdot \frac{d^2 y}{dt^2} + a_3 \cdot \frac{dy}{dt} + a_4 \cdot y = b_0 \cdot \frac{dx}{dt} + b_1 \cdot x$$

Đặt :  $B_0 = \frac{b_0}{a_0}$  ;  $B_1 = \frac{b_1}{a_0}$  ;  $A_1 = \frac{a_1}{a_0}$  ;  $A_2 = \frac{a_2}{a_0}$  ;  $A_3 = \frac{a_3}{a_0}$  và  $A_4 = \frac{a_4}{a_0}$

ta có dạng hàm truyền đạt mới

$$W_k(p) = \frac{B_0 \cdot p + B_1}{p^4 + A_1 \cdot p^3 + A_2 \cdot p^2 + A_3 \cdot p + A_4}$$

Từ hàm truyền này có thể xây dựng mô hình mà sơ đồ của nó được mô tả trên hình I-54



Hình I-54 Sơ đồ mô hình hệ thống điều chỉnh tốc độ động cơ điện một chiều kích từ độc lập

Từ sơ đồ mô hình chúng ta có thể xây dựng hệ phương trình trạng thái của hệ thống như sau :

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dt} = y_2 - A_1 \cdot y_1 \\ \frac{dy_2}{dt} = y_3 - A_2 \cdot y_1 \\ \frac{dy_3}{dt} = y_4 - A_3 \cdot y_1 + B_0 \cdot x \\ \frac{dy_4}{dt} = B_1 \cdot x - A_4 \cdot y_1 \end{cases}$$

Mô tả hệ phương trình trạng thái dưới dạng I-16 thì giá trị các ma trận A, B, C sẽ là :

$$A = \begin{bmatrix} -A_1 & 1 & 0 & 0 \\ -A_2 & 0 & 1 & 0 \\ -A_3 & 0 & 0 & 1 \\ -A_4 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ B_0 \\ B_1 \end{bmatrix} \quad C = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$$

## §1-7 GIẢI CÁC BÀI TẬP MẪU

Bài 1-1. Xây dựng các đặc tính BTL và PTL của hệ thống có hàm truyền đạt sau :

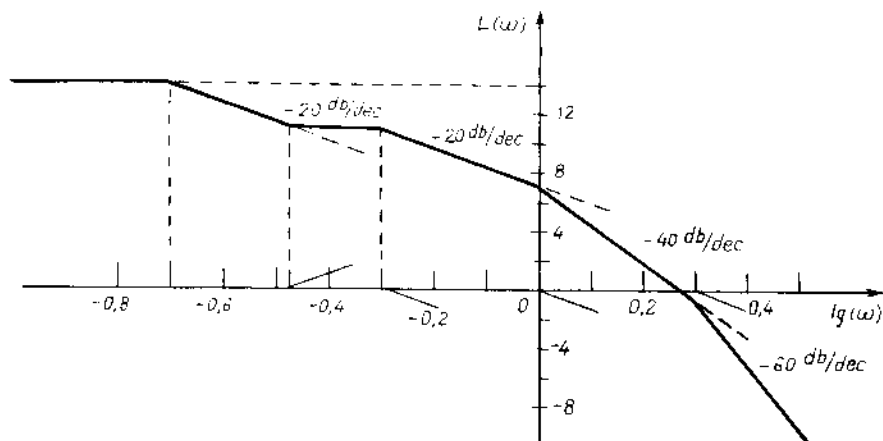
$$W(p) = \frac{5(3p + 1)}{(5p + 1)(2p + 1)(p + 1)(0,5p + 1)}$$

Bài giải

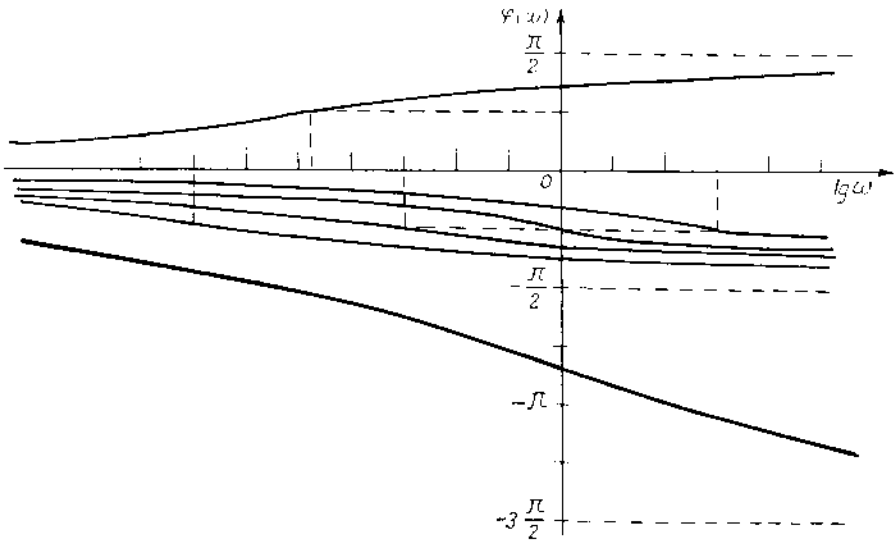
Hệ thống gồm năm khâu mắc nối tiếp nhau trong đó có 4 khâu quán tính bậc nhất và 1 khâu tỉ lệ vi phân. Để xây dựng các đặc tính tần số logarit của phân tử này trước hết chúng ta xây dựng các đặc tính tần số logarit của các phân tử thành phần sau đây thực hiện phép cộng đại số.

\* Xác định các tần số gãy của các đường gấp khúc

$\omega_1 = 1/5 = 0,2$	$\lg 0,2 \approx -0,7$
$\omega_2 = 1/3 \approx 0,333$	$\lg 0,333 \approx -0,48$
$\omega_3 = 1/2 = 0,5$	$\lg 0,5 \approx -0,3$
$\omega_4 = 1$	$\lg 1 = 0$
$\omega_5 = 1/0,5 = 2$	$\lg 2 = 0,3$
$20 \lg 5 \approx 20 \cdot 0,7 = 14$	



Hình 1-55a Xây dựng đặc tính BTL (bài 1-1)



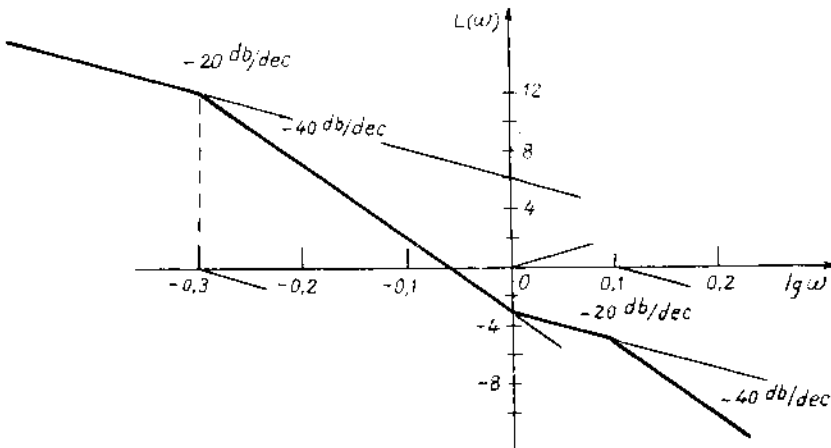
Hình 1-55b Xây dựng đặc tính PTL (bài 1-1)

Từ đây ta có thể xây dựng được đặc tính BTL (hình 1-55.a) và PTL (hình 1-55.b) dựa trên các công thức :

$$L(\omega) = \sum_{i=1}^5 L_i(\omega)$$

và 
$$\varphi(\omega) = \sum_{i=1}^5 \varphi_i(\omega)$$

Bài 1-2. Xây dựng đặc tính BTL của hệ thống có hàm truyền đạt sau :



Hình 1-56 Đặc tính BTL (bài 1-2)

$$W(p) = \frac{2(p + 1)}{p(2p + 1)(0.8p + 1)}$$

*Bài giải*

Xác định tần số cắt của các đường tiệm cận

$$\omega_1 = 1/2 = -0,5 \quad \lg 0,5 \approx -0,3$$

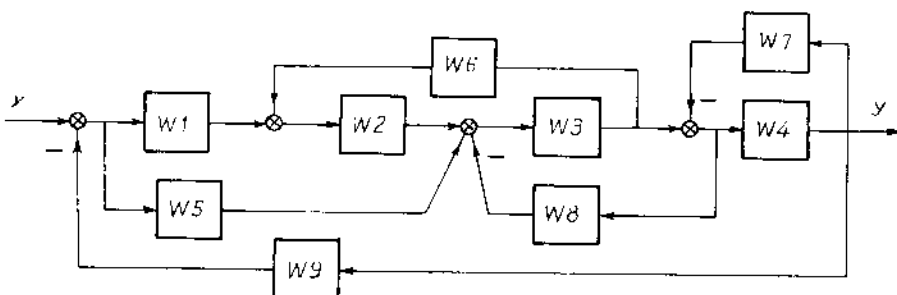
$$\omega_2 = 1 \quad \lg 1 = 0$$

$$\omega_3 = 1/0.8 = 1,25 \quad \lg 1,25 \approx 0,1$$

$$20 \cdot \lg 2 \approx 20 \cdot 0,3 = 6$$

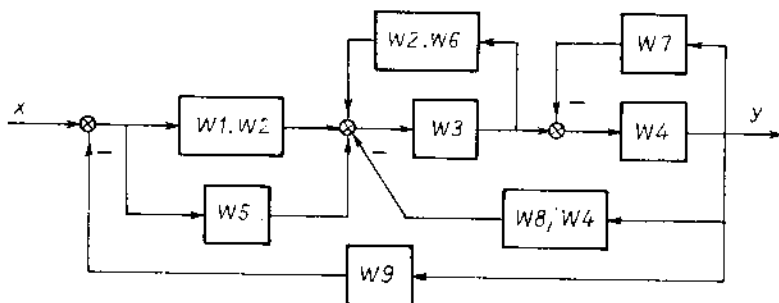
Đặc tính BTL được xây dựng trên hình I-56

*Bài I-3.* Xác định hàm truyền đạt của hệ thống có sơ đồ sau :



*Bài giải*

Chuyển tín hiệu ra của W6 từ trước W2 ra sau W2 và tín hiệu vào của W8 từ trước W4 ra sau W4 ta được sơ đồ tương đương sau :



Từ sơ đồ tương đương ta có

$$W_{t1} = W1.W2 + W5$$

$$W_{t2} = \frac{W3.W4}{(1 - W2.W3.W6)(1 + W4.W7)}$$

$$Wt3 = \frac{Wt2}{1 + Wt2.W8/W4} = \frac{W3.W4}{(1 - W2.W3.W6)(1 + W4.W7) + W3.W8}$$

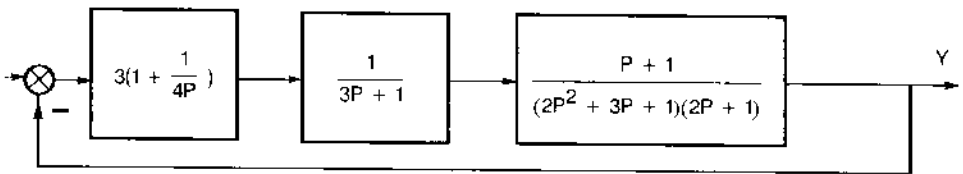
$$W_T = Wt1.Wt3 = \frac{W3.W4.(W1.W2 + W5)}{(1 - W2.W3.W6)(1 + W4.W7) + W3.W8}$$

Hàm truyền đạt của hệ thống được xác định theo công thức

$$W(p) = \frac{W_T}{1 + W_T.W9}$$

$$W(p) = \frac{W3.W4.(W1.W2 + W5)}{(1 - W2.W3.W6)(1 + W4.W7) + W3.W8 + W3.W4.W9.(W1.W2 + W5)}$$

Bài I-4. Xác định phương trình vi phân và hệ phương trình trạng thái của hệ thống có sơ đồ khối sau :



Bài giải

\* Hàm truyền đạt của hệ thống hở

$$W_h(p) = \frac{3(4p + 1)(p + 1)}{4p.(3p + 1)(2p^2 + 3p + 1)(2p + 1)}$$

\* Hàm truyền đạt của hệ thống kín

$$W_k(p) = \frac{W_h(p)}{1 + W_h(p)}$$

$$W_k(p) = \frac{3(4p + 1)(p + 1)}{4p.(3p + 1)(2p^2 + 3p + 1)(2p + 1) + 3(4p + 1)(p + 1)}$$

Khai triển ra ta được

$$W_k(p) = \frac{12p^2 + 15p + 3}{48p^5 + 112p^4 + 92p^3 + 44p^2 + 19p + 3} \quad (I - 24)$$

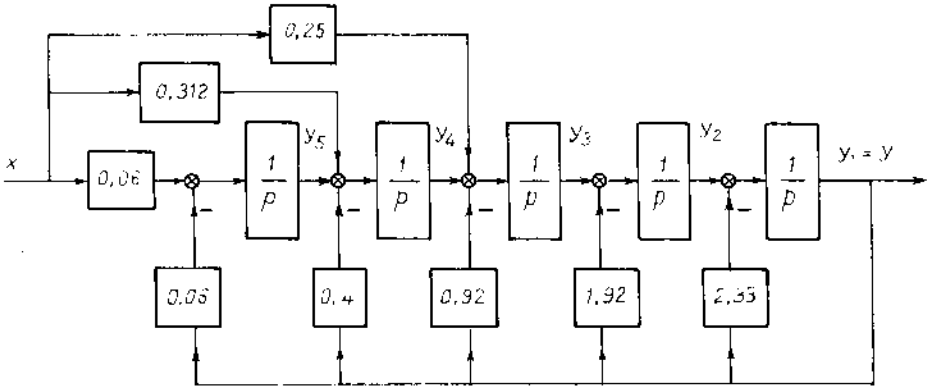
Từ đây ta có phương trình vi phân của hệ thống

$$48 \frac{d^5 y}{dt^5} + 112 \frac{d^4 y}{dt^4} + 92 \frac{d^3 y}{dt^3} + 44 \frac{d^2 y}{dt^2} + 19 \frac{dy}{dt} + 3y = 12 \frac{d^2 x}{dt^2} + 15 \frac{dx}{dt} + 3x$$

Để xây dựng hệ phương trình trạng thái của hệ thống ta chia tử số và mẫu số của hàm truyền đạt (I - 24) cho 48 được hàm truyền dạng :

$$W_k(p) = \frac{0,25p^2 + 0,312p + 0,06}{p^5 + 2,33p^4 + 1,92p^3 + 0,92p^2 + 0,4p + 0,06} \quad (I - 25)$$

Từ công thức (I - 25) xây dựng sơ đồ mô hình cấu trúc của hệ thống được mô tả trên hình I-57.



Hình I-57 Sơ đồ cấu trúc trạng thái (bài I-4)

Từ sơ đồ cấu trúc hình I-57 ta có hệ phương trình trạng thái của hệ thống

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dt} = y_2 - 2,33y_1 \\ \frac{dy_2}{dt} = y_3 - 1,92y_1 \\ \frac{dy_3}{dt} = y_4 - 0,92y_1 + 0,25x \\ \frac{dy_4}{dt} = y_5 - 0,40y_1 + 0,312x \\ \frac{dy_5}{dt} = 0,06x - 0,06y_1 \end{cases}$$

Hoặc viết dưới dạng ma trận vectơ

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,33 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1,92 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -0,92 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -0,40 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -0,06 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0,25 \\ 0,312 \\ 0,06 \end{bmatrix} \cdot x(t)$$

Tín hiệu ra của hệ thống được xác định theo công thức

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \end{bmatrix}$$

*Bài 1-5.* Xác định phương trình vi phân và hệ phương trình trạng thái của hệ thống kín có phương trình vi phân của hệ thống hở

$$2 \frac{d^4y}{dt^4} + 3 \frac{d^3y}{dt^3} + 4 \frac{d^2y}{dt^2} + 2 \frac{dy}{dt} + y = \frac{dx}{dt} + 2x$$

*Bài giải*

\* Chuyển phương trình vi phân của hệ thống hở sang dạng toán tử p

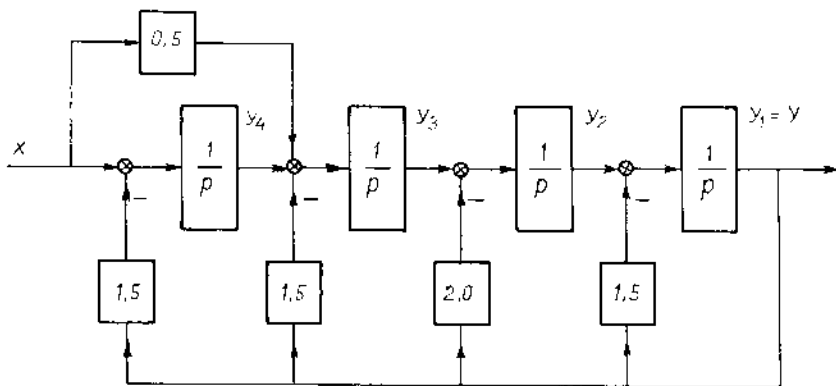
$$(2p^4 + 3p^3 + 4p^2 + 2p + 1) Y(p) = (p + 2) X(p)$$

\* Hàm truyền đạt của hệ thống hở có dạng :

$$W_h(p) = \frac{p + 2}{2p^4 + 3p^3 + 4p^2 + 2p + 1}$$

\* Hàm truyền đạt của hệ thống kín

$$W_k(p) = \frac{p + 2}{2p^4 + 3p^3 + 4p^2 + 3p + 3} \quad (\text{I} - 26)$$



Hình 1-58 Sơ đồ cấu trúc của hệ thống (bài 1-5)



\* Phương trình vi phân của hệ thống kín

$$2 \frac{d^4y}{dt^4} + 3 \frac{d^3y}{dt^3} + 4 \frac{d^2y}{dt^2} + 3 \frac{dy}{dt} + 3y = \frac{dx}{dt} + 2x$$

Chia tử số và mẫu số của biểu thức I - 26 cho 2 ta được

$$Wk(p) = \frac{0,5p + 1}{p^4 + 1,5p^3 + 2p^2 + 1,5p + 1,5} \quad (I - 27)$$

Từ công thức I - 27 có thể xây dựng sơ đồ cấu trúc của hệ thống được mô tả trong hình I-58.

\* Hệ phương trình trạng thái của hệ thống có dạng

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dt} = y_2 - 1,5y_1 \\ \frac{dy_2}{dt} = y_3 - 2y_1 \\ \frac{dy_3}{dt} = y_4 - 1,5y_1 + 0,5x \\ \frac{dy_4}{dt} = x - 1,5y_1 \end{cases}$$

Hoặc viết dưới dạng ma trận vectơ

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1,5 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 1 & 0 \\ -1,5 & 0 & 0 & 1 \\ -1,5 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0,5 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot x(t)$$

Giá trị tín hiệu ra được xác định theo công thức

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix}$$

## KHẢO SÁT TÍNH ỔN ĐỊNH CỦA HỆ THỐNG ĐIỀU CHỈNH TỰ ĐỘNG

### §II-1 KHÁI NIỆM VỀ ỔN ĐỊNH CỦA HỆ THỐNG ĐIỀU CHỈNH TỰ ĐỘNG

Ổn định là chỉ tiêu cơ bản đầu tiên của hệ thống điều chỉnh tự động. Hệ thống muốn sử dụng được thì trước tiên phải ổn định. Hệ thống điều chỉnh tự động được gọi là ổn định nếu sau khi bị phá vỡ trạng thái cân bằng do tác động của nhiễu, nó sẽ tự điều chỉnh để trở lại trạng thái cân bằng. Nếu nó không trở lại trạng thái cân bằng mà tín hiệu ra tiến tới vô cùng thì hệ thống sẽ không ổn định. Trạng thái trung gian giữa ổn định và không ổn định được gọi là biên giới ổn định. Trong trường hợp này tín hiệu ra của hệ thống là một dao động có biên độ không đổi.

Như vậy điều kiện ổn định của hệ thống là :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) \rightarrow 0 \text{ (hoặc một giá trị cố định)}$$

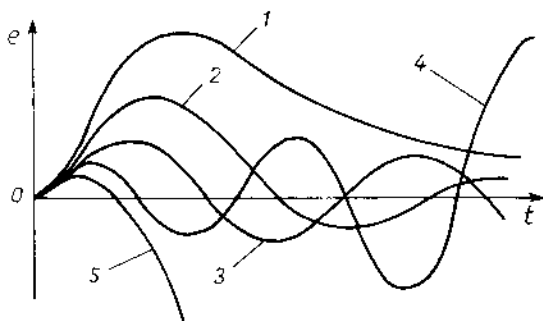
Hệ thống sẽ không ổn định nếu  $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) \rightarrow \infty$

còn hệ thống sẽ ở biên giới ổn định khi

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) \rightarrow \text{dao động có biên độ không đổi}$$

Hình II-1 mô tả năm trạng thái quá độ của hệ thống điều chỉnh tự động khi có tác động z.

- Đường 1 ứng với trạng thái ổn định không dao động của hệ thống.
- Đường 2 là trạng thái ổn định có dao động của hệ thống.
- Trạng thái biên giới ổn định của hệ thống được biểu diễn bằng đường 3.
- Hệ thống không ổn định có dao động được biểu diễn bằng đường 4.
- Đường 5 biểu diễn trạng thái không ổn định và không dao



Hình II-1 Năm trạng thái của hệ thống điều chỉnh tự động

động của hệ thống điều chỉnh tự động. Thông thường để biết được hệ thống điều chỉnh tự động ổn định hay không ổn định phải giải phương trình vi phân mô tả quá trình động học của nó.

Dạng tổng quát của phương trình vi phân :

$$\begin{aligned} a_0 \cdot \frac{d^n y}{dt^n} + a_1 \cdot \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \cdot \frac{dy}{dt} + a_n \cdot y &= \\ = b_0 \cdot \frac{d^m x}{dt^m} + b_1 \cdot \frac{d^{m-1} x}{dt^{m-1}} + \dots + b_{m-1} \cdot \frac{dx}{dt} + b_m \cdot x &\quad (II-1) \end{aligned}$$

Nghiệm của phương trình vi phân này gồm hai thành phần như sau :

$$y = y_0 + y_r$$

Trong đó  $y_0$  là nghiệm chung ;

$y_r$  là nghiệm riêng .

Nghiệm chung  $y_0$  nhận được bằng cách giải phương trình vi phân đồng nhất :

$$a_0 \cdot \frac{d^n y}{dt^n} + a_1 \cdot \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \cdot \frac{dy}{dt} + a_n \cdot y = 0$$

Nghiệm riêng  $y_r$  phụ thuộc vào giá trị tác động đầu vào và nó đặc trưng cho tính chất xác lập của hệ thống. Nếu tác động đầu vào là cố định thì  $y_r$  cũng cố định. Như vậy nghiệm riêng hoàn toàn không ảnh hưởng đến tính chất ổn định của hệ thống.

Tính chất ổn định của hệ thống được phản ánh qua nghiệm chung  $y_0$ , mà nghiệm này hoàn toàn không chịu ảnh hưởng của tác động bên ngoài. Điều này có nghĩa rằng ổn định là tính chất bên trong của hệ thống, là bản chất của hệ thống. Hệ thống đã ổn định thì không có một tác động nào từ bên ngoài có thể làm cho nó mất ổn định.

Để xác định  $y_0$  phải tìm nghiệm của phương trình đặc tính:

$$a_0 \cdot p^n + a_1 \cdot p^{n-1} + \dots + a_{n-1} \cdot p + a_n = 0 \quad (II-2)$$

Giả sử phương trình (II-2) có  $n$  nghiệm  $p_i$  khác không riêng biệt thì  $y_0$  sẽ được xác định theo công thức :

$$y_0 = \sum_{i=1}^n c_i \cdot e^{p_i \cdot t} = \sum_{i=1}^n y_i$$

Trong đó  $c_i$  là các hằng số.

Nghiệm  $P_i$  có thể tồn tại một trong các dạng sau :

- Nghiệm thực  $p_i = \alpha_i$
- Nghiệm phức  $p_i = \alpha_i + j\omega_i$
- Nghiệm thuần ảo  $p_i = j\omega_i$

Xét ảnh hưởng của các loại nghiệm lên tính chất ổn định của hệ thống.

Khi nghiệm của phương trình đặc tính là nghiệm thực thì :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{\alpha_i t} \begin{cases} \rightarrow 0 & \text{khi } \alpha_i < 0 \\ \rightarrow \infty & \text{khi } \alpha_i > 0 \end{cases}$$

Còn khi nó là nghiệm phức ta có :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{(\alpha_i + j\omega_i)t} \begin{cases} \rightarrow 0 & \text{khi } \alpha_i < 0 \\ \rightarrow \infty & \text{khi } \alpha_i > 0 \end{cases}$$

Nếu là nghiệm thuần ảo thì :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{j\omega_i t} \rightarrow \text{dao động với biên độ không đổi}$$

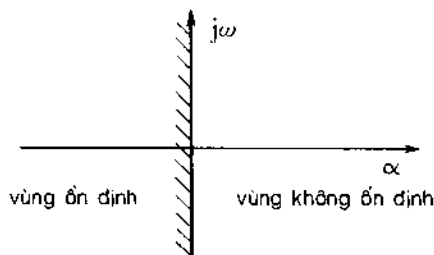
Như vậy ta có thể rút ra các kết luận sau :

- Hệ thống điều chỉnh tự động sẽ ổn định ( $\lim_{t \rightarrow \infty} y_0 \rightarrow 0$  khi  $t \rightarrow \infty$ ) khi và chỉ khi phương trình đặc tính có nghiệm thực âm và nghiệm phức có phần thực âm.

- Hệ thống sẽ không ổn định ( $\lim_{t \rightarrow \infty} y_0 \rightarrow \infty$  khi  $t \rightarrow \infty$ ) khi phương trình đặc tính có nghiệm thực dương hoặc nghiệm phức có phần thực dương.

- Hệ thống điều chỉnh tự động sẽ ở biên giới ổn định nếu phương trình đặc tính có nghiệm thuần ảo còn tất cả các nghiệm khác là nghiệm thực âm hoặc nghiệm phức có phần thực âm.

Nếu xét trên mặt phẳng phân bố nghiệm (xem hình II-2) thì khi tất cả các nghiệm của phương trình đặc tính phân bố bên trái trục ảo thì hệ thống ổn định. Chỉ cần có một nghiệm ở bên phải trục ảo thì hệ thống sẽ không ổn định. Nếu có nghiệm nằm trên trục ảo còn các nghiệm khác đều ở bên trái trục ảo thì hệ thống sẽ ở biên giới ổn định.



Hình II-2 Phân vùng trên mặt phẳng phân bố nghiệm số

## §II-2 CÁC TIÊU CHUẨN ỔN ĐỊNH ĐẠI SỐ

### II-2.1. ĐIỀU KIỆN ỔN ĐỊNH CẦN THIẾT

Điều kiện đầu tiên- mà có nó hệ thống mới được xét ổn định hay không, còn khi nó không tồn tại thì kết luận ngay là hệ thống không ổn định- được gọi là điều kiện ổn định cần thiết. Khi không tồn tại điều kiện ổn định cần thiết thì

hệ thống được liệt vào loại có cấu trúc không ổn định và lúc đấy phải thay đổi cấu trúc của nó.

Giả sử hệ thống điều chỉnh tự động ổn định và có phương trình đặc tính :

$$a_0 \cdot p^n + a_1 \cdot p^{n-1} + \dots + a_{n-1} \cdot p + a_n = 0$$

Như vậy phương trình đặc tính chỉ có hai loại nghiệm :

- Nghiệm thực  $p_i = -\alpha_i$  ( giả sử có m nghiệm )
- Nghiệm phức  $p_k = -\alpha_k \pm j\omega_k$  có  $(n - m)/2$  nghiệm

Với  $\alpha_i$  ;  $\alpha_k$  và  $\omega_k$  đều dương.

Phương trình đặc tính được chuyển sang dạng :

$$a_0 \cdot \prod_{i=1}^m (p + \alpha_i) \cdot \prod_{k=1}^{(n-m)/2} (p + \alpha_k - j\omega_k) \cdot (p + \alpha_k + j\omega_k) = 0$$

Suy ra

$$a_0 \cdot \prod_{i=1}^m (p + \alpha_i) \cdot \prod_{k=1}^{(n-m)/2} [(p + \alpha_k)^2 + \omega_k^2] = 0 \quad (\text{II-3})$$

Khái triển vế trái của phương trình (II-3) ta sẽ được một đa thức gồm các hệ số dương. Đây chính là điều kiện ổn định cần thiết của hệ thống điều chỉnh tự động.

Như vậy điều kiện cần thiết để hệ thống ổn định là tất cả các hệ số của phương trình đặc tính phải dương ( phải cùng dấu ).

\* Xét hệ thống có phương trình đặc tính bậc nhất

$$a_0 \cdot p + a_1 = 0 \quad a_0 \text{ và } a_1 > 0$$

Khi nghiệm của phương trình đặc tính  $p_1 = -a_1/a_0 < 0$  thì hệ thống ổn định. Như vậy điều kiện cần cũng chính là điều kiện đủ để hệ thống ổn định.

\* Xét hệ thống có phương trình đặc tính bậc hai

$$a_0 \cdot p^2 + a_1 \cdot p + a_2 = 0 \quad \text{với } a_0, a_1 \text{ và } a_2 > 0$$

Nếu  $\Delta = a_1^2 - 4a_0 \cdot a_2 \geq 0$  thì phương trình có hai nghiệm thực  $p_1$  và  $p_2$  cùng âm vì theo định lí Viet ta có :

$$p_1 \cdot p_2 = a_2/a_0 > 0$$

và 
$$p_1 + p_2 = -a_1/a_0 < 0$$

Nếu  $\Delta < 0$  thì phương trình có hai nghiệm phức có phần thực âm:

$$\alpha = -a_1/2a_0 < 0$$

Như vậy đối với hệ thống có phương trình đặc tính bậc hai thì chỉ cần các hệ số của phương trình đặc tính dương là hệ thống sẽ ổn định.

\* Xét hệ thống có phương trình đặc tính bậc ba

$$a_0 \cdot p^3 + a_1 \cdot p^2 + a_2 \cdot p + a_3 = 0 \quad \text{với } a_0, a_1, a_2 \text{ và } a_3 > 0$$

Rõ ràng chúng ta không thể giải phương trình để dựa vào nghiệm của nó mà xét ổn định của hệ thống. Tuy nhiên chúng ta có thể đặt giả thiết hệ thống ở biên giới ổn định, nghĩa là phương trình đặc tính có nghiệm  $p = j\omega$ . Thay giá trị nghiệm này vào phương trình ta được :

$$\begin{aligned} a_0 \cdot (j\omega)^3 + a_1 \cdot (j\omega)^2 + a_2 \cdot j\omega + a_3 &= 0 \\ a_3 - a_1 \cdot \omega^2 + j(a_2 \cdot \omega - a_0 \cdot \omega^3) &= 0 \end{aligned}$$

Một số ảo bằng không khi cả phần thực và phần ảo cùng bằng không.

Như vậy ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} a_3 - a_1 \cdot \omega^2 = 0 \\ a_2 \cdot \omega - a_0 \cdot \omega^3 = 0 \end{cases}$$

suy ra  $\frac{a_3}{a_1} = \frac{a_2}{a_0}$  đây là điều kiện để phương trình có nghiệm thuần ảo.

Như vậy khi hệ thống có phương trình đặc tính bậc ba thì điều kiện để cho nó ở biên giới ổn định là  $a_1 \cdot a_2 = a_0 \cdot a_3$ . Điều kiện này sẽ chia hệ thống ra làm hai vùng : ổn định và không ổn định tương ứng với hai điều kiện :

$$a_1 \cdot a_2 > a_0 \cdot a_3 \text{ và } a_1 \cdot a_2 < a_0 \cdot a_3.$$

Để xét điều kiện ổn định của hệ thống ta chuyển phương trình đặc tính sang dạng :

$$a_0(p^3 + 3ap^2 + 3a^2p + a^3) = a_0(p + a)^3 = 0$$

Với  $a$  là một số nào đó thoả mãn điều kiện của phương trình. Vì các hệ số của phương trình đặc tính dương nên  $a > 0$ . Phương trình đặc tính có ba nghiệm bằng nhau  $p = -a < 0$  hệ thống ổn định.

Các hệ số tương ứng của phương trình đặc tính là :  $a_1 = 3a \cdot a_0$  ;  $a_2 = 3a^2 \cdot a_0$  và  $a_3 = a^3 \cdot a_0$ .

Như vậy :

$$a_1 \cdot a_2 = 9a^3 \cdot a_0^2 > a_0 \cdot a_3 = a^3 \cdot a_0^2$$

Để cho hệ thống điều chỉnh tự động có phương trình đặc tính bậc ba với các hệ số dương ổn định thì phải tồn tại điều kiện :

$$a_1 \cdot a_2 > a_0 \cdot a_3$$

Hệ thống sẽ không ổn định nếu :  $a_1 \cdot a_2 < a_0 \cdot a_3$

## II-2.2. TIÊU CHUẨN ỔN ĐỊNH HURWITZ (HURWITZ)

\* Tiêu chuẩn ổn định Hurwitz phát biểu như sau :

*Hệ thống điều chỉnh tự động có phương trình đặc tính với các hệ số dương sẽ ổn định nếu giá trị tất cả các định thức Hurwitz dương.*

\* Cách lập định thức Hurwitz

Nếu phương trình đặc tính của hệ thống có bậc  $n$  dạng :

$$a_0 \cdot p^n + a_1 \cdot p^{n-1} + \dots + a_{n-1} \cdot p + a_n = 0$$

thì cách lập các định thức Hurvit như sau : trên đường chéo chính của định thức ta ghi các hệ số của phương trình đặc tính bắt đầu từ  $a_1$  đến  $a_n$ . Các số hạng của cùng một dòng, tính từ số hạng trên đường chéo chính, phía sau là các hệ số có chỉ số giảm dần còn phía trước có chỉ số tăng dần. Có tất cả  $n$  định thức Hurvit từ bậc 1 đến bậc  $n$  như mô tả trong bảng II-1.

Bảng II-1 Các định thức Hurvit

$$\begin{array}{l} \Delta_1 \\ \Delta_2 \\ \Delta_3 \\ \Delta_n \end{array} \left| \begin{array}{cccc} a_1 & a_0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_3 & a_2 & a_1 & a_0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_5 & a_4 & a_3 & a_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 0 & a_n \end{array} \right|$$

Điều kiện ổn định  $\Delta_1 > 0 ; \Delta_2 > 0 ; \dots ; \Delta_n > 0$ .

Thực tế chỉ cần tính đến  $\Delta_{n-1}$  vì nếu  $\Delta_{n-1} > 0$  và  $a_n > 0$  thì  $\Delta_n > 0$ .

Ví dụ : hệ thống có phương trình đặc tính bậc ba

$$a_0 \cdot p^3 + a_1 \cdot p^2 + a_2 \cdot p + a_3 = 0 \quad \text{với } a_0, a_1, a_2 \text{ và } a_3 > 0$$

Thì điều kiện ổn định sẽ là :

$$\Delta_1 = a_1 > 0 ; \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_0 \\ a_3 & a_2 \end{vmatrix} = a_1 \cdot a_2 - a_0 \cdot a_3 > 0$$

### II-2.3. TIÊU CHUẨN ỔN ĐỊNH RAO

\* Tiêu chuẩn ổn định Rao phát biểu như sau :

*Hệ thống điều chỉnh tự động có phương trình đặc tính với các hệ số dương sẽ ổn định nếu tất cả các hệ số trong cột đầu tiên của bảng Rao dương.*

\* Cách lập bảng Rao

Hệ thống có phương trình đặc tính dạng :

$$a_0 \cdot p^n + a_1 \cdot p^{n-1} + \dots + a_{n-1} \cdot p + a_n = 0$$

Bảng Rao được lập như sau :

- Dòng đầu tiên của bảng Rao ghi các hệ số có chỉ số chẵn. Dòng thứ hai ghi

các hệ số có chỉ số lẻ.

- Lấy cột đầu tiên kết hợp với các cột tiếp theo để tạo nên các định thức bậc hai. Dòng thứ ba được thành lập bằng giá trị các định thức này với dấu âm.

- Các dòng tiếp theo được thành lập như sau : lấy cột đầu tiên của hai dòng trên nó kết hợp với các cột tiếp theo tạo nên các định thức bậc hai. Các số hạng trong dòng này sẽ bằng giá trị các định thức vừa thành lập với dấu âm.

- Bảng Rao sẽ kết thúc khi nào dòng cuối cùng chỉ còn một số hạng.

Dạng tổng quát của bảng Rao :

$$\begin{array}{cccccccc} a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & a_8 & a_{10} & \dots & \dots \\ a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & a_9 & \dots & \dots & \dots \\ b_0 & b_2 & b_4 & b_6 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_1 & b_3 & b_5 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{array}$$

$z$  (số hạng duy nhất của dòng cuối cùng)

Với :

$$b_0 = - \begin{vmatrix} a_0 & a_2 \\ a_1 & a_3 \end{vmatrix} ; b_2 = - \begin{vmatrix} a_0 & a_4 \\ a_1 & a_5 \end{vmatrix} \dots \dots$$

$$b_1 = - \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ b_0 & b_2 \end{vmatrix} ; b_3 = - \begin{vmatrix} a_1 & a_5 \\ b_0 & b_4 \end{vmatrix} \dots \dots$$

Điều kiện ổn định của hệ thống là :

$$a_0, a_1, b_0, b_1 \dots \text{ và } z > 0$$

Ví dụ : hệ thống có phương trình đặc tính bậc bốn

$$a_0 \cdot p^4 + a_1 \cdot p^3 + a_2 \cdot p^2 + a_3 \cdot p + a_4 = 0$$

Với  $a_0, a_1, a_2, a_3$  và  $a_4 > 0$

Lập bảng Rao :

$$\begin{array}{ccc} a_0 & a_2 & a_4 \\ a_1 & a_3 & \end{array} \text{ với } b_0 = - \begin{vmatrix} a_0 & a_2 \\ a_1 & a_3 \end{vmatrix} = a_1 \cdot a_2 - a_0 \cdot a_3$$

$$\begin{array}{cc} b_0 & b_2 \\ b_1 & \end{array} \quad b_2 = - \begin{vmatrix} a_0 & a_4 \\ a_1 & 0 \end{vmatrix} = a_1 \cdot a_4$$

$$\text{và } b_1 = - \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ b_0 & b_2 \end{vmatrix} = b_0 \cdot a_3 - a_1 \cdot b_2 = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 - a_0 \cdot a_3^2 - a_1^2 \cdot a_4$$



Điều kiện ổn định của hệ thống :

$$a_1 \cdot a_2 - a_0 \cdot a_3 > 0$$

$$b_0 \cdot a_3 - a_1 \cdot b_2 = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 - a_0 \cdot a_3^2 - a_1^2 \cdot a_4 > 0$$

\* Các đặc tính cơ bản của bảng Rao

- Có thể nhân hoặc chia tất cả các số hạng trong cùng một dòng cho một số dương thì tính chất của bảng Rao không thay đổi.

- Số lần đổi dấu của các số hạng trong cột đầu tiên bằng số nghiệm số có phần thực dương.

• Các tiêu chuẩn ổn định đại số có thể xét ổn định cho cả hệ thống kín và cả hệ thống hở. Tuy nhiên xét về mức độ phức tạp thì việc tính toán các định thức Hurwitz phức tạp hơn việc lập bảng Rao rất nhiều nhất là đối với các hệ thống có phương trình đặc tính bậc cao. Vì vậy trong thực tế thường dùng nhất là lập và tính toán tiêu chuẩn Rao.

## §II-3. CÁC TIÊU CHUẨN ỔN ĐỊNH TẦN SỐ

### II-3.1. TIÊU CHUẨN ỔN ĐỊNH MIKHAILÔP

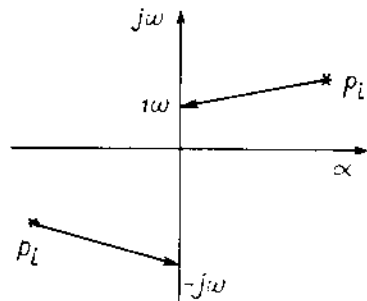
Mikhailôp dựa vào tính chất tần số của đa thức đặc tính để xét ổn định của hệ thống. Giả sử hệ thống điều chỉnh tự động có phương trình đặc tính dạng tổng quát :

$$a_0 \cdot p^n + a_1 \cdot p^{n-1} + \dots + a_{n-1} \cdot p + a_n = 0$$

Có nghiệm là  $p_i$  (với  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ) thì đa thức đặc tính của nó có thể chuyển sang dạng :

$$H(p) = a_0 \cdot \prod_{i=1}^n (p - p_i)$$

Nếu xét trên mặt phẳng phức thì mỗi số hạng trong đa thức trên là một vectơ có chân tại điểm  $p_i$  và đỉnh nằm trên trục ảo  $j\omega$  (xem hình II-3).



Hình II-3 Vectơ  $j\omega - p_i$  trên mặt phẳng phức

Nếu  $p_i$  nằm bên trái trục ảo thì :

$$\Delta \arg_{-\infty \leq \omega \leq \infty} (j\omega - p_i) = \pi$$

Còn nếu  $p_i$  nằm bên phải trục ảo

thì :  $\Delta \arg (j\omega - p_i) = -\pi$

$$-\infty \leq \omega \leq \infty$$

(Vectơ quay theo chiều kim đồng hồ lấy dấu âm còn ngược chiều lấy dấu dương).

Biểu đồ đa thức đặc tính có thể biểu diễn như sau :

$$H(j\omega) = a_0 \cdot \prod_{i=1}^n (j\omega - p_i) = a_0 \cdot \prod_{i=1}^n |j\omega - p_i| \cdot e^{j \sum_{i=1}^n \arg(j\omega - p_i)}$$

Như vậy  $\Delta \arg H(j\omega) = \sum_{i=1}^n \Delta \arg (j\omega - p_i) = (n - k)\pi - k\pi = (n - 2k)\pi$   
 $-\infty \leq \omega \leq \infty$   $-\infty \leq \omega \leq \infty$

Trong đó k là số nghiệm của phương trình đặc tính có phần thực dương. Nếu hệ thống ổn định thì k = 0 nên :

$$\Delta \arg H(j\omega) = n\pi$$

$$-\infty \leq \omega \leq \infty$$

Thực tế thường chỉ xét khi  $\omega$  thay đổi từ 0 đến  $\infty$ . Lúc đấy ta có :

$$\Delta \arg H(j\omega) = n\pi/2$$

$$0 \leq \omega \leq \infty$$

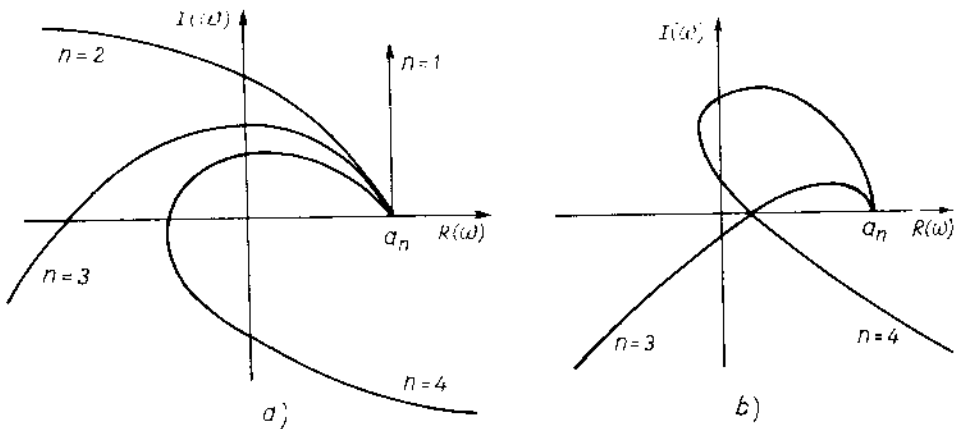
Khi  $\omega = 0$  thì  $H(j\omega) = a_n$

\* Từ những phân tích trên đây Mikhailôp đã phát biểu tiêu chuẩn ổn định của mình như sau :

*Hệ thống điều chỉnh tự động có đa thức đặc tính bậc n (H(p)) với các hệ số dương sẽ ổn định nếu biểu đồ vectơ đa thức đặc tính H(jω) xuất phát từ một điểm trên phần dương trục thực quay một góc bằng n. π/2 ngược chiều kim đồng hồ khi ω thay đổi từ 0 đến ∞.*

Hình II-4 là biểu đồ vectơ đa thức đặc tính để cho trường hợp hệ thống ổn định a và không ổn định b.

\* Tiêu chuẩn Mikhailôp cũng có thể xét theo sự phân bố nghiệm số của



Hình II-4 Các dạng biểu đồ vectơ đa thức đặc tính

phương trình phần thực  $R(\omega) = 0$  và phần ảo  $I(\omega) = 0$ . Hệ thống sẽ ổn định nếu nghiệm số của các phương trình này phân bố xen kẽ nhau. Đồng thời  $\omega = 0$  phải là nghiệm của phần ảo.

Tiêu chuẩn ổn định Mikhailôp có thể dùng để xét ổn định cho cả hệ thống hở lẫn hệ thống kín.

\* Khảo sát ổn định theo tiêu chuẩn Mikhailôp cho hệ thống có phương trình đặc tính bậc ba dạng :

$$a_0 \cdot p^3 + a_1 \cdot p^2 + a_2 \cdot p + a_3 = 0$$

Với  $a_0, a_1, a_2$  và  $a_3 > 0$

Thay  $P = j\omega$  vào phương trình đặc tính rồi tách phần thực và phần ảo ta được :

$$R(\omega) = a_3 - a_1 \cdot \omega^2$$

$$I(\omega) = a_2 \cdot \omega - a_0 \cdot \omega^3$$

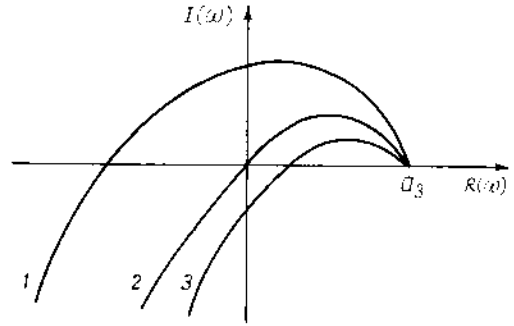
Hình II-5 mô tả các biểu đồ đa thức đặc tính để cho ba trường hợp ổn định (1), biên giới ổn định (2) và không ổn định (3).

### II-3.2. TIÊU CHUẨN ỔN ĐỊNH NAIQUYT (NYQUIST)

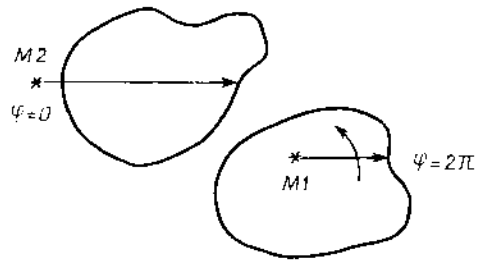
Tiêu chuẩn ổn định Naiquyt dùng để xét ổn định cho hệ thống kín dựa vào đặc tính tần số biên độ pha của hệ thống hở.

\* Tiêu chuẩn ổn định Naiquyt phát biểu như sau :

*Nếu phương trình đặc tính của hệ thống hở có k nghiệm nằm bên phải trục ảo thì hệ thống kín sẽ ổn định nếu đặc tính tần số biên độ pha (TBP) của hệ thống hở bao điểm (-1 ; j0) một góc bằng  $k\pi$  khi  $\omega$  thay đổi từ 0 đến  $\infty$ .*



Hình II-5 các biểu đồ đa thức đặc tính bậc ba



Hình II-6 Sơ đồ mô tả góc bao

\* Khái niệm một đường cong bao một điểm được hiểu như sau :

Kẻ một vectơ có chân là điểm được bao còn đầu ở trên đường cong.

Cho đầu vectơ trượt từ đầu đường cong đến cuối đường cong. Góc quay  $\varphi$  của

vectơ bằng bao nhiêu thì ta nói đường cong bao điểm đã cho bấy nhiêu. Với điều kiện khi vectơ quay theo chiều kim đồng hồ góc quay lấy dấu âm, còn quay ngược chiều kim đồng hồ góc quay lấy dấu dương.

Trên hình II-6 đường cong khép kín bao điểm M1 một góc bằng  $\varphi = 2\pi$  và không bao điểm M2 (góc bao bằng không  $\varphi = 0$ ).

\* Chứng minh tiêu chuẩn Naiquyt

Giả sử hệ thống hở có hàm truyền đạt dạng  $W_h(p) = \frac{Q(p)}{P(p)}$

Trong đó P(p) là đa thức đặc tính có bậc là n cao hơn bậc của đa thức tử số Q(p) và có k nghiệm nằm bên phải trục ảo. Như vậy :

$$\Delta \arg P(j\omega) = (n - k)\pi/2 - k\pi/2 = (n - 2.k)\pi/2$$

$$0 \leq \omega \leq \infty$$

Hàm truyền của hệ thống kín

$$W_k(p) = \frac{W_h(p)}{1 + W_h(p)} = \frac{Q(p)}{Q(p) + P(p)}$$

Đa thức đặc tính của hệ thống kín là Q(p) + P(p). Theo tiêu chuẩn Mikhailop hệ thống kín sẽ ổn định nếu :

$$\Delta \arg [Q(j\omega) + P(j\omega)] = n\pi/2$$

$$0 \leq \omega \leq \infty$$

Xét biểu thức :

$$J(j\omega) = 1 + W_h(j\omega) = \frac{Q(j\omega) + P(j\omega)}{P(j\omega)}$$

$$\Delta \arg J(j\omega) = \Delta \arg [Q(j\omega) + P(j\omega)] - \Delta \arg P(j\omega)$$

$$0 \leq \omega \leq \infty$$

$$0 \leq \omega \leq \infty$$

$$0 \leq \omega \leq \infty$$

Khi hệ thống kín ổn định thì

$$\Delta \arg J(j\omega) = n\pi/2 - (n - 2.k)\pi/2 = k\pi$$

$$0 \leq \omega \leq \infty$$

Như vậy khi  $\omega$  thay đổi từ 0 đến  $\infty$  biểu đồ vectơ J(j $\omega$ ) sẽ bao tâm tọa độ một góc bằng  $k\pi$ . Biểu đồ J(j $\omega$ ) chính là đo đặc tính TBP của hệ thống hở chuyển sang bên phải 1 đơn vị. Do đó nếu J(j $\omega$ ) bao tâm tọa độ một góc bằng  $k\pi$  thì đặc tính TBP của hệ thống hở cũng bao điểm (-1, j0) một góc bằng  $k\pi$ . Tiêu chuẩn Naiquyt đã được chứng minh.

\* Trong thực tế chúng ta thường gặp hệ thống hở ổn định hay ở biên giới ổn định ( $k = 0$ ) lúc đấy hệ thống kín sẽ ổn định khi đặc tính TBP của hệ thống hở không bao điểm (-1, j0).

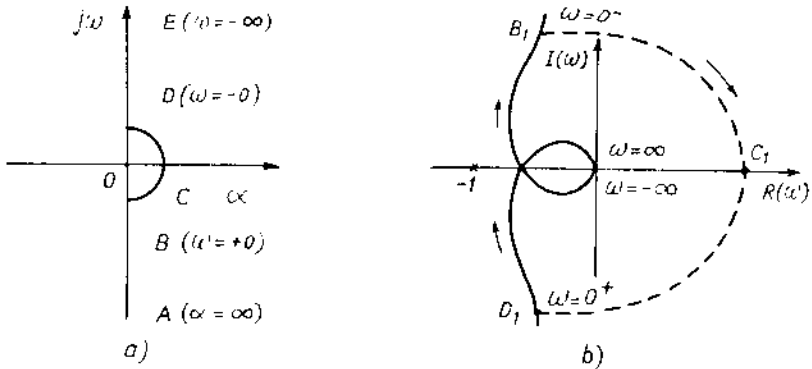
Để minh họa cho trường hợp hệ thống hở ở biên giới ổn định ta xét hệ thống

hở có một khâu tích phân với hàm truyền dạng :

$$W_h(p) = \frac{W_1(p)}{p}$$

Trong đó :  $W_1(p)$  có các nghiệm phân bố bên trái trục ảo.

Hình II-7 minh hoạ cho trường hợp hệ thống kín ổn định khi phương trình đặc tính của hệ thống hở có một nghiệm bằng 0.



Hình II-7 Minh hoạ tiêu chuẩn Naitquyt cho trường hợp có nghiệm  $p = 0$

Hình II-7a biểu diễn mặt phẳng phân bố nghiệm số. Do phương trình đặc tính của hệ thống hở có nghiệm  $p_0 = 0$  nên để xác định góc quay của vectơ  $j\omega - 0$  ta uốn cong trục ảo theo nửa đường tròn bán kính vô cùng nhỏ quanh tâm toạ độ (đoạn BCD). Sự thay đổi này hoàn toàn không làm ảnh hưởng đến tính chất các vectơ của những nghiệm khác.

Trên đoạn BCD ta thay

$$j\omega = \rho \cdot e^{j\varphi}$$

Với  $\rho$  vô cùng nhỏ và  $-0 \leq \omega \leq +0$

Tương ứng với góc  $\varphi$  thay đổi trong khoảng :

$$-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$$

Như vậy  $\Delta \arg(j\omega - 0) = \Delta \arg j\omega + \Delta \arg \rho \cdot e^{j\varphi(\omega)} + \Delta \arg j\omega$

$$-\infty \leq \omega \leq \infty \quad -\infty \leq \omega \leq -0 \quad -\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2 \quad +0 \leq \omega \leq \infty$$

$$\Delta \arg(j\omega - 0) = 0 + \pi - 0 = \pi$$

$$-\infty \leq \omega \leq \infty$$

Góc quay của vectơ tương ứng nghiệm nằm trên trục ảo tương đương như nghiệm nằm bên trái trục ảo. Có nghĩa là để cho trường hợp trên đặc tính TBP của hệ thống hở không bao điểm  $(-1, j0)$  thì hệ thống kín sẽ ổn định.

Xét đặc tính TBP của hệ thống hở (hình II-7b), khi  $\omega$  thay đổi từ  $-\infty$  đến  $-0$

(từ điểm A đến điểm B trong hình II-7a) thì đặc tính TBP của hệ thống hở chạy từ tâm toạ độ đến điểm  $B_1$  (tương ứng với  $I(\omega) \rightarrow \infty$ ). Tiếp đến  $\omega$  chạy từ  $-0$  đến  $+0$  (theo cung BCD) thì đặc tính TBP của hệ thống hở được xác định như sau :

- Giá trị biên độ tần số :

$$A(\omega) = \lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{W_1(\rho.e^{j\varphi})}{\rho.e^{j\varphi}} = \infty$$

- Giá trị pha tần số :

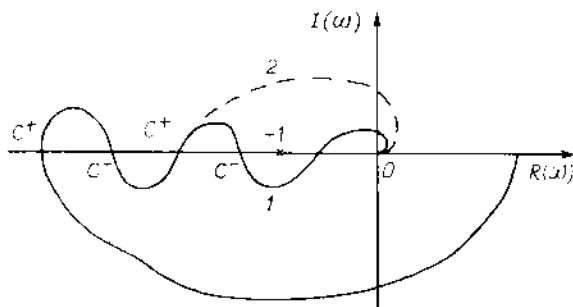
$$\Delta \arg W_h(j\omega) = \Delta \arg W_1(\rho.e^{j\varphi}) - \Delta \arg (\rho.e^{j\varphi}) = 0 - \pi = -\pi$$

$$-0 \leq \omega \leq +0 \qquad -\pi/2 \leq \omega \leq \pi/2 \qquad -\pi/2 \leq \omega \leq \pi/2$$

Như vậy khi  $\omega$  thay đổi từ  $-0$  đến  $+0$  thì đặc tính TBP của hệ thống hở chạy theo nửa đường tròn có bán kính vô cùng lớn cùng chiều kim đồng hồ từ  $I(\omega) = \infty$  đến  $I(\omega) = -\infty$  (theo cung  $B_1C_1D_1$ ).

Khi  $\omega$  thay đổi từ  $+0$  đến  $\infty$  thì đặc tính TBP của hệ thống hở chạy từ điểm  $D_1$  về tâm toạ độ.

Như vậy khi  $\omega$  thay đổi từ  $-\infty$  đến  $\infty$  thì đặc tính TBP của hệ thống hở tạo thành một đường khép kín. Điểm  $(-1, j0)$  nằm ngoài đường khép kín này, do đó có thể kết luận đặc tính TBP của hệ thống hở không bao điểm  $(-1, j0)$ . Hệ thống kín ổn định.



Hình II-8 Cách xét ổn định cho các đường đặc tính TBP phức tạp

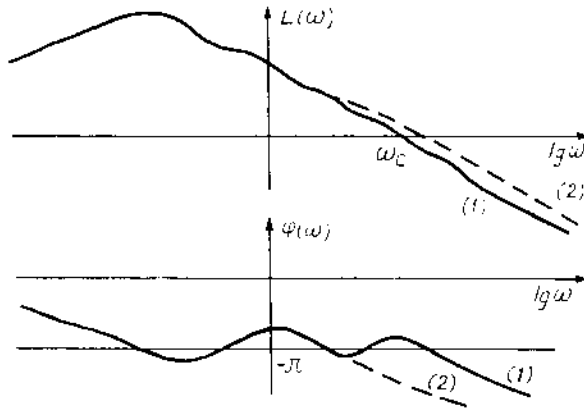
Trong nhiều trường hợp hệ hở ổn định hay ở biên giới ổn định có đặc tính TBP rất phức tạp làm cho việc xác định nó bao hay không bao điểm  $(-1, j0)$  rất khó khăn. Đối với trường hợp này chúng ta có thể sử dụng số lần chuyển từ âm sang dương ( $C+$ ) và từ dương sang âm ( $C-$ ) của đặc tính TBP của hệ hở trên nửa đường thẳng từ  $-\infty$  đến  $-1$  thuộc trục thực (xem hình II-8). Nếu  $C+ = C-$  thì hệ thống kín ổn định (đặc tính TBP của hệ hở không bao điểm  $(-1, j0)$ ). Còn  $C+ \neq C-$  thì hệ thống kín sẽ không ổn định. Đường 1 trên hình II - 8 để cho trường hợp hệ thống kín ổn định ( $C+ = C-$ ). Còn đường 2 là hệ thống kín không ổn định ( $C+ \neq C-$ ) Dựa vào tính chất này có thể sử dụng các đặc tính biên độ tần số logarit BTL và pha tần số logarit PTL của hệ thống hở để xét ổn định của hệ thống kín khi hệ hở ổn định hay ở biên giới ổn định.

\* Tiêu chuẩn Naiquyt phát biểu cho trường hợp này như sau :

*Khi hệ thống hở ổn định hoặc ở biên giới ổn định thì hệ thống kín sẽ ổn*

định nếu đặc tính PTL của hệ thống hở cắt đường thẳng  $\varphi(\omega) = -\pi$  số chẵn lần trong giới hạn tần số thay đổi từ 0 đến giá trị tần số ( $\omega_c$ ) mà đặc tính BTL của hệ thống hở cắt trục hoành [ $L(\omega_c) = 0$ ].

Hình II-9 mô tả các đặc tính BTL và PTL tương ứng cho hai trường hợp có đặc tính TBP được mô tả trong hình II-8.



Hình II-9 Các đặc tính BTL và PTL của hệ thống hở khi hệ thống kín ổn định (1) và không ổn định (2)

\* Khảo sát ổn định cho hệ thống có phương trình đặc tính bậc ba

Hệ thống điều chỉnh tự động có hàm truyền đạt của hệ thống hở dạng :

$$W_h(p) = \frac{K}{a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3}$$

+ Xét trường hợp hệ thống hở ổn định ta có :

$$a_0, a_1, a_2, a_3 > 0$$

$$a_1 \cdot a_2 > a_0 \cdot a_3$$

- Khảo sát ổn định của hệ thống kín theo tiêu chuẩn đại số

Phương trình đặc tính của hệ thống kín

$$a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3 + K = 0$$

Theo tiêu chuẩn ổn định đại số hệ thống kín sẽ ổn định khi

$$a_1 \cdot a_2 > a_0 \cdot (a_3 + K)$$

Suy ra

$$K < (a_1 \cdot a_2 - a_0 \cdot a_3) / a_0$$

(II-4)

- Xây dựng đặc tính TBP của hệ thống hở

Thay  $p = j\omega$  vào phương trình đặc tính ta được hàm truyền tần số của hệ thống hở :

$$W_h(j\omega) = \frac{K}{a_0 (j\omega)^3 + a_1 (j\omega)^2 + a_2 j\omega + a_3}$$

Tách phần thực và phần ảo ta được :

$$R(\omega) = \frac{K(a_3 - a_1\omega^2)}{(a_3 - a_1\omega^2)^2 + (a_2\omega - a_0\omega^3)^2}$$

$$I(\omega) = \frac{-K(a_2\omega - a_0\omega^3)}{(a_3 - a_1\omega^2)^2 + (a_2\omega - a_0\omega^3)^2}$$

Đặc tính TBP của hệ thống hờ cắt trục thực ở tần số

$$\omega_n = \sqrt{a_2/a_0}$$

Giá trị phần thực tại điểm cắt

$$R(\omega_n) = \frac{K \cdot a_0}{a_0 \cdot a_3 - a_1 \cdot a_2} \quad (\text{II-5})$$

Theo tiêu chuẩn Naiquyt hệ thống kín sẽ ở biên giới ổn định khi đặc tính TBP của hệ thống hờ đi qua điểm  $(-1, j0)$  nghĩa là  $R(\omega_n) = -1$ .

Như vậy giá trị K để hệ thống kín ở biên giới ổn định là :

$$K = (a_1 \cdot a_2 - a_0 \cdot a_3) / a_0 \quad (\text{II-6})$$

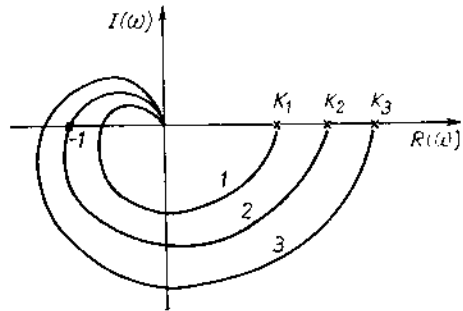
Đặc tính TBP của hệ thống hờ không bao điểm  $(-1, j0)$  khi :

$$K < (a_1 \cdot a_2 - a_0 \cdot a_3) / a_0 \quad (\text{II-7})$$

Đặc tính TBP của hệ thống hờ bao điểm  $(-1, j0)$  khi :

$$K > (a_1 \cdot a_2 - a_0 \cdot a_3) / a_0 \quad (\text{II-8})$$

Hình II-10 mô tả các đặc tính TBP của hệ thống hờ khi hệ thống kín ổn định (đường 1), hệ thống kín ở biên giới ổn định (đường 2) và hệ kín không ổn định (đường 3).



Hình II-10 Đặc tính TBP của hệ thống hờ để cho các trường hợp khác nhau

+ Xét trường hợp hệ hờ ở biên giới ổn định hoặc không ổn định còn phương trình đặc tính của hệ hờ có các hệ số dương

$$a_0, a_1, a_2, a_3 > 0$$

$$a_1 \cdot a_2 \leq a_0 \cdot a_3$$

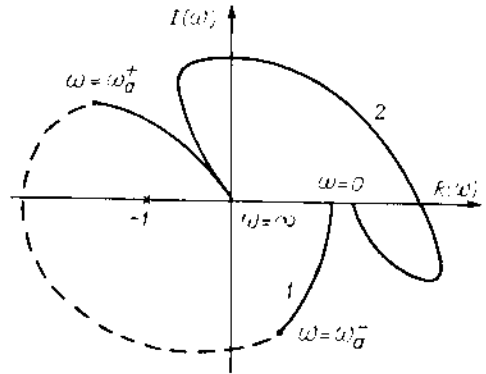
Khi  $\omega$  thay đổi từ 0 đến  $\infty$  phương trình đặc tính có một nghiệm nằm trên trục ảo  $\omega_n$  (trường hợp hệ hờ ở biên giới ổn định). Đặc tính TBP của hệ thống hờ được mô tả trên hình II-11 (đường 1). Khi  $\omega$  thay đổi từ 0 đến  $\omega_a^-$  đặc tính TBP thay đổi từ điểm 1 đến điểm 2. Từ  $\omega_a^-$  đến  $\omega_a^+$  đặc tính TBP của hệ thống hờ sẽ chạy theo một cung tròn có góc bằng  $\pi$  cùng chiều kim đồng hồ và bán



kinh vô cùng lớn. Như vậy đặc tính TBP của hệ thống hở luôn luôn bao điểm  $(-1, j0)$  với mọi giá trị  $K > 0$ . Khi hệ hở không ổn định đặc tính TBP của hệ hở sẽ cắt trục thực tại điểm trên phần dương của nó (đường 2 hình II-11).

Như vậy đặc tính này không bao điểm  $(-1, j0)$  với mọi giá trị  $K > 0$ .

Như vậy chúng ta có thể kết luận như sau: đối với hệ thống hở có phương trình đặc tính bậc ba với các hệ số dương không ổn định hoặc ở biên giới ổn định thì hệ kín sẽ không ổn định với mọi giá trị  $K > 0$ . Kết luận này hoàn toàn tương ứng với tiêu chuẩn đại số vì không thể tìm được một giá trị  $K > 0$  nào đáp ứng được điều kiện (II-4).



Hình II-11 Các đặc tính TBP của hệ hở ở biên giới ổn định (1) và không ổn định (2)

+ Trường hợp hệ hở có một nghiệm bằng 0, hệ số  $a_3 = 0$ , còn các hệ số khác đều dương. Hàm truyền đạt của hệ thống hở có dạng :

$$W_h(p) = \frac{K}{a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p}$$

Phương trình đặc tính của hệ thống kín

$$a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + K = 0$$

Hệ thống kín ổn định khi

$$a_1 a_2 > a_0 K \quad (\text{II} - 9)$$

Tách phần thực và phần ảo ta được

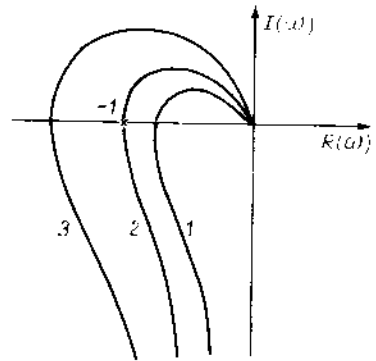
$$R(\omega) = \frac{-K \cdot a_1 \cdot \omega^2}{(a_1 \cdot \omega^2)^2 + (a_2 \cdot \omega - a_0 \cdot \omega^3)^2}$$

$$I(\omega) = \frac{-K (a_2 \cdot \omega - a_0 \cdot \omega^3)}{(a_1 \cdot \omega^2)^2 + (a_2 \cdot \omega - a_0 \cdot \omega^3)^2} = \frac{-K (a_2 - a_0 \cdot \omega^2)}{a_1^2 \cdot \omega^3 + (a_2 - a_0 \cdot \omega^2)^2}$$

Đặc tính TBP của hệ thống hở cắt trục thực tại tần số  $\omega_n = \sqrt{a_2/a_0}$ .

Toạ độ điểm cắt là :

$$R(\omega_n) = - \frac{K \cdot a_0}{a_1 \cdot a_2}$$



Hình II-12 Các đặc tính TBP của hệ thống hở

Đặc tính TBP của hệ thống hở đi qua điểm  $(-1, j0)$  khi  $K = a_1 a_2 / a_0$  (đường 2 hình II-12) hệ thống kín ở biên giới ổn định khi  $K < a_1 a_2 / a_0$  đặc tính TBP

của hệ thống hở không bao điểm  $(-1, j0)$  (đường 1 hình II-12), hệ thống kín ổn định (tương ứng với tiêu chuẩn đại số - bất đẳng thức II-9). Hệ thống kín không ổn định khi đặc tính TBP của hệ thống hở bao điểm  $(-1, j0)$  (đường 3 trong hình II-12).

+ Xét trường hợp hệ thống hở có cấu trúc không ổn định với hàm truyền đạt dạng :

$$W_h(p) = \frac{K}{(a_0p^2 + a_1p + a_2)(p - a_3)}$$

Với các hệ số  $a_0, a_1, a_2, a_3 > 0$

Phương trình đặc tính của hệ thống hở có một nghiệm nằm bên phải trục ảo.

- Xét ổn định của hệ thống kín theo tiêu chuẩn đại số

Phương trình đặc tính của hệ thống kín :

$$(a_0p^2 + a_1p + a_2)(p - a_3) + K = 0$$

Khai triển ra ta được :

$$a_0 \cdot p^3 + (a_1 - a_0 \cdot a_3)p^2 + (a_2 - a_1 \cdot a_3)p - a_2 \cdot a_3 + K = 0$$

Điều kiện ổn định cần thiết

$$a_1 - a_0 \cdot a_3 > 0$$

$$a_2 - a_1 \cdot a_3 > 0$$

$$K - a_2 \cdot a_3 > 0$$

Điều kiện ổn định của hệ thống kín

$$(a_1 - a_0 \cdot a_3)(a_2 - a_1 \cdot a_3) > a_0 \cdot (K - a_2 \cdot a_3)$$

Suy ra 
$$K < \frac{(a_1 - a_0 \cdot a_3)(a_2 - a_1 \cdot a_3) + a_2 \cdot a_3 \cdot a_0}{a_0}$$

Hệ thống kín ổn định khi

$$a_2 \cdot a_3 < K < \frac{a_1 \cdot a_2 - a_1^2 \cdot a_3 + a_1 \cdot a_0 \cdot a_3^2}{a_0}$$

- Xây dựng đặc tính TBP của hệ thống hở

Hàm truyền tần số của hệ thống hở

$$W_h(j\omega) = \frac{K}{-a_0 \cdot j\omega^3 - (a_1 - a_0 \cdot a_3)\omega^2 + (a_2 - a_1 \cdot a_3)j\omega - a_2 \cdot a_3}$$

Tách phần thực và phần ảo ta được

$$R(\omega) = - \frac{K[a_2 \cdot a_3 + (a_1 - a_0 \cdot a_3)\omega^2]}{[a_2 \cdot a_3 + (a_1 - a_0 \cdot a_3)\omega^2]^2 + [(a_2 - a_1 \cdot a_3)\omega - a_0 \cdot \omega^3]^2}$$

$$I(\omega) = \frac{-K[(a_2 - a_1 a_3)\omega - a_0 \omega^3]^2}{[a_2 a_3 + (a_1 - a_0 a_3)\omega^2]^2 + [(a_2 - a_1 a_3)\omega - a_0 \omega^3]^2}$$

Đặc tính TBP của hệ thống hở cắt trục thực tại tần số :

$$\omega_{01} = \sqrt{(a_2 - a_1 a_3) / a_0}$$

Tần số này chỉ tồn tại khi  $a_2 - a_1 a_3 > 0$ . Điều kiện này tương ứng với một trong các điều kiện cần để hệ thống kín ổn định:

$$R(\omega_{01}) = \frac{K}{a_2 a_3 + (a_1 - a_0 a_3)(a_2 - a_1 a_3) / a_0}$$

khi  $\omega = 0$ ;  $R(0) = -K / a_2 a_3$ .

Các đặc tính TBP của hệ thống hở được mô tả trên hình II-13 để cho các hệ số khác nhau của phương trình đặc tính còn hệ số khuếch đại  $K > a_2 a_3$ , và cố định.

- Đường 1 tương ứng với trường hợp  $a_1 - a_0 a_3 < 0$ ;  $a_2 - a_1 a_3 > 0$  (không bảo đảm điều kiện cần để hệ thống kín ổn định) giá trị  $R(\omega a) < R(0)$ . Đặc tính TBP của hệ thống hở bao điểm  $(-1, j0)$  một góc bằng  $-\pi$ . Hệ thống kín không ổn định.

- Đường 2 xây dựng cho trường hợp  $a_2 - a_1 a_3 < 0$  (không bảo đảm điều kiện cần để hệ thống kín ổn định).

Đặc tính TBP của hệ thống hở bao điểm  $(-1, j0)$  một góc bằng  $-\pi$ . Hệ thống kín không ổn định.

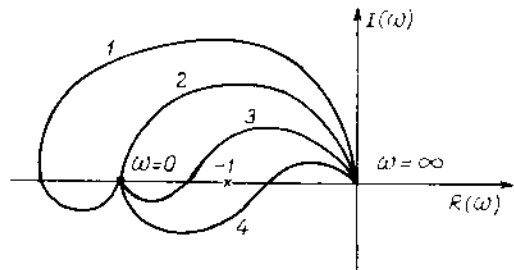
- Đường 3 tồn tại khi  $a_1 - a_0 a_3 > 0$ ;  $a_2 - a_1 a_3 > 0$  (bảo đảm điều kiện cần để hệ kín ổn định). Nhưng ở đây :

$$K > \frac{(a_1 - a_0 a_3)(a_2 - a_1 a_3) + a_2 a_3 a_0}{a_0}$$

Đặc tính TBP của hệ thống hở bao điểm  $(-1, j0)$  một góc bằng  $-\pi$ . Hệ thống kín không ổn định.

- Đường 4 xây dựng khi các hệ số bảo đảm điều kiện ổn định cần thiết của hệ thống kín và :

$$K < \frac{(a_1 - a_0 a_3)(a_2 - a_1 a_3) + a_2 a_3 a_0}{a_0}$$



Hình II-13 các đặc tính TBP của hệ thống hở

Đặc tính TBP của hệ thống hở bao điểm  $(-1, j0)$  một góc bằng  $\pi$ . Hệ thống kín ổn định.

## §II-4. PHÂN MIỀN D

### II-4.1. KHÁI NIỆM VỀ PHÂN MIỀN D

Giả sử hệ thống điều chỉnh tự động có phương trình đặc tính dạng tổng quát :

$$a_0.p^n + a_1.p^{n-1} + \dots + a_{n-1}.p + a_n = 0$$

Với các hệ số  $a_0, a_1, \dots, a_n$  đều thay đổi.

Như vậy nếu chỉ sử dụng các tiêu chuẩn ổn định để xét cho từng tập hợp hệ số là rất phức tạp. Để đơn giản chúng ta sử dụng phương pháp phân miền D. Nguyên lí của phương pháp phân miền D như sau : trong không gian tọa độ  $n+1$  chiều thay đổi của các hệ số chúng ta có thể chia ra tối đa  $n+1$  vùng mà trong mỗi vùng đó mặc dù giá trị các hệ số thay đổi nhưng tính chất phân bố các nghiệm số của phương trình đặc tính không thay đổi. Trong  $n+1$  vùng đó tối đa chỉ có một vùng có  $n$  nghiệm phân bố bên trái trục ảo tức là vùng ổn định của hệ thống. Nếu không có một vùng nào như vậy thì ta nói hệ thống có cấu trúc không ổn định. Các vùng lân cận nhau sẽ khác nhau một nghiệm nằm bên phải trục ảo. Như vậy đường ranh giới giữa các vùng tương ứng có nghiệm nằm trên trục ảo. Muốn xây dựng đường ranh giới này ta chỉ cần thay  $p = j\omega$  vào phương trình đặc tính của hệ thống và cho  $\omega$  thay đổi từ  $-\infty$  đến  $\infty$ .

### II-4.2. PHÂN MIỀN D TRONG TOẠ ĐỘ MỘT THAM SỐ

Giả sử hệ thống có một tham số thay đổi thì phương trình đặc tính có thể viết dưới dạng :

$$A(p) + \lambda.B(p) = 0$$

Trong đó  $\lambda$  là tham số thay đổi của hệ thống.

Thay  $p = j\omega$  và tách ra phần thực và phần ảo của  $A(j\omega)$  và  $B(j\omega)$  ta được :

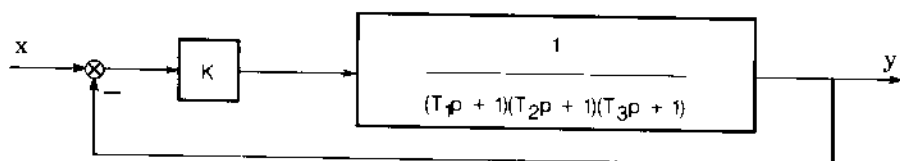
$$\lambda = - \frac{A_1(\omega) + jA_2(\omega)}{B_1(\omega) + jB_2(\omega)} = \frac{A_1(\omega).B_1(\omega) + A_2(\omega).B_2(\omega)}{B_1^2(\omega) + B_2^2(\omega)} + j \frac{A_1(\omega).B_2(\omega) - A_2(\omega).B_1(\omega)}{B_1^2(\omega) + B_2^2(\omega)}$$

$$\lambda = R(\omega) + jI(\omega)$$

Trên mặt phẳng tọa độ  $R(\omega)$  và  $I(\omega)$  khi cho  $\omega$  thay đổi từ  $-\infty$  đến  $\infty$  ta sẽ xây dựng được một đường cong ranh giới giữa các vùng. Việc xác định vùng ổn định được thực hiện bằng phương pháp gạch sọc. Vì khi thay  $p = j\omega$  tương

đương với nghiệm của phương trình đặc tính nằm trên trục ảo. Do đó khi  $\omega$  thay đổi từ  $-\infty$  đến  $\infty$  thì phía bên trái đường cong sẽ có tính ổn định cao hơn phía bên phải (tương đương với trục ảo trên mặt phẳng phân bố nghiệm số). Chúng ta gạch sọc phía bên trái đường cong khi đi theo chiều tăng của  $\omega$ . Vùng nằm bên phía gạch sọc của đường cong sẽ có tính ổn định cao hơn vùng nằm bên phía không gạch sọc. Như vậy vùng nào có số lần gạch sọc nhiều nhất thì vùng đó có thể ổn định. Chỉ cần lấy giá trị một điểm trong vùng này và dùng một trong các tiêu chuẩn ổn định để khảo sát. Nếu hệ thống ổn định thì vùng này là vùng ổn định, còn nếu không ổn định thì chúng ta có thể kết luận hệ thống có cấu trúc không ổn định.

Ví dụ : phân miền D cho hệ thống có sơ đồ cấu trúc sau (hình II-14).



Hình II-14 Ví dụ về phân miền D

Trong đó K là tham số thay đổi còn  $T_1, T_2, T_3$  là các hệ số.

Hàm truyền đạt của hệ thống hở :

$$W_h(p) = \frac{K}{(T_1p + 1)(T_2p + 1)(T_3p + 1)}$$

Hàm truyền của hệ thống kín :

$$W_k(p) = \frac{K}{(T_1p + 1)(T_2p + 1)(T_3p + 1) + K}$$

Phương trình đặc tính của hệ thống kín :

$$(T_1p + 1)(T_2p + 1)(T_3p + 1) + K = 0$$

Để đơn giản cho  $T_1 = 1 ; T_2 = 2$  và  $T_3 = 3$

Khai triển phương trình đặc tính với các giá trị đã cho ta được :

$$6p^3 + 11p^2 + 6p + 1 + k = 0$$

Thay  $p = j\omega$  và tách phần thực và phần ảo :

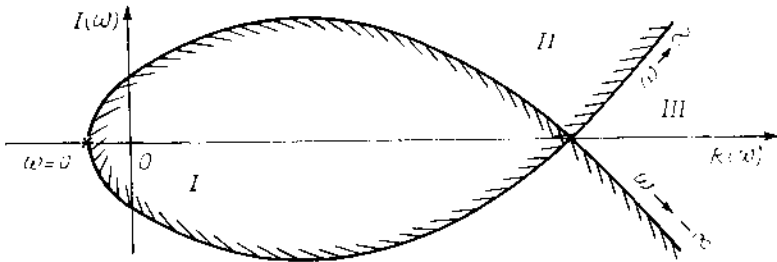
$$K = 11\omega^2 - 1 + j(6\omega^3 - 6\omega) = R(\omega) + jI(\omega)$$

$$R(\omega) = 11\omega^2 - 1 \text{ và } R(\omega) = 0 \text{ khi } \omega_{1,2} = \pm 0,302$$

$$I(\omega) = 6\omega^3 - 6\omega \text{ và } I(\omega) = 0 \text{ khi } \omega_0 = 0, \omega_{3,4} = \pm 1$$

Khi cho  $\omega$  thay đổi từ  $-\infty$  đến  $\infty$  ta sẽ xây dựng được đồ thị mô tả trên hình II-15. Để xây dựng đồ thị này ta lập bảng sau :

$\omega$	$R(\omega)$	$I(\omega)$
$-\infty$	$\infty$	$-\infty$
-1	10	0
-0,302	0	1,647
0	-1	0
0,302	0	-1,647
1	10	0
$\infty$	$\infty$	$\infty$



Hình II-15 Phân miền D trong toạ độ một tham số

Đường cong chia mặt phẳng ra làm ba vùng I, II, III. Dùng nguyên lí gạch sọc ta thấy vùng I có tính ổn định cao nhất sau đấy đến vùng II. Vùng III có tính ổn định kém nhất. Như vậy hệ thống chỉ có thể ổn định trong vùng I. Để thử xem hệ thống có ổn định trong vùng này hay không ta lấy  $K = 0$  (tâm toạ độ nằm trong vùng I). Lúc đấy phương trình đặc tính của hệ thống có dạng :

$$(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)(T_3 p + 1) = 0$$

Phương trình đặc tính của hệ thống có ba nghiệm thực cùng âm, vì vậy hệ thống ổn định.

### II-4.3. PHÂN MIỀN D TRONG TOA ĐỘ HAI THAM SỐ

Để cho hệ thống có hai tham số thay đổi, phương trình đặc tính có dạng :

$$A(p) + \lambda.B(p) + \beta.C(p) = 0$$

Trong đó  $\lambda$  và  $\beta$  là hai tham số thay đổi của hệ thống.

Thay  $p = j\omega$  và tách phần thực và phần ảo ta được :

$$[A_1(\omega) + \lambda.B_1(\omega) + \beta.C_1(\omega)] + j[A_2(\omega) + \lambda.B_2(\omega) + \beta.C_2(\omega)] = 0$$

Một số phức bằng không khi cả phần thực và phần ảo cùng bằng không.

Vì vậy ta có hệ phương trình :

$$A_1(\omega) + \lambda.B_1(\omega) + \beta.C_1(\omega) = 0$$

$$A_2(\omega) + \lambda.B_2(\omega) + \beta.C_2(\omega) = 0$$

Giải hệ phương trình với nghiệm  $\lambda$  và  $\beta$

$$\Delta = B_1(\omega).C_2(\omega) - B_2(\omega).C_1(\omega)$$

$$\Delta\lambda = A_2(\omega).C_1(\omega) - A_1(\omega).C_2(\omega)$$

$$\Delta\beta = B_2(\omega).A_1(\omega) - B_1(\omega).A_2(\omega)$$

- Nếu  $\Delta \neq 0$  thì phương trình có nghiệm xác định  $\lambda = \frac{\Delta\lambda}{\Delta}$  và  $\beta = \frac{\Delta\beta}{\Delta}$ .

Trên mặt phẳng tọa độ  $\lambda$  và  $\beta$  ta có đường cong phân miền D khi cho  $\omega$  thay đổi từ  $-\infty$  đến  $\infty$ . Trong thực tế chúng ta chỉ cần xây dựng đường cong khi  $\omega$  thay đổi từ 0 đến  $\infty$ , bởi vì các giá trị  $\Delta$ ,  $\Delta\lambda$  và  $\Delta\beta$  đều là hàm số lẻ, do đó  $\lambda$  và  $\beta$  là hàm số chẵn. Đường cong ranh giới khi  $\omega$  thay đổi từ 0 đến  $-\infty$  sẽ trùng với đường cong khi  $\omega$  thay đổi từ 0 đến  $\infty$ .

Trong khi xây dựng phân miền D chúng ta thường gặp các trường hợp đặc biệt sau :

- Với một số giá trị nào đó của  $\omega$  làm cho  $\Delta = 0$  còn  $\Delta\lambda$  và  $\Delta\beta \neq 0$  lúc đấy phương trình vô nghiệm. Đường cong phân miền D tiến tới vô cùng.

- Nếu ứng với một giá trị  $\omega$  nào đó mà  $\Delta = \Delta\lambda = 0$  hoặc  $\Delta = \Delta\beta = 0$  thì nghiệm của phương trình là một đường thẳng ta gọi là đường thẳng đặc biệt. Điểm tương ứng gọi là điểm đặc biệt.

- Thông thường đường thẳng đặc biệt tồn tại khi  $\omega = 0$  nếu hệ số tự do của phương trình đặc tính phụ thuộc vào các tham số thay đổi. Cho giá trị hệ số này bằng không ta sẽ tìm được phương trình đường đặc biệt cho trường hợp này.

- Khi hệ số của phần tử có bậc cao nhất trong phương trình đặc tính phụ thuộc vào các tham số thay đổi thì sẽ tồn tại đường đặc biệt ứng với trường hợp  $\omega = \infty$ . Để tìm phương trình đường đặc biệt cho trường hợp này ta cho hệ số của phần tử có bậc cao nhất bằng 0.

Để đánh giá vùng có thể ổn định của hệ thống ta cũng dùng phương pháp gạch sọc. Nguyên lý gạch sọc như sau :

- Khi  $\omega$  thay đổi từ  $-\infty$  đến  $\infty$  đường cong giới hạn sẽ được gạch sọc bên trái nếu  $\Delta > 0$  và gạch sọc bên phải nếu  $\Delta < 0$ . Như vậy đường cong ranh giới được gạch sọc hai lần về cùng một phía.

- Các đường thẳng đặc biệt cũng được gạch sọc nếu khi qua điểm đặc biệt giá trị  $\Delta$  đổi dấu. Đường thẳng đặc biệt được gạch sọc một nửa về phía đường cong giới hạn đã gạch sọc nửa còn lại gạch sọc phía ngược lại. Nếu qua điểm đặc biệt  $\Delta$  không đổi dấu thì đường thẳng đặc biệt không được gạch sọc.

Vùng có khả năng ổn định nhất là vùng có số lần gạch sọc nhiều nhất.

Ví dụ : xây dựng phân miền D cho hệ thống trong ví dụ trên với tham số thay đổi là K và  $T_1$ .

Theo kết quả của ví dụ trên phương trình đặc tính của hệ thống là

$$(T_1p + 1)(T_2p + 1)(T_3p + 1) + K = 0 \quad (II-10)$$

Cho các giá trị  $T_2 = 2$  và  $T_3 = 3$

Khai triển ra ta được :

$$6T_1 p^3 + 5T_1 p^2 + 6p^2 + T_1 p + 5p + K + 1 = 0$$

Thay  $p = j\omega$  và tách phần thực, phần ảo ta được :

$$- 5 T_1 \omega^2 + K + 1 - 6\omega^2 = 0$$

$$T_1(\omega - 6\omega^3) + 0.K + 5\omega = 0$$

Tính giá trị các định thức

$$\Delta = 6\omega^3 - \omega ; \Delta K = - 36\omega^5 - 13\omega^3 - \omega ; \Delta T_1 = - 5\omega$$

$$\Delta = 0 \text{ khi } \omega = 0 \text{ và } \omega = \pm 0,408$$

$$K = \frac{36\omega^5 + 13\omega^3 + \omega}{6\omega^3 - \omega} ; T_1 = \frac{5\omega}{6\omega^3 - \omega}$$

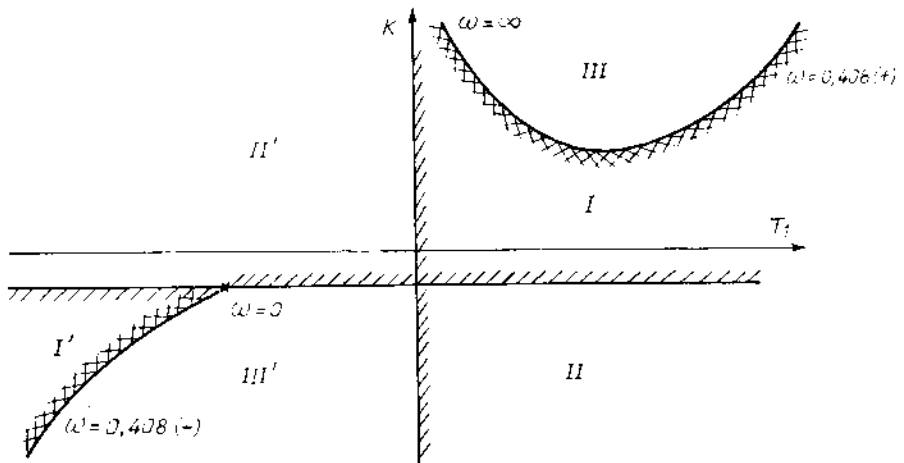
Có hai đường đặc biệt tương ứng với :  $\omega = 0$  và  $\omega = \infty$

Khi  $\omega = 0$  cho hệ số tự do của phương trình đặc tính  $K + 1 = 0$  ta được phương trình đường đặc biệt  $K = - 1$ .

Khi  $\omega = \infty$  ta cho hệ số của phần tử có bậc cao nhất  $6T_1 = 0$  ta được phương trình của đường đặc biệt  $T_1 = 0$ .

Để xây dựng phân miền D ta lập bảng sau :

$\omega$	$\Delta$	K	$T_1$
0	0	- 1	- 5
0,408(-)	< 0	- $\infty$	- $\infty$
0,408(+)	0 <	$\infty$	$\infty$
$\infty$	0 <	$\infty$	0



Hình II-16 Phân miền D trong tọa độ hai tham số



Kết quả phân miền D được mô tả trên hình II-16

Việc gạch sọc được tiến hành như sau :

- Đường cong giới hạn được gạch sọc hai lần. Khi  $\omega$  thay đổi từ  $-\infty$  đến  $-0,408(-)$  giá trị  $\Delta < 0$  gạch sọc bên tay phải,  $\omega$  từ  $-0,408(+)$  đến  $0$  giá trị  $\Delta$  đổi dấu việc gạch sọc được thực hiện bên tay trái. Di tiếp từ  $0$  đến  $0,408(-)$  giá trị  $\Delta < 0$  đường ranh giới được gạch sọc bên phải. Khi  $\omega$  thay đổi từ  $0,408(+)$  đến  $\infty$  giá trị  $\Delta > 0$  gạch sọc bên trái.

- Đường thẳng đặc biệt  $T_1 = 0$  tương ứng với  $\omega = \infty$  được gạch sọc bên phải về phía gạch sọc của đường cong ranh giới.

- Đường thẳng đặc biệt  $K = -1$  được phân thành hai đoạn để gạch sọc. Khi  $T_1 > -5$  gạch sọc phía trên về phía gạch sọc của đường cong ranh giới. Tương tự như vậy khi  $T_1 < -5$  gạch sọc phía dưới.

Sau khi tiến hành gạch sọc theo nguyên lý đã nêu trên đây ta thấy theo tính chất phân bố nghiệm số mặt phẳng tọa độ được phân ra thành 3 vùng : I ( $I'$ ), II ( $II'$ ) và III ( $III'$ ). Trong ba vùng đây vùng I có khả năng ổn định nhất (vùng  $I'$  có tính chất phân bố nghiệm số như vùng I nhưng giá trị các tham số âm nên ta không quan tâm). Trong vùng này có điểm  $K = 0$ . Nếu thay  $K = 0$  vào phương trình đặc tính (II-10) thì nó sẽ có ba nghiệm thực âm. Như vậy hệ thống ổn định. Vùng II ( $II'$ ) sẽ có một nghiệm của phương trình đặc tính nằm bên phải trục ảo, còn vùng III ( $III'$ ) sẽ có hai nghiệm nằm bên phải trục ảo.

## §II-5 PHƯƠNG PHÁP QUỈ ĐẠO NGHIỆM SỐ

Cũng như phân miền D phương pháp quỉ đạo nghiệm số dùng để phân miền ổn định của hệ thống điều chỉnh tự động trong tọa độ thay đổi thông số của nó. Phương pháp quỉ đạo nghiệm số thường dùng khi hệ thống có một thông số  $\alpha$  thay đổi từ  $0$  đến  $\infty$ . Phương trình đặc tính của hệ thống điều chỉnh tự động có  $n$  nghiệm số. Khi thông số  $\alpha$  thay đổi thì các nghiệm số này sẽ chuyển dịch trên mặt phẳng nghiệm số tạo nên những quỉ đạo được gọi là *quỉ đạo nghiệm số*. Nếu tất cả các nghiệm số đều chuyển động trên các quỉ đạo nằm bên trái trục ảo thì hệ thống ổn định. Quỉ đạo đầu tiên cắt trục ảo cho ta trạng thái biên giới ổn định, còn trường hợp có nghiệm số chuyển động trên quỉ đạo ở bên phải trục ảo thì hệ thống điều chỉnh tự động sẽ không ổn định.

Phương trình đặc tính của hệ thống điều chỉnh tự động bậc  $n$  có dạng :

$$H(p) = A(p) + \alpha.B(p) = 0 \quad (II-11)$$

Trong đó  $A(p)$  là đa thức bậc  $n$

$$A(p) = p^n + a_1^*p^{n-1} + \dots + a_{r-1}^*p + a_n^* \quad (II-12)$$

$B(p)$  là đa thức bậc  $r$  (thông thường  $r < n$ )

$$B(p) = p^r + a_1p^{r-1} + \dots + a_{r-1}p + a_r \quad (II-13)$$

Phương trình  $A(p) = 0$  có  $n$  nghiệm  $z_i$ , còn phương trình  $B(p) = 0$  cho ta  $r$  nghiệm số  $q_i$ . Như vậy ta có :

$$H(p) = \prod_{i=1}^n (p - z_i) + \alpha \cdot \prod_{i=1}^r (p - q_i) = 0$$

Đối với các giá trị giới hạn của  $\alpha$  ta có :

- Khi  $\alpha = 0$  ta nhận được biểu thức đầu tiên :

$$H(p) = \prod_{i=1}^n (p - z_i) = 0$$

Phương trình đặc tính có  $n$  nghiệm số  $z_i$ . Đây chính là  $n$  điểm xuất phát của các quỹ đạo nghiệm số.

- Khi  $\alpha = \infty$  ta có

$$H(p) = \frac{1}{\alpha} \prod_{i=1}^n (p - z_i) + \prod_{i=1}^r (p - q_i) = 0$$

$$\lim_{\alpha \rightarrow \infty} H(p) = \prod_{i=1}^r (p - q_i) = 0$$

Phương trình đặc tính có  $r$  nghiệm số  $q_i$ . Chúng là điểm kết thúc của quỹ đạo nghiệm số. Còn lại  $n - r$  nghiệm số của phương trình đặc tính sẽ tiến xa vô cùng.

Như vậy có tất cả  $n$  quỹ đạo nghiệm số xuất phát tại  $n$  nghiệm của phương trình  $A(p) = 0$  (khi  $\alpha = 0$ ). Khi  $\alpha$  tăng lên các nghiệm số này sẽ dịch chuyển và  $r$  quỹ đạo kết thúc tại  $r$  nghiệm của phương trình  $B(p) = 0$  (khi  $\alpha = \infty$ ) còn  $n - r$  nghiệm số khác sẽ tiến xa vô cùng.

Các nghiệm số thực và nghiệm số bằng không của phương trình đặc tính đều phân bố trên trục thực. Các nghiệm có phần ảo luôn tồn tại từng cặp đối xứng nhau qua trục thực. Nghĩa là các quỹ đạo nghiệm số cũng sẽ có tính chất đối xứng qua trục thực.

$n - r$  quỹ đạo nghiệm số tiến ra xa  $\infty$  sẽ có  $n - r$  đường tiệm cận tương ứng khi  $p \rightarrow \infty$ . Việc xác định đường thẳng tiệm cận được tiến hành như sau :

Từ công thức (II-11) ta có  $-\alpha = A(p) / B(p)$ .

Thực hiện phép chia đa thức (II-12) cho (II-13). Do  $p \rightarrow \infty$  nên ta chỉ lấy hai số hạng đầu và được :

$$-\alpha = p^{n-r} + c_1 \cdot p^{n-r-1} \tag{II-14}$$

Trong đó

$$c_1 = \sum_{i=1}^r q_i - \sum_{i=1}^n z_i$$

Xét nhị thức Niuton

$$(p - a)^{n-r} = p^{n-r} - (n-r)p^{n-r-1} \cdot a + \frac{(n-r)(n-r-1)}{2} \cdot p^{n-r-2} \cdot a^2 - \dots$$

Khi  $p \rightarrow \infty$  thì vế phải của nhị thức Niuton chỉ cần lấy gần đúng hai số hạng đầu. Hai số hạng này tương đương với vế phải của công thức (II-14). Ta có thể viết :

$$- \alpha \approx (p - a)^{n-r} \quad (\text{II-15})$$

Với :

$$a = \frac{-c_1}{n-r} = \frac{\sum_{i=1}^r z_i - \sum_{i=1}^n q_i}{n-r}$$

Do tính chất đối xứng qua trục thực của các nghiệm số  $q_i$  và  $z_i$  nên  $a$  là một số thực.

Xét trên mặt phẳng phân bố nghiệm số  $p$  khi  $\alpha$ ,  $a$  là số thực, còn  $p$  là số phức thì khi  $\alpha$  thay đổi từ 0 ( $p = a$ ) đến  $\infty$  ( $p \rightarrow \infty$ ) phương trình (II-15) có thể viết dưới dạng :

$$\begin{aligned} \operatorname{mod}(p - a) &= \alpha^{1/(n-r)} \\ \arg(p - a) &= \frac{2k + 1}{n - r} \cdot \pi \quad \text{với } k = 0, 1, 2, \dots, n - r - 1. \end{aligned} \quad (\text{II-16})$$

Dễ dàng thấy được phương trình (II-16) mô tả một chùm  $n - r$  tia đối xứng xuất phát từ một điểm trên trục thực cách tâm tọa độ một khoảng bằng  $a$ , bởi vì  $p - a$  tăng từ 0 (khi  $p = a$ ) đến  $\infty$  (khi  $p = \infty$ ), còn hệ số góc không phụ thuộc vào  $p$ . Đây chính là phương trình các đường thẳng tiệm cận của  $n - r$  quỹ đạo nghiệm số tiến xa vô cùng khi  $\alpha \rightarrow \infty$ .

Đoạn đầu tiên của các quỹ đạo nghiệm số (khi  $\alpha$  nhỏ) thường nằm trên trục thực (các nghiệm  $z_i$  là nghiệm thực). Để xây dựng đoạn này của quỹ đạo nghiệm số ta sử dụng phương pháp sau :

Để cho các nghiệm thực  $p$  ta xây dựng đồ thị của hàm :

$$C(p) = \frac{A(p)}{B(p)}$$

Các điểm cắt của đồ thị này với đường thẳng  $- \alpha = 0$  cho ta các nghiệm  $z_i$  là điểm xuất phát của các quỹ đạo nghiệm số. Khi tăng  $\alpha$  sẽ có thể xuất hiện hiện tượng các nghiệm thực xích gần lại với nhau và đến một giá trị nào đó của  $\alpha$  một số nghiệm thực trùng nhau. Nếu tiếp tục tăng  $\alpha$  thì số nghiệm thực sẽ giảm đi. Nghĩa là quỹ đạo của một số nghiệm số đã tách rời khỏi trục thực. Như vậy điều kiện để quỹ đạo nghiệm số tách rời khỏi trục thực là :

$$\frac{dC(p)}{dp} = B(p) \cdot \frac{dA(p)}{dp} - A(p) \cdot \frac{dB(p)}{dp} = 0$$

Khi  $\alpha$  tăng lên một số quỹ đạo tiến gần đến trục ảo và đến giá trị  $\alpha_c$  nào đó

nó sẽ cắt trục ảo, hệ thống điều chỉnh tự động đạt biên giới ổn định (có nghiệm  $p = j\omega$ ).

Thay  $p = j\omega$  vào phương trình đặc tính ta được :

$$H(j\omega) = A(j\omega) + \alpha.B(j\omega) = R(\omega, \alpha) + jI(\omega, \alpha) = 0$$

Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} R(\omega, \alpha) = 0 \\ I(\omega, \alpha) = 0 \end{cases}$$

ta sẽ tìm được các giá trị  $\alpha_c$  và  $\omega_c$  mà tại đây quỹ đạo nghiệm số cắt trục ảo. Đây cũng chính là điều kiện để hệ thống điều chỉnh tự động ở biên giới ổn định.

Nếu hệ thống có nhiều thông số thay đổi ta có thể xây dựng quỹ đạo nghiệm số cho từng thông số riêng biệt với điều kiện các thông số khác được gán cố định.

*Ví dụ*

Xây dựng quỹ đạo nghiệm số của hệ thống có hàm truyền đạt

$$W(p) = \frac{K(4p + 1)}{p(2p^2 + 3p + 1) + K(4p + 1)}$$

Với K thay đổi từ 0 đến  $\infty$ .

*Bài giải*

\* Phương trình đặc tính của hệ thống

$$H(p) = p(2p^2 + 3p + 1) + K(4p + 1) = 0$$

\* Các điểm xuất phát của quỹ đạo được xác định bằng cách giải phương trình

$$A(p) = p(2p^2 + 3p + 1) = 0$$

cho ta nghiệm :  $z_1 = 0$  ;  $z_2 = -1$  ;  $z_3 = -0,5$

\* Các điểm kết thúc của quỹ đạo

$$B(p) = 4p + 1 = 0 \quad \text{suy ra} \quad q_1 = -0,25$$

Như vậy hệ thống có hai quỹ đạo nghiệm số tiến xa vô cùng khi giá trị hệ số khuếch đại  $K \rightarrow \infty$ .

\* Phương trình các đường tiệm cận

Số đường tiệm cận là 2 xuất phát từ điểm tâm có tọa độ :

$$a = [-(0 + 1 + 0,5) + 0,25]/2 = -0,625$$

- Phương trình đường tiệm cận thứ nhất

$$\text{mod}(p + 0,625) = \sqrt{K} ; \arg(p + 0,625) = \pi/2$$

- Phương trình đường tiệm cận thứ hai

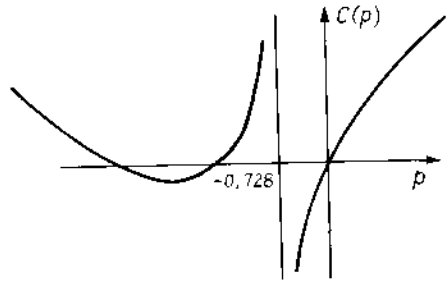
$$\text{mod}(p + 0,625) = \sqrt{K}$$

$$\arg(p + 0,625) = 3\pi/2$$

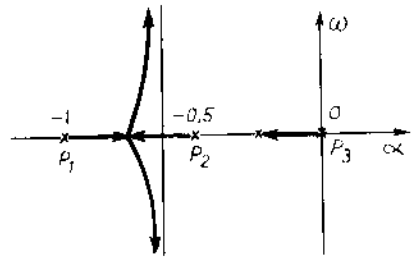
\* Xây dựng đồ thị hàm

$$C(p) = \frac{A(p)}{B(p)} = \frac{p(2p^2 + 3p + 1)}{4p + 1}$$

Hàm  $C(p)$  có tiệm cận đứng tại điểm  $p = -0,25$  và điểm cực tiểu tại  $p = -0,728$  tương ứng với giá trị  $C(-0,728) = -0,0472$ . Đồ thị hàm  $C(p)$  được mô tả trên hình II-17a. Trên cơ sở những kết quả trên đây chúng ta dễ dàng xây dựng quỹ đạo của các nghiệm số. Quỹ đạo này được mô tả trên hình II-17b. Khi  $K = 0$  phương trình đặc tính có ba nghiệm thực  $p_1 = -1$ ,  $p_2 = -0,5$  và  $p_3 = 0$ . Cho  $K$  tăng lên  $p_1$  và  $p_2$  xích gần lại với nhau, còn nghiệm  $p_3$  chuyển dịch về bên trái, cho đến lúc  $K = 0,0472$  thì  $p_1$  và  $p_2$  chập nhau. Nếu  $K$  tiếp tục tăng thì phương trình đặc tính chỉ còn lại một nghiệm thực  $p_3$  còn  $p_1$  và  $p_2$  tách rời trục thực. Khi  $K \rightarrow \infty$  quỹ đạo của  $p_3$  dừng lại ở giá trị  $-0,25$  còn  $p_1$  và  $p_2$  tiến xa vô cùng đến hai đường tiệm cận. Các quỹ đạo nghiệm số không cắt trục ảo. Như vậy hệ thống ổn định với mọi giá trị  $K > 0$ .



a)



b)

Hình II-17 Đồ thị hàm  $C(p)$  (a) và các quỹ đạo nghiệm số (b)

## §II-6 CÁC BÀI TẬP GIẢI MẪU

### Bài II-1

Hệ thống điều chỉnh tự động có hàm truyền đạt của hệ thống hở dạng :

$$W_h(p) = \frac{3p + 1}{3p(4p^4 + 2p^3 + 6p^2 + 2p + 1)}$$

Xét ổn định của hệ thống hở và hệ thống kín.

### Bài giải

+ Xét ổn định của hệ thống hở

Phương trình đặc tính của hệ thống hở :

$$3p(4p^4 + 2p^3 + 6p^2 + 2p + 1) = 0$$

Phương trình này có một nghiệm bằng 0 còn các nghiệm khác được xác định

theo phương trình

$$4p^4 + 2p^3 + 6p^2 + 2p + 1 = 0 \quad (\text{II-17})$$

Lập bảng Rao

4	6	1
2	2	
4	2	
4		

Tất cả các hệ số trong cột đầu tiên của bảng Rao dương. Như vậy tất cả các nghiệm số của phương trình (II-17) đều phân bố bên trái trục ảo.

Phương trình đặc tính của hệ thống hở có một nghiệm nằm trên trục ảo còn các nghiệm khác đều ở bên trái trục ảo. Hệ thống hở ở biên giới ổn định.

+ Xét ổn định của hệ thống kín theo tiêu chuẩn đại số

- Hàm truyền đạt của hệ thống kín

$$W_k(p) = \frac{W_h(p)}{1 + W_h(p)} = \frac{3p + 1}{3p(4p^4 + 2p^3 + 6p^2 + 2p + 1) + 3p + 1}$$

- Phương trình đặc tính của hệ thống kín

$$3p(4p^4 + 2p^3 + 6p^2 + 2p + 1) + 3p + 1 = 0$$

Khai triển ra ta được

$$12p^5 + 6p^4 + 18p^3 + 6p^2 + 6p + 1 = 0 \quad (\text{II-18})$$

Các hệ số của phương trình đặc tính dương, điều kiện ổn định cần thiết được bảo đảm.

Lập bảng Rao (dòng đầu tiên gồm các số hạng 12, 18, 6 vì vậy có thể rút gọn cho 6)

2	3	1
6	6	1
6	4	
12	6	
12		

Tất cả các số hạng trong cột đầu tiên của bảng Rao dương. Hệ thống kín ổn định.

+ Xét ổn định của hệ thống kín theo tiêu chuẩn Mikhailôp

Thay  $p = j\omega$  vào phương trình (II-18) ta được đa thức đặc tính

$$H(j\omega) = 6\omega^4 - 6\omega^2 + 1 + j(12\omega^5 - 18\omega^3 + 6\omega)$$

Tìm nghiệm của phần thực

$$6\omega^4 - 6\omega^2 + 1 = 0$$

Giải phương trình chỉ lấy nghiệm dương ta được :

$$\omega_{11} = 0,46 ; \quad \omega_{12} = 0,888$$

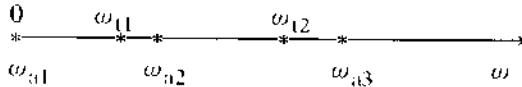
Tìm nghiệm của phần ảo

$$12\omega^5 - 18\omega^3 + 6\omega = 0$$

Giải phương trình chỉ lấy nghiệm không âm ta được :

$$\omega_{a1} = 0 ; \quad \omega_{a2} = 0,5 ; \quad \omega_{a3} = 1$$

Trên trục tần số các nghiệm của phần thực và phần ảo phân bố như sau :



Rõ ràng nghiệm của phần ảo và phần thực phân bố xen kẽ nhau bắt đầu từ nghiệm bằng 0 của phần ảo. Hệ thống kín ổn định.

+ Xét ổn định của hệ thống kín theo tiêu chuẩn Nايقوت

Theo kết quả của phân trên hệ thống hở ở biên giới ổn định. Bước tiếp theo để khảo sát ổn định của hệ thống kín phải xây dựng đặc tính TBP của hệ thống hở.

Hàm truyền tần số của hệ thống hở

$$W_h(j\omega) = \frac{3j\omega + 1}{6\omega^4 - 6\omega^2 + j(12\omega^5 - 18\omega^3 + 3\omega)}$$

Tách phần thực và phần ảo ta được :

$$\begin{aligned} R(\omega) &= \frac{6\omega^4 - 6\omega^2 + 3\omega(12\omega^5 - 18\omega^3 + 3\omega)}{(6\omega^4 - 6\omega^2)^2 + (12\omega^5 - 18\omega^3 + 3\omega)^2} \\ &= \frac{36\omega^5 - 48\omega^3 + 3\omega}{\omega(6\omega^3 - 6\omega)^2 + \omega(12\omega^4 - 18\omega^2 + 3)^2} \end{aligned} \quad (\text{II-19})$$

$$\begin{aligned} I(\omega) &= \frac{3\omega(6\omega^4 - 6\omega^2) - (12\omega^5 - 18\omega^3 + 3\omega)}{(6\omega^4 - 6\omega^2)^2 + (12\omega^5 - 18\omega^3 + 3\omega)^2} \\ &= \frac{6\omega^4 - 3}{\omega(6\omega^3 - 6\omega)^2 + \omega(12\omega^4 - 18\omega^2 + 3)^2} \end{aligned} \quad (\text{II-20})$$

Cho  $I(\omega) = 0$  ta sẽ tìm được giá trị tần số mà tại đó đặc tính TBP của hệ thống hở cắt trục thực.

Từ (II-20) ta xác định được đặc tính TBP của hệ thống hở cắt trục thực tại điểm có tần số :

$$6\omega_{ii}^4 - 3 = 0 \text{ suy ra } \omega_{ii} = 0,841$$

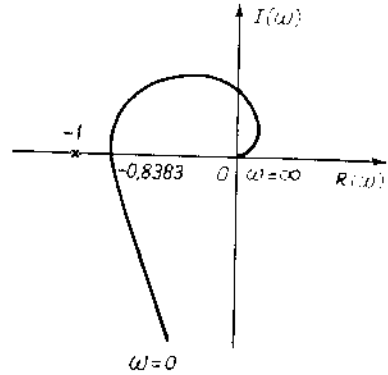
Thay  $\omega = 0,841$  vào công thức (II-19) ta được tọa độ của điểm cắt :

$$R(\omega_0) = -0,8383 > -1.$$

Như vậy đặc tính TBP của hệ thống hở cắt trục thực trong đoạn  $-1 < R(\omega) < 0$ .

Đặc tính TBP của hệ thống hở không bao điểm  $(-1, j0)$  và được mô tả trong hình II-18.

Hệ thống hở ở biên giới ổn định, đặc tính TBP của nó không bao điểm  $(-1, j0)$  như vậy theo tiêu chuẩn Nai-quyt hệ thống kín ổn định.



Hình II-18 Đặc tính TBP của hệ thống hở

Hệ thống điều chỉnh tự động có phương trình vi phân của hệ thống hở

$$2 \frac{d^4 y}{dt^4} + 3 \frac{d^3 y}{dt^3} + 2 \frac{d^2 y}{dt^2} + 2 \frac{dy}{dt} = K \left( 2 \frac{dx}{dt} + x \right)$$

Tìm K giới hạn để hệ thống kín ổn định

*Bài giải*

\* Từ phương trình vi phân ta có hàm truyền đạt của hệ thống hở

$$W_h(p) = \frac{K(2p + 1)}{2p^4 + 3p^3 + 2p^2 + 2p}$$

\* Hàm truyền đạt của hệ thống kín

$$W_k(p) = \frac{K(2p + 1)}{2p^4 + 3p^3 + 2p^2 + 2p + K(2p + 1)}$$

\* Phương trình đặc tính của hệ thống kín

$$2p^4 + 3p^3 + 2p^2 + 2p + K(2p + 1) = 0$$

Khai triển ra ta được

$$2p^4 + 3p^3 + 2p^2 + 2p(K + 1) + K = 0$$

\* Điều kiện ổn định cần thiết

$$K + 1 > 0$$

$$K > 0 \quad \text{suy ra} \quad K > 0$$

\* Lập bảng Rao



$$\begin{array}{rcl}
 2 & & 2 & & K \\
 3 & & 2K + 2 & & \\
 2 - 4K & & 3K & & \\
 -8K^2 - 9K + 4 & & & & 
 \end{array}$$

\* Điều kiện để các cột đầu tiên trong bảng Rao dương

$$\begin{array}{rcl}
 2 - 4K > 0 & \text{suy ra} & K < 0,5 \\
 -8K^2 - 9K + 4 > 0 & & 
 \end{array}$$

Giải bất phương trình ta được

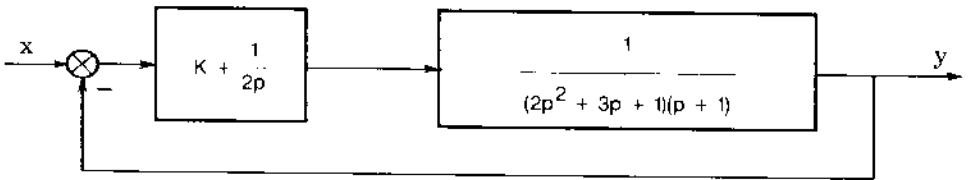
$$-1,466 < K < 0,341$$

\* Kết hợp các điều kiện ta có thể rút ra kết luận : hệ thống điều khiển ổn định khi

$$0 < K < 0,341$$

### Bài II-3

Hệ thống điều chỉnh tự động có sơ đồ cấu trúc sau :



Dùng tiêu chuẩn đại số tìm K giới hạn để hệ thống kín ổn định

### Bài giải

\* Từ sơ đồ cấu trúc ta có hàm truyền đạt của hệ thống hở

$$W_h(p) = \frac{2Kp + 1}{2p(2p^2 + 3p + 1)(p + 1)}$$

\* Hàm truyền đạt của hệ thống kín

$$W_k(p) = \frac{W_h(p)}{1 + W_h(p)} = \frac{2Kp + 1}{2p(2p^2 + 3p + 1)(p + 1) + 2Kp + 1}$$

\* Phương trình đặc tính của hệ thống kín

$$2p(2p^2 + 3p + 1)(p + 1) + 2Kp + 1 = 0$$

Từ đây ta có

$$4p^4 + 10p^3 + 8p^2 + 2(K + 1)p + 1 = 0 \quad (\text{H-21})$$

\* Điều kiện ổn định cần thiết

$$K + 1 > 0 \quad \text{suy ra} \quad K > -1$$

\* Lập bảng Rao (dòng thứ hai rút gọn đi 2 lần)

4	8	1
5	$K + 1$	
$36 - 4K$	5	
$-4K^2 + 32K + 11$		

\* Điều kiện để các số hạng trong cột đầu tiên của bảng Rao dương

$$36 - 4K > 0 \quad \text{suy ra} \quad K < 9$$

$$-4K^2 + 32K + 11 > 0$$

Giải bất phương trình ta được nghiệm -  $0,33 < K < 8,33$

\* Kết hợp tất cả các điều kiện ta có kết luận : hệ thống điều chỉnh tự động ổn định khi :

$$- 0,33 < K < 8,33$$

#### Bài II-4

Hệ thống điều chỉnh tự động có sơ đồ như trong bài II-3. Dùng tiêu chuẩn Mikhailôp tìm giới hạn của giá trị K để hệ thống kín ổn định. Vẽ biểu đồ đa thức đặc tính cho các trường hợp khác nhau của hệ số K.

#### Bài giải

Từ kết quả của bài II-3 ta có phương trình đặc tính của hệ thống kín (công thức II-21)

$$4p^4 + 10p^3 + 8p^2 + 2(K + 1)p + 1 = 0$$

Thay  $p = j\omega$  ta có đa thức đặc tính sau :

$$H(j\omega) = 4\omega^4 - 8\omega^2 + 1 + j2(K + 1)\omega - 10\omega^3$$

Tìm nghiệm của phần thực bằng cách giải phương trình

$$4\omega^4 - 8\omega^2 + 1 = 0$$

Ta được  $\omega_{11} = 0,366$  và  $\omega_{12} = 1,366$

Giải phương trình phần ảo

$$2(K + 1)\omega - 10\omega^3 = 0$$

cho ta nghiệm số :  $\omega_{11} = 0$  và  $\omega_{12} = \sqrt{(K + 1)/5}$

Theo tiêu chuẩn Mikhailôp hệ thống sẽ ổn định khi nghiệm của phần thực và phần ảo phân bố xen kẽ nhau. Nghĩa là :

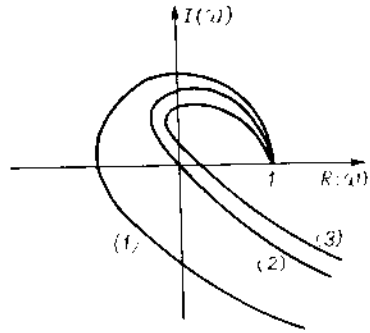
$$0,366 < \sqrt{(K + 1)/5} < 1,366$$

Sau khi biến đổi cho ta kết quả cuối cùng:

$$- 0,33 < K < 8,33$$

(Tương đương như kết quả bài II-3).

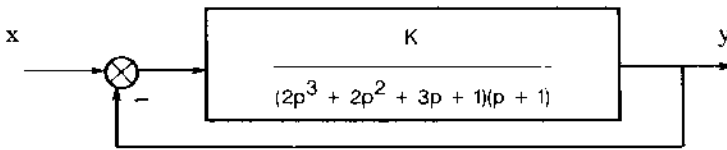
Hình II-19 mô tả biểu đồ đa thức đặc tính để cho các trường hợp khác nhau của K. Ở đây chỉ xét cho trường hợp  $K > 0$ . Đường (1) là biểu đồ khi  $0 < K < 8,33$ . Đường (2) nhận được khi  $K = 8,33$  và đường (3) khi  $K > 8,33$ .



Hình II-19 Biểu đồ đa thức đặc tính

### Bài II-5

Hệ thống điều khiển tự động có sơ đồ cấu trúc



Dùng tiêu chuẩn Naituyt xác định giới hạn của K để hệ thống ổn định.

### Bài giải

+ Xét ổn định của hệ thống hở

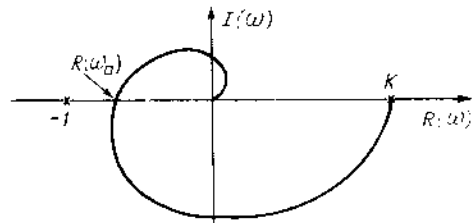
Phương trình đặc tính của hệ thống hở

$$(2p^3 + 2p^2 + 3p + 1)(p + 1) = 0$$

- Phương trình  $p + 1 = 0$  cho ta nghiệm  $p = -1$

- Phương trình  $2p^3 + 2p^2 + 3p + 1 = 0$  có các nghiệm phân bố bên trái trục ảo bởi vì  $a_1 a_2 = 6 > a_0 a_3 = 2$ .

Như vậy hệ thống hở ổn định. Theo tiêu chuẩn Naituyt, trong trường hợp này hệ thống kín ổn định khi đặc tính TBP của hệ thống hở không bao điểm  $(-1, j0)$  và có đồ thị tương đương như hình II-20. Từ đồ thị ta thấy : hệ kín ổn định khi :



Hình II-20 Đặc tính TBP của hệ hở khi hệ kín ổn định

$$\begin{cases} -1 < R(\omega_3) \\ K = R(0) > -1 \end{cases}$$

Trong đó  $\omega_3$  là tần số mà tại đây đặc tính TBP của hệ thống hở cắt trục thực.

+ Khảo sát đặc tính TBP của hệ thống hở

Từ sơ đồ cấu trúc ta có hàm truyền đạt của hệ thống hở

$$W_h(p) = \frac{K}{(2p^3 + 2p^2 + 3p + 1)(p + 1)}$$

$$W_h(p) = \frac{K}{2p^4 + 4p^3 + 5p^2 + 4p + 1}$$

Thay  $p = j\omega$  và tách phần thực và phần ảo ta được

$$R(\omega) = \frac{K(2\omega^4 - 5\omega + 1)}{(2\omega^4 - 5\omega + 1)^2 + j(4\omega - 4\omega^3)^2} \quad (\text{II-22})$$

$$I(\omega) = \frac{K(4\omega - 4\omega^3)}{(2\omega^4 - 5\omega + 1)^2 + j(4\omega - 4\omega^3)^2}$$

Cho  $I(\omega) = 0$  ta sẽ tìm được tần số cắt của đặc tính TBP với trục thực. Giá trị đó là  $\omega_0 = 1$ . Thay giá trị này vào công thức (II-22) ta được :  $R(\omega) = K / -2$  và  $R(0) = K$ .

Theo tiêu chuẩn ổn định phân tích trên đây ta có điều kiện để hệ thống kín ổn định là :

$$- K / 2 > - 1 \quad \text{và} \quad K > - 1$$

Như vậy hệ thống kín sẽ ổn định khi :  $- 1 < K < 2$

*Bài II-6*

Hệ thống điều chỉnh tự động có hàm truyền đạt của hệ thống hở

$$W_h(p) = \frac{K}{(2p^3 + 3p^2 + 4p + 5)(p - 1)}$$

Dùng tiêu chuẩn Naiquyt xác định giới hạn của  $K$  để cho hệ thống kín ổn định. Xây dựng các đặc tính TBP của hệ thống hở cho các trường hợp khác nhau của  $K$ .

*Bài giải*

+ Xét ổn định của hệ thống hở

Phương trình đặc tính của hệ thống hở

$$(2p^3 + 3p^2 + 4p + 5)(p - 1) = 0$$

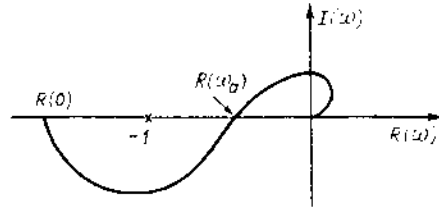
Phương trình  $p - 1 = 0$  cho nghiệm  $p = 1$  nằm bên phải trục ảo.

Phương trình

$$2p^3 + 3p^2 + 4p + 5 = 0$$

có các nghiệm nằm bên trái trục ảo bởi vì :  $a_1 \cdot a_2 = 12 > a_0 \cdot a_3 = 10$ .

trục ảo. Theo tiêu chuẩn Naiquyt hệ thống kín ổn định khi đặc tính TBP của hệ thống hở bao điểm  $(-1, j0)$  một góc bằng  $\pi$ . Đặc tính TBP của hệ thống hở cho trường hợp này được xây dựng trên hình II-21.



**Hình II-21** Đặc tính TBP của hệ thống hở có 1 nghiệm bên phải trục ảo và hệ thống kín ổn định

Từ đồ thị hình II-21 ta rút ra điều kiện để cho hệ thống kín ổn định là :

$$R(0) < -1 \text{ và } R(\omega_0) > -1$$

+ Xét đặc tính TBP của hệ thống hở

Biến đổi hàm truyền đạt của hệ thống hở sang dạng

$$W_h(p) = \frac{K}{2p^4 + p^3 + p^2 + p - 5}$$

Hàm truyền tần số của hệ thống hở

$$W_h(j\omega) = \frac{K}{2\omega^4 - \omega^2 - 5 + j(\omega - \omega^3)}$$

Tách phần thực và phần ảo ta được

$$R(\omega) = \frac{K(2\omega^4 - \omega^2 - 5)}{(2\omega^4 - \omega^2 - 5)^2 + (\omega - \omega^3)^2} \quad (\text{II-23})$$

$$I(\omega) = \frac{-K(\omega - \omega^3)}{(2\omega^4 - \omega^2 - 5)^2 + (\omega - \omega^3)^2}$$

Đặc tính TBP của hệ thống hở cắt trục thực tại tần số  $\omega_0 = 1$

Từ công thức (II-23) ta tính được :

$$R(0) = -\frac{K}{5} \text{ để cho hệ thống kín ổn định thì } R(0) < -1$$

nghĩa là  $K > 5$ . (II-24)

$$R(\omega_0) = -\frac{K}{4} \text{ để cho hệ thống kín ổn định thì } R(\omega_0) > -1$$

suy ra  $K < 4$ . (II-25)

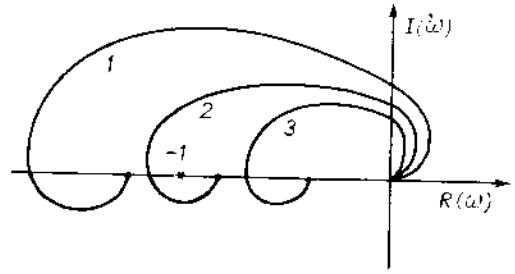
Rõ ràng hai điều kiện (II-24) và (II-25) hoàn toàn không thể kết hợp được với nhau. Chúng ta có thể rút ra kết luận : không có một giá trị K nào để cho hệ thống kín ổn định.

Hình II-22 mô tả các đặc tính TBP của hệ thống hở để cho các trường hợp khác nhau của K.

- Đường 1 nhận được khi  $K > 5$ .  
 Giá trị điểm cắt  $R(\omega_c) < -1$ . Đặc tính TBP của hệ thống hở bao điểm  $(-1, j0)$  một góc bằng  $-\pi$ .

- Đường 2 xây dựng cho trường hợp  $4 < K < 5$  cả hai tiêu chuẩn (II-24) và (II-25) đều không đáp ứng được. Đặc tính TBP của hệ thống hở bao điểm  $(-1, j0)$  một góc bằng  $-2\pi$ .

- Đường 3 không bao điểm  $(-1, j0)$ . Đặc tính TBP của hệ thống hở đặc trưng cho điều kiện  $K < 4$ .



Hình II-22 Đặc tính TBP của hệ thống hở với các hệ số  $K$  khác nhau

### Bài II-7

Hệ thống hở có hàm truyền đạt

$$W_h(p) = \frac{K}{(p+1)(2p+1)(4p+1)(5p+1)}$$

Xây dựng quỹ đạo nghiệm số của hệ thống kín.

### Bài giải

\* Hàm truyền đạt của hệ thống kín

$$W_k(p) = \frac{W_h(p)}{1 + W_h(p)} = \frac{K}{(p+1)(2p+1)(4p+1)(5p+1) + K}$$

\* Phương trình đặc tính của hệ thống kín

$$(p+1)(2p+1)(4p+1)(5p+1) + K = 0$$

$$p^4 + 1,95p^3 + 1,225p^2 + 0,3p + 0,025 + 0,025K = 0 \quad (\text{II-26})$$

\* Điểm xuất phát của các quỹ đạo được xác định bằng cách giải phương trình đặc tính khi  $K = 0$

$$A(p) = (p+1)(2p+1)(4p+1)(5p+1) = 0$$

Thu được  $z_1 = -1$ ;  $z_2 = -0,5$ ;  $z_3 = -0,25$  và  $z_4 = -0,2$

\* Các quỹ đạo không có điểm dừng cố định. Bốn đường quỹ đạo đều tiến xa vô cùng khi  $K \rightarrow \infty$ .

\* Điểm xuất phát của các đường tiệm cận

$$a = -(1 + 0,5 + 0,25 + 0,2)/4 = -0,4875$$

\* Phương trình các đường thẳng tiệm cận

- Đường thứ nhất

$$\text{mod}(p - a) = \sqrt[4]{0,025K}$$

$$\text{arg}(p - a) = \pi/4$$

- Đường thứ hai

$$\text{mod}(p - a) = \sqrt[4]{0,025K}$$

$$\text{arg}(p - a) = 3\pi/4$$

- Đường thứ ba

$$\text{mod}(p - a) = \sqrt[4]{0,025K}$$

$$\text{arg}(p - a) = 5\pi/4$$

- Đường thứ tư

$$\text{mod}(p - a) = \sqrt[4]{0,025K}$$

$$\text{arg}(p - a) = 7\pi/4$$

\* Xây dựng đồ thị hàm

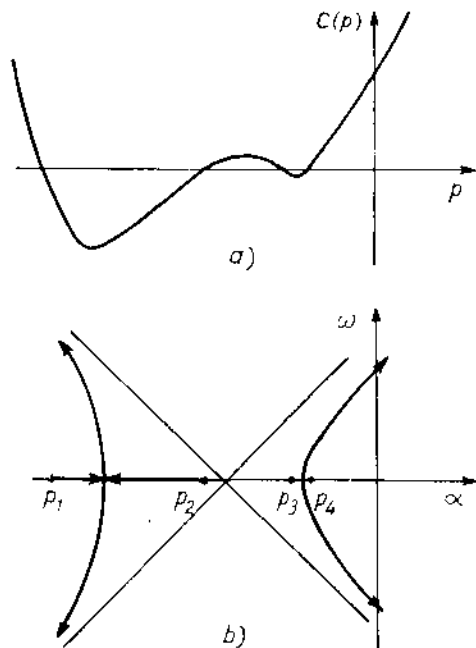
$$C(p) = \frac{A(p)}{B(p)} = (p + 1)(2p + 1)(4p + 1)(5p + 1)$$

Hàm này có ba điểm cực trị

p	C(p)	
- 0,2235	- 0,0053	cực tiểu
- 0,4	0,072	cực đại
- 0,839	- 0,893	cực tiểu

Đồ thị của hàm được mô tả trên hình II-23a, còn các đường quỹ đạo nghiệm số được mô tả trên hình II-23b. a

Khi  $K = 0$  phương trình đặc tính có bốn nghiệm  $p_1, p_2, p_3$  và  $p_4$  là bốn điểm xuất phát của quỹ đạo.  $K$  tăng lên,  $p_1$  và  $p_2, p_3$  và  $p_4$  từng cặp xích lại gần nhau.  $K = 0,0053$  nghiệm  $p_2$  và  $p_3$  chập nhau ở giá trị  $p = - 0,2235$ . Tiếp tục tăng  $K$  các quỹ đạo của  $p_3$  và  $p_4$  tách khỏi trục thực đi về hướng đường tiệm cận, còn  $p_1$  và  $p_2$  tiếp tục xích lại gần



Hình II-23 Đồ thị hàm  $C(p)$  (a) và quỹ đạo nghiệm số (b)

nhau. Khi  $K$  đạt đến giá trị 0,893 thì  $p_1$  và  $p_2$  chập nhau tại điểm  $p = -0,839$ . Sau đấy hai quỹ đạo này sẽ tách khỏi trục thực để đi về hướng các đường tiệm cận.

Để xác định điểm cắt của quỹ đạo nghiệm số với trục ảo ta thay  $p = j\omega$  vào phương trình đặc tính (II-26) rồi tách phần thực và phần ảo ta thu được hệ phương trình :

$$\omega^4 - 1,225\omega^2 + 0,025 + 0,025K = 0$$

$$0,3\omega - 1,95\omega^3 = 0$$

Giải hệ phương trình ta thu được nghiệm :

$$\omega_c = \pm 0,3922$$

$$K_c = 5,588$$

Hệ thống ổn định khi  $K < 5,588$



## ĐÁNH GIÁ CHẤT LƯỢNG QUÁ TRÌNH QUÁ ĐỘ

### §III-1 CÁC CHỈ TIÊU CHẤT LƯỢNG QUÁ ĐỘ CỦA QUÁ TRÌNH ĐIỀU CHỈNH

Ổn định mới chỉ là chỉ tiêu đầu tiên để nói rằng hệ thống có làm việc được hay không, còn chất lượng quá trình quá độ mới nói tới việc hệ thống điều chỉnh tự động có sử dụng được hay không. Có ba loại chỉ tiêu chất lượng cơ bản : chỉ tiêu ở trạng thái tĩnh, chỉ tiêu quá độ và chỉ tiêu tích phân.

#### III-1.1. CHỈ TIÊU CHẤT LƯỢNG TRẠNG THÁI TĨNH

Trạng thái tĩnh của hệ thống được đánh giá bằng sai lệch dư của điều chỉnh. Nó là giá trị sai lệch còn tồn tại sau khi quá trình điều chỉnh đã kết thúc. Chỉ tiêu về độ chính xác của điều chỉnh này do yêu cầu của quy trình công nghệ đặt ra mà hệ thống điều chỉnh nhất thiết phải đáp ứng được. Giá trị sai lệch dư theo lý thuyết được kí hiệu là  $\delta$  và được tính theo công thức :

$$\delta = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t)$$

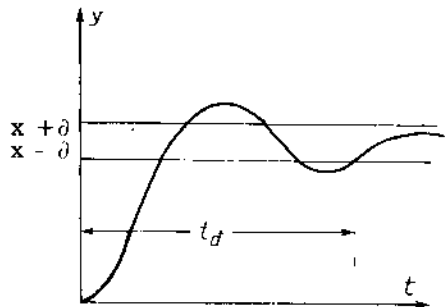
Trong đó  $e(t)$  là sai lệch động tồn tại trong quá trình điều chỉnh.

#### III-1.2. CHỈ TIÊU TRẠNG THÁI QUÁ ĐỘ

Trạng thái quá độ của điều chỉnh được đánh giá bằng hai chỉ tiêu cơ bản là thời gian kéo dài của quá trình điều chỉnh và tính dao động của điều chỉnh. Các chỉ tiêu này cũng do yêu cầu chất lượng của quy trình công nghệ đặt ra.

##### III-1.2a. Thời gian điều chỉnh

Khoảng thời gian kể từ thời điểm bắt đầu có nhiễu tác động cho đến khi sai lệch của quá trình điều chỉnh nằm trong giới hạn sai số cho phép  $\delta$  được gọi là thời gian điều chỉnh và được kí hiệu là  $t_d$ . Như vậy thời gian điều chỉnh không những phụ thuộc vào trạng thái của hệ thống mà còn phụ thuộc vào yêu cầu về độ chính xác của điều chỉnh. Hình III-1 mô tả cách xác định thời gian điều chỉnh.



Hình III-1 Thời gian điều chỉnh  $t_d$

### III-1.2b. Độ quá điều chỉnh

Độ quá điều chỉnh đặc trưng cho tính dao động của quá trình điều chỉnh. Độ quá điều chỉnh được kí hiệu là  $\sigma$  và được tính như sau :

- Để cho hệ thống tác động theo nhiễu đặt trước (xem hình III-2) :

$$\sigma\% = \frac{y_{\max} - y_{\infty}}{y_{\infty}} \cdot 100\%$$

Trong đó :

$y_{\max}$  là giá trị ra cực đại ;

$y_{\infty}$  là giá trị xác lập của đại lượng ra ;

- Để cho hệ thống tác động theo nhiễu phụ tải (xem hình III-3) :

$$\sigma\% = \frac{e_2}{e_1} \cdot 100\%$$

Trong đó

$e_1$  là biên độ của nửa chu kì dao động đầu tiên ;

$e_2$  là biên độ của nửa chu kì dao động thứ hai ;

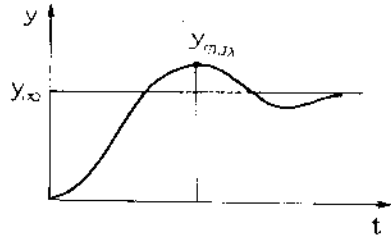
Như vậy nếu  $\sigma \leq 0$  thì hệ thống sẽ không dao động.

### III-1.3. CÁC CHỈ TIÊU TÍCH PHÂN

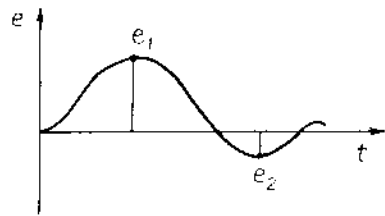
Quá trình quá độ điều chỉnh có thể đánh giá tốt hay xấu thông qua giá trị tích phân của sai lệch giữa giá trị chủ đạo và giá trị tức thời đo được của đại lượng cần điều chỉnh.

Đối với hệ thống điều chỉnh không dao động với sự thay đổi của sai lệch điều chỉnh được mô tả trong hình III-4 có thể sử dụng chỉ tiêu tích phân dạng :

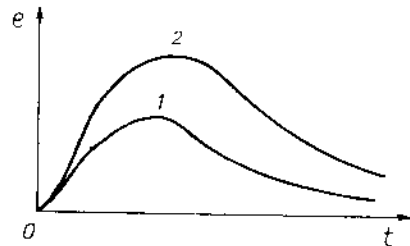
$$J_1 = \int_0^{\infty} e \cdot dt \quad (III-1)$$



Hình III-2 Độ quá điều chỉnh theo nhiễu đặt trước



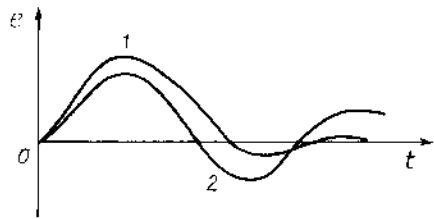
Hình III-3 Độ quá điều chỉnh theo nhiễu phụ tải



Hình III-4 Quá độ không dao động

để đánh giá chất lượng của quá trình quá độ. Rõ ràng theo đồ thị hình III-4 ta thấy quá trình quá độ trong trường hợp 1 tốt hơn trường hợp 2. Đồng thời giá

trị tích phân sai lệch xác định theo công thức (III-1) của đường 1 nhỏ hơn đường 2. Như vậy  $J_1$  càng nhỏ thì quá trình quá độ xảy ra càng nhanh và ngược lại. Quá trình điều chỉnh sẽ tốt nhất nếu  $J_1 \rightarrow \min$ . Nhưng để cho hệ thống dao động có sự thay đổi của giá trị sai lệch được mô tả trong hình III-5 thì chỉ tiêu này không sử dụng được, vì lúc đấy giá



Hình III-5 Quá độ có dao động

trị tích phân có lúc dương, lúc âm phụ thuộc vào dấu của  $e$  nên tổng giá trị tích phân có thể nhỏ mà quá trình điều chỉnh kém. Quan sát đồ thị trên hình III-5 ta có thể khẳng định quá trình điều chỉnh trong trường hợp 1 tốt hơn trường hợp 2. Nhưng giá trị tích phân lấy theo công thức III-1 của trường hợp 1 sẽ lớn hơn trường hợp 2. Để cho trường hợp này ta phải sử dụng tích phân dạng :

$$J_2 = \int_0^{\infty} |e| \cdot dt \quad (\text{III-2})$$

Với công thức này dấu của  $e$  không còn ảnh hưởng đến giá trị tích phân nữa. Giá trị tích phân sai lệch lấy theo công thức (III-2) của trường hợp 1 nhỏ hơn trường hợp 2 và quá trình điều chỉnh sẽ được đánh giá tốt nhất nếu  $J_2 \rightarrow \min$ .

Tuy tích phân  $J_2$  có thể sử dụng để đánh giá chất lượng của quá trình quá độ cho cả trường hợp hệ thống dao động và không dao động, nhưng trong thực tế nó hoàn toàn không được sử dụng vì muốn tính theo công thức (III-2) thì trước hết phải biết được đường biến thiên của  $e$ .

Để thuận tiện cho việc đánh giá chất lượng quá trình quá độ chúng ta sử dụng chỉ tiêu tích phân bình phương sai lệch được tính theo công thức dạng :

$$J_3 = \int_0^{\infty} e^2 \cdot dt \quad (\text{III-3})$$

Giá trị tích phân này có thể xác định thông qua chuyển đổi Furie của  $e$  theo công thức Reili :

$$J_3 = \int_0^{\infty} e^2 \cdot dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [e(j\omega)]^2 \cdot d\omega = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} [e(j\omega)]^2 \cdot d\omega$$

Các tiêu chuẩn tích phân nêu ra trên đây có một nhược điểm cơ bản là chưa đánh giá sự ảnh hưởng của tốc độ thay đổi của  $e$  lên chất lượng quá trình quá độ. Vì vậy chưa thể khẳng định ngay giá trị tích phân nhỏ nhất là quá trình điều chỉnh tốt nhất. Trong nhiều trường hợp khi chọn được tham số của hệ thống để giá trị tích phân tính theo công thức (III-3) là nhỏ nhất nhưng dẫn tới hệ thống

dao động rất lớn mà thực tế điều chỉnh không chấp nhận được. Để khắc phục nhược điểm này có thể sử dụng chỉ tiêu tích phân dạng :

$$J_4 = \int_0^{\infty} \left[ e^2 + \alpha \cdot \left( \frac{de}{dt} \right)^2 \right] dt \quad (\text{III-4})$$

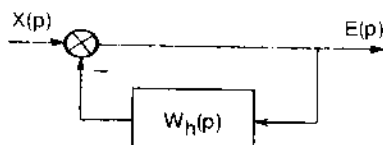
Trong đó  $\alpha$  là giá trị cố định.

Chỉ tiêu tích phân tính theo công thức (III-4) cho ta sự đánh giá đầy đủ về chất lượng của quá trình quá độ. Khi đạt được  $J_4$  min nghĩa là đạt được giá trị  $J_3$  nhỏ nhưng tốc độ thay đổi của sai lệch cũng không cao. Đối với từng hệ thống riêng biệt phải chọn được giá trị  $\alpha$  thích hợp. Nếu chất lượng điều chỉnh không cho phép dao động lớn thì chọn  $\alpha$  lớn. Ngược lại có thể chọn  $\alpha$  nhỏ cho quá trình điều chỉnh cho phép dao động lớn.

### §III-2 ĐÁNH GIÁ CHẤT LƯỢNG HỆ THỐNG Ở TRẠNG THÁI XÁC LẬP

Chất lượng của hệ thống ở trạng thái tĩnh được đánh giá bằng giá trị sai lệch tĩnh của quá trình điều chỉnh. Để xác định sai số tĩnh của hệ thống có thể sử dụng định lý mối liên hệ giữa sự tiến tới giới hạn của hàm gốc và hàm ảnh trong chuyển đổi Laplace. Mối liên hệ đó được biểu diễn qua công thức :

$$\sigma = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot E(p)$$



Hình III-6 Mô hình hệ thống với tín hiệu vào là  $x$  và ra là  $e$

Theo sơ đồ cấu trúc hình III-6 chúng ta có thể xác định được giá trị  $e(p)$  theo biến đổi Laplace của tín hiệu vào và hàm truyền đạt của hệ thống hở bằng công thức :

$$E(p) = - \frac{1}{1 + W_h(p)} X(p)$$

Trong đó  $W_h(p)$  là hàm truyền đạt của hệ thống hở.

Dạng tổng quát hàm truyền của hệ thống hở được mô tả theo công thức :

$$W_h(p) = \frac{k}{p^z} \cdot W_0(p)$$

Trong đó  $K$  là hệ số ;

$z$  là số lượng khâu tích phân có trong hệ thống hở ;

Còn

$$W_0(p) = \frac{b_0 \cdot p^m + b_1 \cdot p^{m-1} + \dots + b_{m-1} \cdot p + 1}{a_0 \cdot p^n + a_1 \cdot p^{n-1} + \dots + a_{n-1} \cdot p + 1}$$

Như vậy :

$$E(p) = \frac{p^z}{p^z + K.W_0(p)} \cdot X(p)$$

và

$$\partial = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{p^{z+1}}{p^z + K.W_0(p)} \cdot X(p)$$

### III-2.1. TÍN HIỆU VÀO LÀ NHIỀU BẬC THANG $X(t) = A.1(t)$

Chuyển đổi Laplace của nó có dạng :

$$X(p) = \frac{A}{p}$$

- Nếu số lượng khâu tích phân có trong hệ thống  $z = 0$  thì

$$\partial = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{p}{1 + K.W_0(p)} \cdot \frac{A}{p} = \frac{A}{1 + K}$$

Hệ thống luôn luôn tồn tại sai lệch dư.

- Khi  $z = 1$

$$\partial = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{p^2}{p + K.W_0(p)} \cdot \frac{A}{p} = 0$$

Như vậy khi nhiều tác động ở đầu vào là bậc thang thì để triệt tiêu được sai lệch dư trong hệ thống ít nhất phải có một khâu tích phân.

### III-2.2. TÍN HIỆU VÀO CÓ DẠNG ĐƯỜNG TÍCH PHÂN $X(t) = A.t$

Chuyển đổi Laplace của nó là :

$$X(p) = \frac{A}{p^2}$$

- Khi  $z = 0$

$$\partial = \lim_{p \rightarrow 0} = \frac{p}{1 + K.W_0(p)} \cdot \frac{A}{p^2} = \infty$$

Theo thời gian điều chỉnh sai lệch ngày càng tăng lên. Nói chung trường hợp này hệ thống không thể sử dụng.

- Khi  $z = 1$

$$\partial = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{p^2}{p + K.W_0(p)} \cdot \frac{A}{p^2} = \frac{A}{K}$$

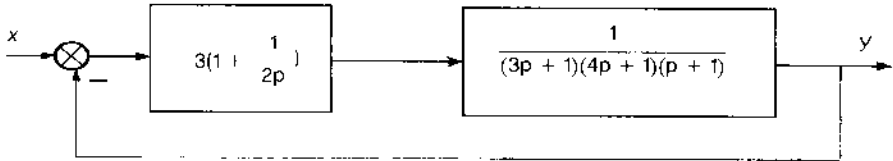
Sai lệch là một giá trị cố định.

- Khi  $z = 2$

$$\partial = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{p^3}{p^2 + K.W_0(p)} \cdot \frac{A}{p^2} = 0$$

Như vậy khi tín hiệu vào là hàm A.t thì để điều chỉnh được trong hệ thống phải có một khâu tích phân, còn để triệt tiêu được sai lệch dư thì trong hệ thống phải có ít nhất hai khâu tích phân.

Ví dụ III-1 : Xác định sai lệch tĩnh của hệ thống có sơ đồ cấu trúc được mô tả trong hình III-7 với tín hiệu vào  $x = 15$  và  $x = 3t$ .



Hình III-7 Sơ đồ cấu trúc hệ thống

Bài giải

\* Hàm truyền đạt của hệ thống hở

$$W_h(p) = \frac{3(2p + 1)}{2p(3p + 1)(4p + 1)(p + 1)}$$

$$W_h(p) = \frac{1,5}{p} \frac{2p + 1}{12p^3 + 19p^2 + 8p + 1}$$

\* Như vậy : hệ số truyền của hệ thống  $K = 1,5$  ;

số lượng khâu tích phân trong hệ thống  $z = 1$  ;

\* Theo kết quả phân tích trên đây ta có thể kết luận :

- Khi nhiễu vào là  $x = 15$  thì sai lệch tĩnh của hệ thống  $\theta = 0$  ;

- Khi nhiễu vào là  $x = 3.t$  thì sai lệch tĩnh của hệ thống

$$\theta = 3/1,5 = 2$$

### §III-3 ĐÁNH GIÁ CHẤT LƯỢNG TRẠNG THÁI QUÁ ĐỘ

Trạng thái quá độ của hệ thống được đánh giá bằng mức độ dao động và thời gian quá độ. Có rất nhiều phương pháp đánh giá chất lượng trạng thái quá độ nhưng ở đây chỉ giới thiệu hai phương pháp là: đánh giá theo sự phân bố nghiệm số của chương trình đặc tính và theo đặc tính TBP của hệ thống hở.

#### III-3.1. ĐÁNH GIÁ CHẤT LƯỢNG QUÁ ĐỘ THEO SỰ PHÂN BỐ NGHIỆM SỐ CỦA PHƯƠNG TRÌNH ĐẶC TÍNH

Xét hệ thống điều chỉnh tự động có hàm truyền đạt :

$$W_k(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{Q(p)}{P(p)}$$

Nếu đầu vào của hệ thống cho tác động một xung đơn vị, nghĩa là  $X(p) = 1$ , thì đầu ra sẽ nhận được hàm trọng lượng ( $Y(p) = K(p)$ ) và chuyển đổi Laplace của nó chính là hàm truyền đạt của hệ thống.

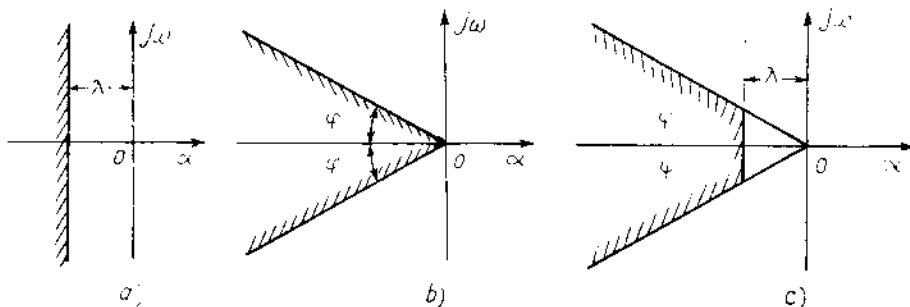
Trong phần này chúng ta chỉ xét cho trường hợp hệ thống ổn định khi tất cả các nghiệm của phương trình đặc tính  $P(p) = 0$  phân bố bên trái trục ảo. Dựa vào sự phân bố nghiệm số của phương trình đặc tính có thể đánh giá được phần nào chất lượng của quá trình quá độ (đánh giá được đặc tính của hàm trọng lượng).

- Nếu tất cả các nghiệm số của phương trình đặc tính phân bố trên trục thực (chỉ có nghiệm thực) thì hệ thống không dao động.

- Nếu có nghiệm nằm ngoài trục thực thì hệ thống sẽ dao động.

Để đánh giá được chính xác quá trình quá độ phải biết chính xác nghiệm số của phương trình đặc tính. Có nghĩa là phải giải phương trình đặc tính. Nhưng việc này là hết sức khó khăn và phần lớn trường hợp trong thực tế là không thực hiện được. Tuy nhiên có thể không cần giải phương trình đặc tính mà biết được vùng phân bố nghiệm số của nó trên nửa mặt phẳng nằm bên trái trục ảo. Ví dụ: có thể tìm được giá trị  $\lambda$  là giá trị phần thực của nghiệm số gần trục ảo nhất so với các nghiệm số khác. Như vậy vùng gạch sọc trên hình III-8a là vùng phân bố nghiệm số của phương trình đặc tính. Giá trị  $\lambda$  được gọi là hệ số tắt dần hay còn gọi là mức độ ổn định của hệ thống.

Cũng có thể không cần giải phương trình đặc tính mà tìm được giá trị góc  $2\varphi$  tương ứng với phần gạch sọc trên hình III-8b trong đó phân bố tất cả các nghiệm số của phương trình đặc tính. Giá trị  $m = -\cot\varphi$  được gọi là mức độ dao động của hệ thống. Cả  $\lambda$  và  $m$  đều là những chỉ tiêu gián tiếp để đánh giá chất lượng của quá trình quá độ. Nếu kết hợp  $\lambda$  với  $m$  chúng ta sẽ được sự phân bố nghiệm số của phương trình đặc tính trong phần gạch sọc trên hình III-8c.



Hình III-8 Các vùng phân bố nghiệm số

Khi có phương trình đặc tính của hệ thống chúng ta hoàn toàn có thể xác định được gần đúng vùng phân bố nghiệm số của nó. Tuy nhiên việc xác định

này tương đối phức tạp và không lí thú bằng việc xác định vùng giới hạn các tham số của hệ thống sao cho nghiệm số của phương trình đặc tính phân bố theo sự mong muốn của chúng ta.

Muốn cho hệ thống có mức độ ổn định cho trước là  $\lambda$  chỉ cần thay  $p = -\lambda + j\omega$  vào phương trình đặc tính của hệ thống và tiến hành phân vùng như phân miền D. Đường cong phân vùng này sẽ chia vùng ổn định của hệ thống ra hai vùng : vùng các tham số của hệ thống sao cho nó có độ ổn định  $> \lambda$  và vùng có mức độ ổn định  $< \lambda$ . Để biết được vùng nào có mức độ ổn định cao hơn ta cũng dùng nguyên lí gạch sọc như trong phân miền D. Vùng nào có số lần gạch sọc nhiều hơn thì có mức độ ổn định cao hơn.

Nếu cần giới hạn mức độ dao động của hệ thống là  $m$  thì phải thay  $p = \omega(m + j)$  vào phương trình đặc tính khi  $\omega$  thay đổi từ  $-\infty$  đến 0 và thay  $p = \omega(-m + j)$  vào phương trình đặc tính khi  $\omega$  thay đổi từ 0 đến  $\infty$ . Hai đường này kết hợp lại với nhau tạo thành một đường ranh giới chia vùng ổn định thành hai phần. Một phần có mức độ dao động  $< m$ , còn phần kia có mức độ dao động lớn hơn. Để phân biệt được vùng nào hệ thống ít dao động hơn cũng sử dụng nguyên lí gạch sọc như phân miền D. Vùng nào có gạch sọc nhiều hơn thì hệ thống sẽ ít dao động hơn.

Chúng ta cũng có thể phân vùng trong toạ độ các tham số sao cho hệ thống có mức độ ổn định là  $\lambda$  và mức độ dao động  $m$ . Muốn thực hiện điều này chúng ta chia  $\omega$  thành ba đoạn : đoạn I giá trị  $\omega$  thay đổi từ  $-\infty$  đến  $-\lambda/m$ , đoạn thứ hai từ  $-\lambda/m$  đến  $\lambda/m$  và đoạn thứ ba từ  $\lambda/m$  đến  $\infty$ . Trong đoạn  $\omega$  thay đổi từ  $-\lambda/m$  đến  $\lambda/m$  việc phân vùng thực hiện theo mức độ ổn định  $\lambda$  còn hai đoạn khác được phân vùng theo mức độ dao động  $m$ . Kết quả của ba đoạn này sẽ phân vùng ổn định ra một vùng thoả mãn điều kiện giới hạn về  $\lambda$  và  $m$ .

Tính tắt dần của quá trình quá độ cơ bản được quyết định bằng giá trị  $\lambda$  và được xác định gần đúng theo công thức :

$$e(t) = e_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

Trong đó  $e_0$  là giá trị sai lệch ban đầu. Nếu quá trình điều chỉnh đòi hỏi xảy ra trong khoảng thời gian  $t_d$  và sai lệch tính là  $\delta$  thì có thể xác định giá trị mức độ tắt dần giới hạn theo công thức :

$$\lambda = \ln[e_0/\delta] / t_d$$

Tính dao động của hệ thống điều chỉnh tự động có thể đánh giá gần đúng thông qua mức độ dao động  $m$ , tức là thông qua nghiệm số của hệ thống nằm trên đường ranh giới mức độ dao động  $m$ . Ta có :

$$e(t) = e_0 \cdot e^{\omega(-m + j)t}$$

Biên độ dao động sau thời gian một nửa chu kì  $t = T/2$  sẽ là :

$$e(T/2) = e_0 \cdot e^{-m\omega T/2} = e_0 \cdot e^{-m\pi}$$



Độ quá điều chỉnh của hệ thống có thể xác định gần đúng theo công thức :

$$\sigma = \frac{e(T/2)}{e(0)} = e^{-m.\pi}$$

Như vậy có thể xác định giá trị  $m$  tới hạn khi hệ thống đòi hỏi có độ quá điều chỉnh  $\sigma\%$  cho trước theo công thức :

$$m = - \frac{\ln \sigma}{\pi}$$

Ví dụ III-2. Phân vùng giới hạn cho hệ thống có một tham số thay đổi được mô tả trong bài II-5 sao cho hệ thống có mức độ ổn định lớn hơn một giá trị  $\lambda$  cho trước.

*Bài giải :*

Dựa vào kết quả nhận được trong bài II-5 ta có phương trình đặc tính của hệ thống :

$$6p^3 + 11p^2 + 6p + 1 + K = 0$$

Thay  $p = -\lambda + j\omega$  vào ta được :

$$6(-\lambda + j\omega)^3 + 11(-\lambda + j\omega)^2 - 6\lambda + 6j\omega + 1 + K = 0$$

Khai triển ra và chuyển vế ta được :

$$K = (6\lambda^3 - 18\lambda\omega^2 - 11\lambda^2 + 6\lambda + 11\omega^2 + 1) + j(6\omega^3 - 18\lambda^2\omega + 22\lambda\omega - 6\omega)$$

Phần thực :

$$R_k(\omega) = (11 - 18\lambda)\omega^2 + (6\lambda^3 - 11\lambda^2 + 6\lambda - 1)$$

Phần ảo :

$$I_k(\omega) = (6\omega^2 - 18\lambda^2 + 22\lambda - 6)\omega$$

Cho những giá trị  $\lambda$  khác nhau ta sẽ xây dựng được các đường phân vùng tham số của hệ thống theo mức độ ổn định và được mô tả trên hình III-9. Khi  $\lambda = 0$  ta được đường phân miền D như đã khảo sát ở trên. Cho  $\lambda = 0,2$  ta có :

$$R_k(\omega) = 7,4\omega^2 - 0,192 \quad R_k(\omega) = 0 \quad \text{khí} \quad \omega = \pm 0,161$$

$$I_k(\omega) = \omega(6\omega^2 - 2,32) \quad I_k(\omega) = 0 \quad \text{khí} \quad \omega = 0 \text{ và } \omega = \pm 0,622$$

Để xây dựng đường ranh giới ta lập bảng sau :

$\omega$	$-\infty$	$-0,622$	$-0,161$	$0$	$0,161$	$0,622$	$\infty$
$R_k(\omega)$	$\infty$	$2,67$	$0$	$-0,192$	$0$	$2,67$	$\infty$
$I_k(\omega)$	$-\infty$	$0$	$0,348$	$0$	$-0,348$	$0$	$\infty$

Kết quả xây dựng đường phân vùng được mô tả trên hình III-9 đường  $\lambda=0,2$ .

Vùng I cả ba nghiệm của phương trình đặc tính có phần thực  $< -0,2$ . Vùng II phương trình đặc tính có hai nghiệm với phần thực  $< -0,2$  còn vùng III chỉ

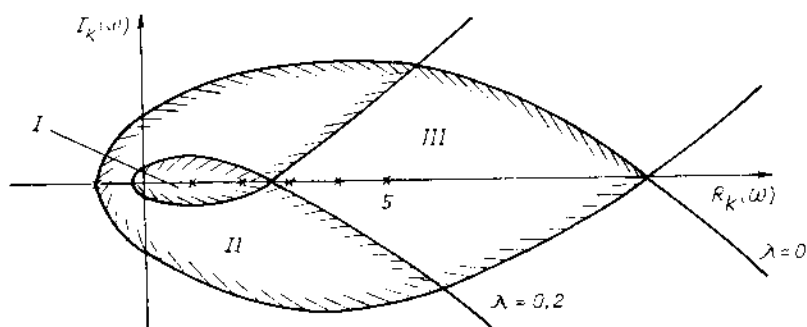
có một nghiệm với phần thực  $< -0,2$ .

Nếu chúng ta tăng  $\lambda$  lên thì vùng I sẽ bị thu hẹp dần và đến một giá trị nào đó của  $\lambda$  nó chỉ còn lại một điểm. Giá trị  $\lambda$  này chính là giới hạn mức độ ổn định cực đại của hệ thống. Giá trị  $\lambda$  này tương ứng với điều kiện sao cho phương trình  $I_k(\omega) = 0$  có một nghiệm thực nhất  $\omega = 0$ . Nghĩa là giá trị  $\lambda$  giới hạn được xác định theo điều kiện :

$$18\lambda^2 - 22\lambda + 6 = 0$$

Giải phương trình ta được  $\lambda_1 = 0,411$  và  $\lambda_2 = 0,811$

Như vậy giá trị mức độ ổn định cực đại  $\lambda_{\max} = 0,411$ .



Hình III-9 Mô tả phân vùng giới hạn mức độ ổn định  $\lambda$

Ví dụ III-3. Cùng bài toán trên xây dựng vùng giới hạn theo mức độ dao động  $m$  cho trước.

Bài giải :

Phương trình đặc tính của hệ thống :

$$6p^3 + 11p^2 + 6p + 1 + K = 0$$

\* Để xây dựng đường ranh giới khi  $\omega$  thay đổi từ  $-\infty$  đến 0 ta thay  $p = \omega(m + j)$  vào phương trình đặc tính và được :

$$6\omega^3(m + j)^3 + 11\omega^2(m + j)^2 + 6(m + j)\omega + 1 + K = 0$$

Khai triển và chuyển về ta được dạng :  $K = R(\omega) + jI(\omega)$

Với  $R(\omega) = (18m - 6m^3)\omega^3 + (1 - m^2).11\omega^2 - 6m\omega - 1$

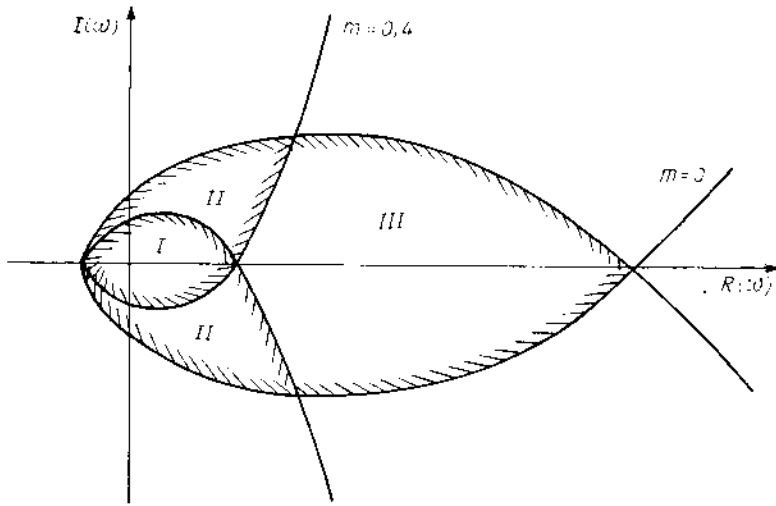
$$I(\omega) = (6 - 18m^3)\omega^3 - 22m\omega^2 - 6\omega$$

\* Để xây dựng đường ranh giới khi  $\omega$  thay đổi từ 0 đến  $\infty$  ta thay  $p = \omega(-m + j)$  vào phương trình đặc tính. Khai triển và chuyển về ta được phương trình dạng  $K = R(\omega) + jI(\omega)$ .

Với  $R(\omega) = (6m^3 - 18m)\omega^3 + (1 - m^2).11\omega^2 + 6m\omega - 1$

$$I(\omega) = (6 - 18m^3)\omega^3 + 22m\omega^2 - 6\omega$$

Hình III-10 mô tả kết quả xây dựng đường ranh giới phân vùng khí cho



Hình III-10 Phân vùng theo mức độ dao động  $m$

Đường phân vùng này chia vùng ổn định ra ba phần. Vùng I hệ thống ít dao động nhất. Trong vùng II tính dao động của hệ thống tăng lên, còn vùng III hệ thống sẽ dao động lớn. Khi giá trị  $m$  tăng lên thì vùng I càng thu hẹp lại.

### III-3.2. ĐÁNH GIÁ CHẤT LƯỢNG QUÁ ĐỘ THEO ĐẶC TÍNH TBP CỦA HỆ THỐNG HỖ

Hàm truyền đạt của hệ thống kín được xác định theo công thức :

$$W_k(p) = \frac{W_h(p)}{1 + W_h(p)}$$

Trong đó  $W_h(p)$  là hàm truyền đạt của hệ thống hở.

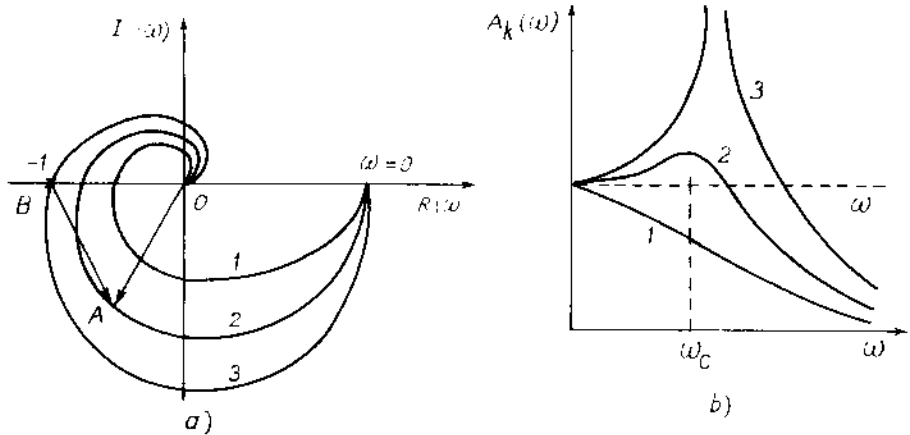
Như vậy đặc tính BT của hệ thống kín được xác định như sau :

$$A_k(\omega) = \frac{|W_h(j\omega)|}{|1 + W_h(j\omega)|} \quad (\text{III-5})$$

Tử số của công thức (III-5) là độ dài của vectơ đặc tính TBP OA của hệ thống hở (xem hình III-11a), còn mẫu số là độ dài của vectơ BA. Hình III-11b mô tả đặc tính BT của hệ thống kín có đặc tính TBP của hệ thống hở tương ứng được mô tả trên hình III-5a. Đặc tính BT này luôn luôn tồn tại một tần số  $\omega_c$  nào đó mà tại đây nó đạt đến giá trị cực đại.

$$A_k(\omega_c) = \frac{|W_h(j\omega_c)|}{|1 + W_h(j\omega_c)|}$$

Khi đặc tính TBP của hệ thống hở ở xa điểm  $B(-1, j0)$  (đường 1 trên hình III-11a) thì  $A_k(\omega)$  đạt cực đại khi  $\omega = 0$  (đường 1 trong hình III-11b). Trong trường hợp này hệ thống không dao động. Đặc tính TBP của hệ thống hở càng xích gần đến điểm  $B(-1, j0)$  (đường 2 trong hình III-11a) thì giá trị  $A_k(\omega_c)$  càng tăng lên (đường 2 trong hình III-11b) đồng thời tính chất dao động của hệ



Hình III-11 Đặc tính TBP của hệ thống hở (a) và đặc tính BT của hệ thống kín (b)

thống cũng tăng theo. Nếu đặc tính TBP của hệ thống hở đi qua điểm  $B(-1, j0)$  (đường 3 trong hình III-11a) thì  $A_k(\omega_c)$  đạt giá trị vô cùng lớn (đường 3 trong hình III-11b). Quá trình quá độ dao động có biên độ không đổi, hệ thống ở biên giới ổn định. Như vậy tính chất của quá trình quá độ có thể đánh giá thông qua giá trị cực đại này của đặc tính BT của hệ thống kín.

Giá trị :

$$M = \frac{|W_h(j\omega_c)|}{|1 + W_h(j\omega_c)|} = \frac{|R(\omega_c + jI(\omega_c))|}{|1 + R(\omega_c + jI(\omega_c))|} \quad (\text{III-6})$$

đặc trưng cho mức độ dao động của hệ thống và được gọi là chỉ số dao động của hệ thống điều chỉnh tự động.

Giá trị  $M$  càng lớn thì tính chất dao động của hệ thống càng tăng. Để đánh giá chỉ số dao động  $M$  của hệ thống kín dựa theo đặc tính TBP của hệ thống hở trước hết chúng ta xây dựng các đường cong  $M = \text{const}$ . Đặc tính của đường cong này được xác định như sau : từ công thức (III-6) ta có :

$$M^2 = \frac{R^2(\omega_c) + I^2(\omega_c)}{[1 + R(\omega_c)]^2 + I^2(\omega_c)}$$

$$M^2 + 2.M^2.R(\omega_c) + M^2.R^2(\omega_c) + M^2.I^2(\omega_c) = R^2(\omega_c) + I^2(\omega_c)$$

$$R^2(\omega_c) - 2. \frac{M^2}{1 - M^2} R(\omega_c) + \left(\frac{M^2}{1 - M^2}\right)^2 + I^2(\omega_c) = \frac{M^2}{1 - M^2} + \left(\frac{M^2}{1 - M^2}\right)^2$$

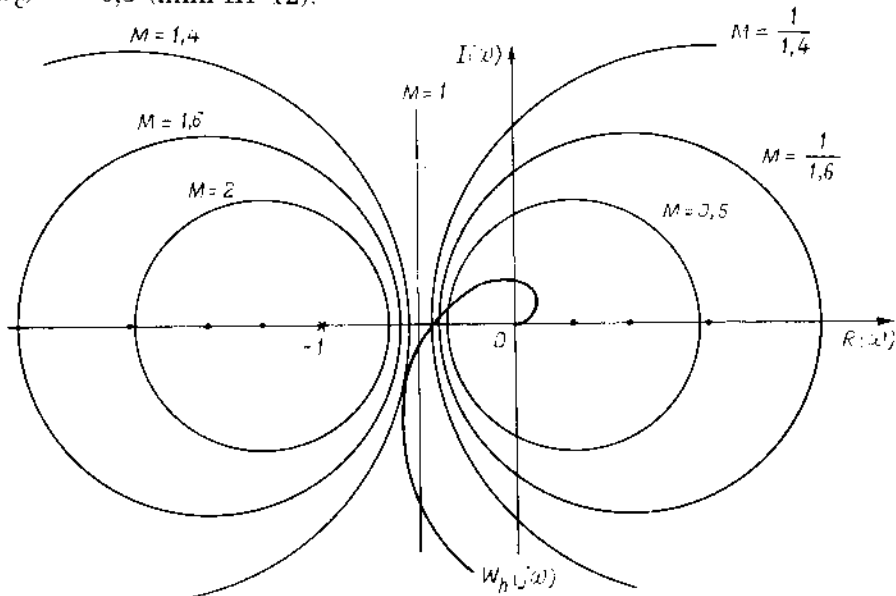
Suy ra

$$\left( R(\omega_c) - \frac{M^2}{1 - M^2} \right)^2 + I^2(\omega_c) = \left( \frac{M}{1 - M^2} \right)^2$$

Đây chính là phương trình của đường tròn trong hệ tọa độ  $R(\omega_c)$  và  $I(\omega_c)$  có tâm nằm trên trục thực và cách tâm tọa độ một khoảng bằng

$$\frac{M^2}{1 - M^2} \text{ và bán kính } r = \left| \frac{M}{1 - M^2} \right|$$

Cho các giá trị  $M$  khác nhau chúng ta sẽ xây dựng được một họ đường tròn gọi là đường tròn  $M$ . Khi  $M = 1$  đường tròn trở thành đường thẳng đi qua điểm  $R(\omega_c) = -0,5$  (hình III-12).



Hình III-12 Biểu đồ họ đường tròn  $M$

Để biết được chỉ số dao động của hệ thống chúng ta chỉ cần xây dựng đặc tính TBP của hệ thống hở. Nếu đặc tính này tiếp xúc với đường tròn nào thì hệ thống điều chỉnh tự động có chỉ số dao động như vậy. Rõ ràng, hệ thống sẽ ít dao động nếu đặc tính TBP của hệ thống hở nằm hoàn toàn bên phải đường thẳng  $R(\omega) = -0,5$  và tính chất dao động của hệ thống càng ngày càng tăng lên khi đặc tính TBP của hệ thống nở càng vượt xa khỏi đường thẳng này. Trong thực tế điều chỉnh thường lấy giá trị  $M = 1,2$  đến  $1,5$ .

### §III-4 HỆ THỐNG ĐIỀU CHỈNH TỰ ĐỘNG VỚI CÁC QUY LUẬT ĐIỀU CHỈNH CHUẨN

Trong các hệ thống điều chỉnh tự động trong công nghiệp hiện nay thường sử dụng các quy luật điều chỉnh chuẩn là quy luật tỉ lệ, quy luật tích phân, quy

luật tỉ lệ tích phân, quy luật tỉ lệ vi phân và quy luật tỉ lệ vi tích phân. Trong phần này chúng ta đi sâu phân tích chất lượng của hệ thống điều chỉnh tự động sử dụng các quy luật điều chỉnh này.

### III-4.1. QUY LUẬT TỈ LỆ (P)

Tín hiệu điều khiển trong quy luật tỉ lệ được hình thành theo công thức :

$$U_d = K_m e$$

Trong đó  $K_m$  được gọi là hệ số khuếch đại của quy luật. Theo tính chất của khâu khuếch đại ta thấy tín hiệu ra của khâu luôn luôn trùng pha với tín hiệu vào. Điều này nói lên ưu điểm của máy tỉ lệ là tốc độ tác động nhanh. Vì vậy trong công nghiệp quy luật tỉ lệ làm việc ổn định với tất cả các đối tượng. Tuy nhiên quy luật tỉ lệ cũng có một nhược điểm cơ bản là khi sử dụng với các đối tượng tính hệ thống điều chỉnh luôn luôn tồn tại sai lệch tĩnh và không thể sử dụng trong hệ thống điều chỉnh chương trình (xem phần III-2). Để giảm giá trị sai lệch tĩnh phải tăng hệ số khuếch đại. Nhưng khi tăng hệ số khuếch đại tính dao động của hệ thống sẽ tăng lên và có thể đưa hệ thống tới mất ổn định.

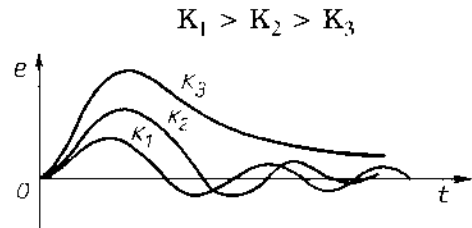
Trong công nghiệp quy luật tỉ lệ thường được sử dụng cho những quy trình công nghệ cho phép có sai lệch dư.

Để giảm sai lệch dư quy luật tỉ lệ thường được hình thành theo biểu thức

$$U_d = U_0 + K_m e$$

Trong đó  $U_0$  là điểm làm việc của hệ thống. Tác động điều khiển luôn luôn giữ cho tín hiệu điều khiển thay đổi xung quanh giá trị này khi xuất hiện tín hiệu sai lệch.

Hình III-13 mô tả quá trình điều chỉnh với các hệ số  $K_m$  khác nhau.



Hình III-13 Quá trình điều chỉnh với các hệ số  $K_m$  khác nhau

### III-4.2 QUY LUẬT TÍCH PHÂN (I)

Trong quy luật tích phân tín hiệu điều khiển được xác định theo biểu thức :

$$U_d = K \int e \cdot dt = \frac{1}{T_i} \int e \cdot dt$$

Trong đó  $T_i = \frac{1}{K}$  được gọi là thời gian tích phân.

Từ công thức này ta thấy giá trị điều khiển  $U_d$  chỉ đạt giá trị xác lập (quá trình điều khiển đã kết thúc) khi  $e = 0$ . Như vậy ưu điểm của quy luật tích phân là triệt tiêu được sai lệch dư.

Xét đặc tính của khâu tích phân, tín hiệu ra của nó luôn luôn chậm pha so

với tín hiệu vào một góc bằng  $\pi/2$ . Điều này muốn nói tới sự tác động chậm của quy luật tích phân. Do sự tác động chậm mà trong công nghiệp hệ thống điều chỉnh tự động sử dụng quy luật tích phân kém ổn định. Vì vậy quy luật này hiện nay ít được sử dụng trong công nghiệp.

### III-4.3. QUY LUẬT TỈ LỆ TÍCH PHÂN (PI)

Để vừa tác động nhanh, vừa triệt tiêu được sai lệch dư người ta kết hợp quy luật tỉ lệ với quy luật tích phân để tạo nên quy luật tỉ lệ tích phân. Tín hiệu điều khiển được xác định theo công thức :

$$U_d = K_1 \cdot e + K_2 \cdot \int e \cdot dt = K_m \cdot \left( e + \frac{1}{T_i} \cdot \int e \cdot dt \right)$$

Trong đó  $K_m = K_1$  là hệ số khuếch đại ;

$$T_i = \frac{K_1}{K_2} \text{ là hằng số thời gian tích phân ;}$$

Hàm truyền đạt của quy luật tỉ lệ tích phân có dạng :

$$W(p) = K_m \cdot \left( 1 + \frac{1}{T_i \cdot p} \right)$$

Hàm truyền tần số của quy luật PI

$$W(j\omega) = K_m \cdot \left( 1 - j \frac{1}{T_i \cdot \omega} \right)$$

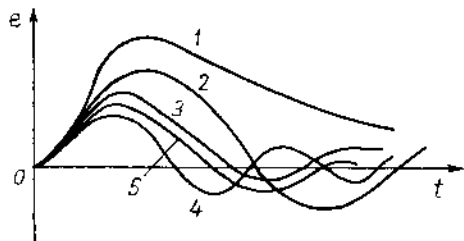
Đặc tính PT

$$\varphi(\omega) = - \operatorname{arctg} \frac{1}{T_i \cdot \omega}$$

Như vậy khi  $\omega = 0$  thì  $\varphi(\omega) = -\pi/2$  còn khi  $\omega = \infty$ ,  $\varphi(\omega) = 0$ . Tín hiệu ra chậm pha so với tín hiệu vào một góc trong khoảng từ  $-\pi/2$  đến  $0$  phụ thuộc vào các tham số  $K_m$ ,  $T_i$  và tần số của tín hiệu vào. Rõ ràng về tốc độ tác động quy luật PI chậm hơn quy luật tỉ lệ và nhanh hơn quy luật tích phân. Hình III-14 mô tả các quá trình quá độ của hệ thống điều chỉnh tự động sử dụng quy luật PI với các tham số  $K_m$  và  $T_i$  khác nhau.

- Đường 1 nhận được khi  $K_m$  nhỏ còn  $T_i$  lớn. Tác động điều chỉnh nhỏ nên quá trình không dao động.

- Đường 2 nhận được khi  $K_m$  nhỏ  $T_i$  nhỏ, tác động điều chỉnh tương đối lớn và thiên về quy luật tích phân vì vậy tác động chậm, hệ thống



Hình III-14 Các quá trình quá độ điều chỉnh của quy luật PI

dao động với tần số nhỏ. Không tồn tại sai lệch dư.

- Đường 3 mô tả quá trình khi  $K_m$  lớn và  $T_i$  lớn. Tác động điều chỉnh tương đối lớn nhưng thiên về quy luật tỉ lệ nên hệ thống dao động với tần số lớn, tồn tại sai lệch dư.

- Đường 4 tương ứng với quá trình điều chỉnh khi  $K_m$  lớn và  $T_i$  nhỏ. Tác động điều chỉnh rất lớn, quá trình điều chỉnh dao động mạnh, thời gian điều chỉnh kéo dài và không có sai lệch dư.

- Đường 5 được xem như là quá trình tối ưu khi  $K_m$  và  $T_i$  thích hợp với đối tượng điều chỉnh.

Trong thực tế quy luật PI được sử dụng khá rộng rãi và đáp ứng được chất lượng hầu hết các quy trình công nghệ. Tuy nhiên do có thành phần tích phân nên tốc độ tác động của quy luật PI bị chậm đi, vì vậy nếu đối tượng có nhiều tác động liên tục mà đòi hỏi độ chính xác điều chỉnh cao thì quy luật PI không đáp ứng được.

#### III-4.4. QUY LUẬT TỈ LỆ VI PHÂN (PD)

Tác động điều khiển bằng quy luật PD được hình thành theo công thức :

$$U_d = K_1 \cdot e + K_2 \cdot \frac{de}{dt}$$

Có thêm thành phần vi phân làm tăng nhanh tốc độ tác động. Hàm truyền tần số của nó có dạng :

$$W(j\omega) = K_1 + K_2 \cdot j\omega = K_m(1 + T_d \cdot j\omega)$$

Với  $T_d$  là hằng số thời gian vi phân.

Đặc tính PT  $\varphi(\omega) = \text{arctg} T_d \cdot \omega$

Như vậy khi  $\omega$  thay đổi từ 0 đến  $\infty$  thì đặc tính PT sẽ thay đổi từ 0 đến  $\pi/2$ . Ta có thể khẳng định tốc độ tác động của quy luật PD còn nhanh hơn cả quy luật tỉ lệ. Tuy nhiên, có thêm thành phần vi phân sẽ phản ứng với các nhiễu cao tần có biên độ nhỏ là điều chúng ta không mong muốn. Đồng thời quy luật PD không làm giảm sai lệch dư. Vì vậy trong công nghiệp quy luật PD chỉ sử dụng ở đâu đòi hỏi tốc độ tác động nhanh như điều khiển tay máy v.v..

#### III-4.5. QUY LUẬT ĐIỀU CHỈNH TỈ LỆ VI TÍCH PHÂN (PID)

Để tăng tốc độ tác động của quy luật PI, trong thành phần của nó người ta ghép thêm thành phần vi phân và nhận được quy luật tỉ lệ vi tích phân. Tác động điều chỉnh được tính toán theo công thức :

$$U_d = K_1 \cdot e + K_2 \cdot \int e \cdot dt + K_3 \cdot \frac{de}{dt} = K_m \cdot \left( e + \frac{1}{T_i} \int e \cdot dt + T_d \frac{de}{dt} \right)$$



Trong đó  $K_m$  là hệ số khuếch đại ;

$T_i = K_1/K_2$  là thời gian tích phân ;

$T_d = K_3/K_1$  là thời gian vi phân .

Hàm truyền đạt của quy luật PID

$$W(p) = K_m \cdot \left( 1 + \frac{1}{T_i \cdot p} + T_d \cdot p \right)$$

Hàm truyền tần số

$$W(j\omega) = K_m \cdot \left[ 1 + j \left( T_d \cdot \omega - \frac{1}{T_i \cdot \omega} \right) \right]$$

Đặc tính PT

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{T_i \cdot T_d \cdot \omega^2 - 1}{T_i \cdot \omega}$$

Như vậy khi  $\omega = 0$   $\varphi(\omega) = -\pi/2$  còn khi  $\omega = \sqrt{1/T_i \cdot T_d}$   $\varphi(\omega) = 0$  và khi  $\omega = \infty$  thì  $\varphi(\omega) = \pi/2$ . Rõ ràng góc lệch pha của tín hiệu ra so với tín hiệu vào nằm trong khoảng từ  $-\pi/2$  đến  $\pi/2$  phụ thuộc vào các tham số  $K_m$ ,  $T_i$ ,  $T_d$  và tần số của tín hiệu vào. Nghĩa là về tốc độ tác động quy luật PID còn có thể nhanh hơn cả quy luật tỉ lệ. Nói tóm lại quy luật PID là hoàn hảo nhất. Nó đáp ứng được yêu cầu về chất lượng của hầu hết các quy trình công nghệ. Nhưng việc hiệu chỉnh tham số của nó rất phức tạp đòi hỏi người sử dụng phải có một trình độ nhất định. Vì vậy trong công nghiệp quy luật PID chỉ sử dụng những nơi cần thiết do quy luật PI không đáp ứng được yêu cầu về chất lượng điều chỉnh.

## §III-5 XÁC ĐỊNH HÀM QUÁ ĐỘ CỦA HỆ THỐNG ĐIỀU CHỈNH TỰ ĐỘNG

### III-5.1. TÍNH HÀM QUÁ ĐỘ

Kĩ thuật tính toán hiện nay cho phép chúng ta dễ dàng xác định được nghiệm của phương trình vi phân. Một trong những phép tính quan trọng để xác định nghiệm của phương trình vi phân là phép lấy tích phân. Tích phân của một hàm liên tục được tính theo công thức :

$$y(t) = \int_0^t x(t) \cdot dt$$

Giá trị tích phân này có thể tính gần đúng bằng phương pháp số theo công thức Ôle :

$$y(i + 1) = y(i) + x(i) \cdot \Delta t \quad (\text{III-7})$$

Trong đó :

$y(i + 1)$  - giá trị tích phân tính đến bước tính thứ  $i + 1$  ;

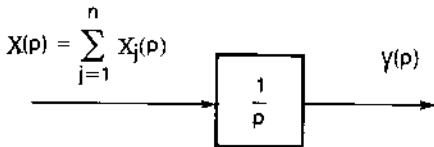
- $y(i)$  - giá trị tích phân tính đến bước tính thứ  $i$  ;
- $x(i)$  - giá trị của hàm số  $x(t)$  tại thời điểm  $t = i \cdot \Delta t$  ;
- $\Delta t$  - giá trị bước tính .

Độ chính xác của phép tích phân số phụ thuộc vào giá trị bước tính  $\Delta t$ .  $\Delta t$  càng nhỏ thì sai số càng giảm, giá trị tích phân số càng gần với tích phân liên tục, nhưng thời gian tính sẽ phải kéo dài. Để tăng độ chính xác, phép tích phân số có thể thực hiện theo công thức :

$$y(i + 1) = y(i) + \Delta t \cdot [3 \cdot x(i) - x(i - 1)] / 2 \quad (\text{III-8})$$

Trong đó  $x(i - 1)$  là giá trị hàm  $x(t)$  tại thời điểm  $t = (i - 1) \cdot \Delta t$ . Trong hệ thống điều chỉnh tự động phép tích phân được mô tả bằng khâu tích phân có hàm truyền đạt  $1/p$ . Khâu tích phân này có thể có nhiều tín hiệu vào (xem hình III-15) và được mô tả bằng phương trình vi phân dạng :

$$\frac{dy}{dt} = \sum_{j=1}^n x_j(t)$$



Hình III-15

Có thể giải gần đúng phương trình vi phân này bằng phương pháp số theo công thức :

$$y(i + 1) = y(i) + \Delta t \cdot \sum_{j=1}^n x_j(i) \quad (\text{III-9})$$

Trên cơ sở công thức (III-9) có thể dễ dàng tính được giá trị ra của khâu tích phân nói riêng và toàn bộ hàm quá độ của hệ thống điều chỉnh tự động nói chung.

Ví dụ III-4 :

Xác định hàm quá độ của khâu bậc hai có phương trình vi phân dạng :

$$T^2 \cdot \frac{d^2y}{dt^2} + 2\lambda \cdot T \cdot \frac{dy}{dt} + y = K \cdot x$$

Với  $T, \lambda, K$  là những giá trị cho trước cố định.

Bài giải :

Chuyển phương trình vi phân cấp hai sang hệ hai phương trình vi phân cấp một dạng :

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dt} = y_2 \\ \frac{dy_2}{dt} = \frac{K}{T^2} x - \frac{2\lambda}{T} \cdot y_2 - \frac{1}{T^2} \cdot y_1 \end{cases}$$

Với  $y_1 = y$

Từ hệ phương trình vi phân cấp một ta chuyển sang dạng hệ phương trình sai phân để giải bài toán theo phương pháp số dạng :

$$y_1(i + 1) = y_1(i) + y_2 \cdot \Delta t$$

$$y_2(i + 1) = y_2(i) + \Delta t \cdot [a \cdot x(i) - b \cdot y_2(i) - c \cdot y_1(i)]$$

Với

$$a = K/T^2 ; b = 2\lambda/T ; c = 1/T^2$$

Sau đây là chương trình tính  $y_1(t)$  và  $y_2(t)$  viết theo ngôn ngữ Pascal nằm trong thư mục TP6 của ổ C cho khâu bậc hai có hệ số khuếch đại  $K = 1$ .

```
PROGRAM khau_bac_hai ;
```

```
Uses crt, graph ;
```

```
Var K,T,d,h : real ;
```

```
    a,b,c : real ;
```

```
    n,gd,gm,i : integer ;
```

```
    y1,y2 : array[0..640] of real ;
```

```
BEGIN
```

```
    Clrscr ;
```

```
    Write('He so khuech dai K = ') ; readln(K) ;
```

```
    Write('Hang so thoi gian T = ') ; readln(T) ;
```

```
    Write('He so d = ') ; readln(d) ;
```

```
    Write('Buoc tinh h = ') ; readln(h) ;
```

```
    Write('So luong buoc tinh n = ') ; readln(n) ;
```

```
    a := K/(T*T) ;
```

```
    b := 2*d/T ;
```

```
    c := 1/(T*T) ;
```

```
    y1[0] := 0 ; y2[0] := 0 ;
```

```
    For i := 0 to n do
```

```
        begin
```

```
            y1[i+1] := y1[i] + y2[i]*h ;
```

```
            y2[i+1] := y2[i] + (a - b*y2[i] - c*y1[i])*h ;
```

```
        end ;
```

```
{ chương trình vẽ đồ thị y1(t) và y2(t) }
```

```
gd := detect ;
```

```
Initgraph(gd,gm,'C:\TP6\BGI') ;
```

```
Setlinestyle(0,0,1) ;
```

```
Setbkcolor(cyan) ;
```

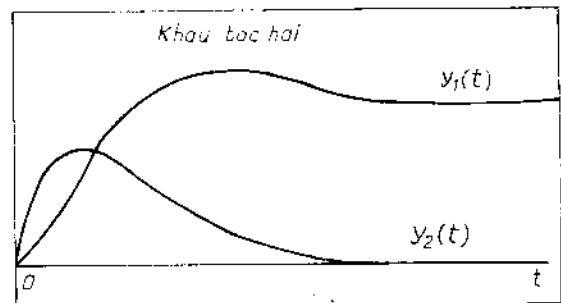
```

Setcolor(red) ;
rectangle(4,4,620,440) ;
Outtextxy(200,40,'KHAU BAC HAI') ;
Moveto(4,400) ;
Lineto(600,400) ;
Outtextxy(580,420,'t') ;
Outtextxy(6,420,'0') ;
Moveto(4,400) ;
For i :=2 to n do
    begin
        lineto(i,400 - round(300*y1[i])) ;
    end ;
Outtextxy(500,380 - round(300*y1[n]),'y1(t)') ;
Setcolor(blue) ;
Moveto(4,400) ;
For i := 2 to n do
    begin
        lineto(i,400 - round(200*y2[i])) ;
    end ;
Outtextxy(500,400 - round(200*y2[200]),'y2(t)') ;
readln ;
closegraph ;
END.

```

Chạy chương trình này với các tham số

$K = 1$   
 $T = 0,5$   
 $d = 0,7$   
 $h = 0,01$   
 $n = 600$



Hình III-16

cho ta kết quả được mô tả trên hình III-16

Bài toán trên cũng có thể giải theo cách thứ hai :

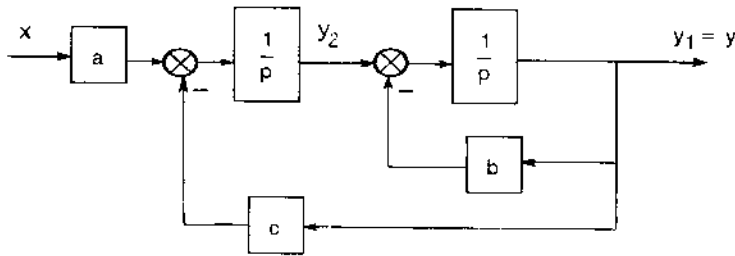
Trước hết chia hai vế của phương trình vi phân cho  $T^2$  ta được :

$$\frac{d^2y}{dt^2} + b \cdot \frac{dy}{dt} + c \cdot y = a \cdot x$$

Từ đây ta có hàm truyền đạt của khâu bậc hai dạng :

$$W(p) = \frac{a}{p^2 + b.p + c}$$

Mô hình cấu trúc của nó được mô tả trong hình III-17



Hình III-17 Sơ đồ cấu trúc trạng thái khâu bậc hai

Ta có hệ phương trình trạng thái :

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dt} = y_2 - b.y_1 \\ \frac{dy_2}{dt} = a.x - c.y_1 \end{cases}$$

Để xác định hàm quá độ ta cho  $x = 1$  và từ hệ phương trình vi phân ta có hệ phương trình sai phân dạng :

$$y_1(i + 1) = y_1(i) + [y_2(i) - b.y_1(i)].\Delta t$$

$$y_2(i + 1) = y_2(i) + [a - c.y_1(i)].\Delta t$$

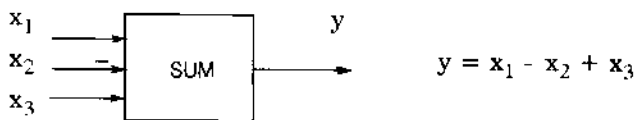
Trên cơ sở hệ phương trình sai phân này có thể lập chương trình để xác định hàm quá độ tương tự như đã làm ở trên.

### III-5.2. MÔ HÌNH HOÁ HỆ THỐNG

Để thuận tiện cho việc khảo sát hệ thống điều chỉnh tự động, nhất là những hệ thống phức tạp, các ngôn ngữ mô phỏng đã được soạn thảo và được phổ biến rộng rãi như các ngôn ngữ lập trình. Thành phần cơ bản của các ngôn ngữ mô phỏng là các khối chức năng và tập lệnh. Các khối chức năng được chia ra mấy loại sau :

- Các khối đầu vào để tạo ra các tín hiệu chủ đạo tác động vào hệ thống điều chỉnh tự động như khối tạo hàm bậc thang, khối tạo xung vuông, khối phát thời gian v.v..

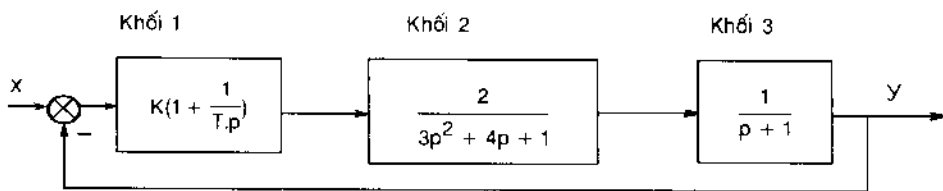
- Các khối đại số không có tham số để thực hiện các phép tính như : cộng (trừ), nhân, chia, khai căn bậc hai, sin, cos v.v. của tín hiệu vào và gửi kết quả ra ở đầu ra. Ví dụ khâu cộng (SUM)



- Các khối đại số có tham số để thực hiện các phép tính như : nhân tín hiệu vào với một hệ số (khối khuếch đại), chia tín hiệu vào cho một hệ số (khối suy giảm) v.v..Giá trị hệ số là tham số của khối.

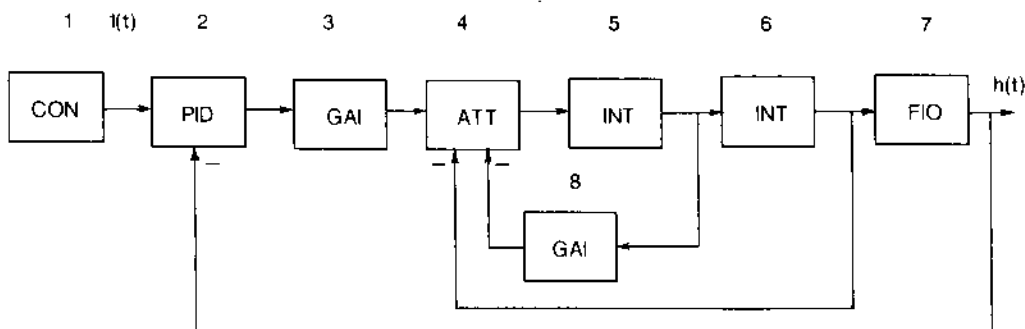
- Các khối chức năng để tạo ra các hàm chức năng như : khối tích phân, khối quán tính bậc nhất, khối tỉ lệ vi tích phân v.v..

Sau đây là một ví dụ sử dụng ngôn ngữ mô phỏng TUTSIM (là ngôn ngữ mô phỏng khá phổ biến hiện nay ở nước ta) để mô hình hoá một hệ thống điều chỉnh tự động cơ sở khối được mô tả trong hình III-18.



Hình III-18 Sơ đồ hệ thống điều chỉnh tự động

Từ sơ đồ khối chúng ta xây dựng sơ đồ cấu trúc ngôn ngữ TUTSIM được mô tả trong hình III-19.



Hình III-19 Sơ đồ cấu trúc TUTSIM của hệ thống

CON - Khâu phát tín hiệu cố định có mã số 1 dùng để phát tín hiệu bậc thang đơn vị 1(t).

PID - Khâu tỉ lệ vi tích phân.

GAI - Khâu khuếch đại.

ATT - Khâu suy giảm.

INT - Khâu tích phân.

FIO - Khâu quán tính bậc nhất.

Khâu PID có mã số 2 thực hiện chức năng của khối 1 (hình III- 18). Các khâu có mã số 3, 4, 5, 6, 8 là mô hình hoá của khâu bậc hai (khối 2), còn khâu FIO có mã số 7 là mô hình hoá của khối 3.

Ngôn ngữ TUTSIM được khởi động bằng tệp TUTSIM.EXE lúc đấy trên màn hình xuất hiện :

INPUT FROM ?

K = MODEL INPUT FROM KEYBOARD (khoá k để vào mô hình từ bàn phím)

F = MODEL INPUT FROM DISK FILE (khoá f để vào mô hình từ ổ đĩa)

N = CONTINUE WITH PRESENT MODEL (khoá n tiếp tục sử dụng mô hình hiện có trong máy)

? K

Sau khi ấn khoá k để báo cho máy biết chương trình được vào từ bàn phím trên màn hình sẽ xuất hiện :

MODEL STRUCTURE

Format : BLOCKNBR,TYPE,INPUT1,INPUT2...OPTIONAL COMMENT

(Máy yêu cầu khai báo mô hình với cấu trúc dòng lệnh : mã số của khâu, kiểu của khâu, đầu vào 1, đầu vào 2 ...lời chú thích không bắt buộc)

Đoạn chương trình sau được đưa vào

:1,CON (khối phát tín hiệu vào, không có đầu vào)

:2,PID,1,-7 (khối PID lấy tín hiệu vào từ khối 1 khối -7)

:3,GAI,2 (khối GAI lấy tín hiệu vào từ 2)

:4,ATT,3,-8,-6 (khối ATT lấy tín hiệu vào từ khối 3,-8,-6)

:5,INT,4 (khối INT lấy tín hiệu vào từ khối 4)

:6,INT,5 (khối INT lấy tín hiệu vào từ khối 5)

:7,FIO,6 (khối FIO lấy tín hiệu vào từ khối 6)

:8,GAI,5 (khối GAI lấy tín hiệu vào từ khối 5)

: Sau khi ấn phím ENTER trên màn hình xuất hiện :

MODEL PARAMETERS

Format : BLOCKNBR,PARAMETER1,PARAMETER2,...

(Máy yêu cầu khai báo tham số của các khâu với cấu trúc dòng lệnh : mã số của khâu, tham số 1, tham số 2 ...)

Đoạn chương trình sau được đưa vào từ bàn phím :

- :1,1 (phát hàm bậc thang đơn vị)
- :2,1,1,0 (khối PID có  $K = 1$ ,  $T_i = 1$ ,  $T_d = 0$ )
- :3,2 (khối GAI có hệ số khuếch đại  $k = 2$ )
- :4,3 (khối ATT có hệ số suy giảm  $T = 3$ )
- :7,1,1 (khối FIO có  $k = 1$ ,  $T = 1$ )
- :8,4 (khối GAI có hệ số khuếch đại  $k = 4$ )

: Sau khi ấn phím ENTER trên màn hình xuất hiện :

### PLOTBLOCKS and RANGES

Format : BLOCKNBR, PLOT - MINIMUM, PLOT - MAXIMUM

(Máy yêu cầu khai báo khối đầu ra và giới hạn giá trị với cấu trúc dòng lệnh : mã số khối, giới hạn cực tiểu, giới hạn cực đại).

Khai báo các dòng sau theo yêu cầu của máy:

- Horz :0,0,40 (trục hoành là thời gian thay đổi từ 0 đến 40 giây)
- y1 :1,0,2 (lấy tín hiệu ra từ khối 1 với giới hạn từ 0 đến 2)
- y2 :7,0,2 (lấy tín hiệu ra từ khối 7 với giới hạn từ 0 đến 2)
- y3 : (không sử dụng) ấn phím ENTER
- y4 : (không sử dụng) sau khi ấn phím ENTER trên màn hình sẽ xuất hiện :

### TIMING DATA

Format : DELTA TIME, FINAL TIME

(Máy yêu cầu khai báo số liệu thời gian với dòng lệnh : giá trị bước tính, thời gian kết thúc tính)

Đưa dòng lệnh sau vào

- .01,40 (bước tính bằng 0,01 giây, kết thúc tính sau 40 giây)

Sau khi ấn phím ENTER trên màn hình sẽ xuất hiện :

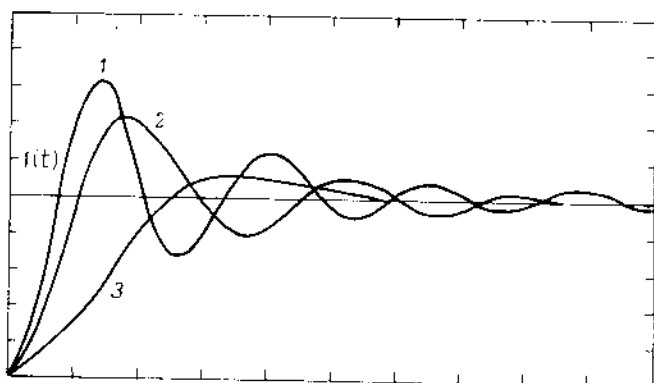
COMMAND : (máy yêu cầu cho lệnh thực hiện)

Kết quả mô phỏng với các tham số khác nhau của khối PID được mô tả trong hình III-20.

Ưu điểm của việc sử dụng các ngôn ngữ mô phỏng là dễ dàng tìm được đường quá độ điều chỉnh cho cả những hệ thống điều chỉnh có cấu trúc phức tạp. Sử dụng ngôn ngữ mô phỏng có thể xác định được tham số tối ưu của thiết bị điều chỉnh để đạt được chỉ tiêu chất lượng cần thiết. Khi sử dụng ngôn ngữ mô phỏng cần phải chú ý đến giá trị bước tính. Giá trị này càng nhỏ độ chính



xác càng cao, nhưng tốc độ tính của cả quá trình sẽ chậm.



Hình III-20 Kết quả mô phỏng với tham số của khối PID  $K = 1, T_i = 2$  (đường 1);  
 $K = 0.6, T_i = 2$  (đường 2) và  $K = 0.23, T_i = 2$  (đường 3)

## §III-6 NÂNG CAO CHẤT LƯỢNG HỆ THỐNG ĐIỀU CHỈNH TỰ ĐỘNG

Khi tổng hợp hệ thống điều chỉnh tự động, điều cốt lõi là phải bảo đảm được chất lượng của quá trình điều chỉnh theo yêu cầu của quy trình công nghệ. Nghĩa là phải xác định được tham số tối ưu của thiết bị điều chỉnh. Tuy nhiên có nhiều trường hợp khi đã xác định được tham số tối ưu của thiết bị điều chỉnh nhưng chất lượng của quá trình điều chỉnh vẫn không đáp ứng được. Điều này đòi hỏi chúng ta phải tìm các biện pháp để nâng cao chất lượng lên bằng cách thay đổi cấu trúc của hệ thống điều chỉnh tự động. Sau đây xin giới thiệu một số phương pháp đó.

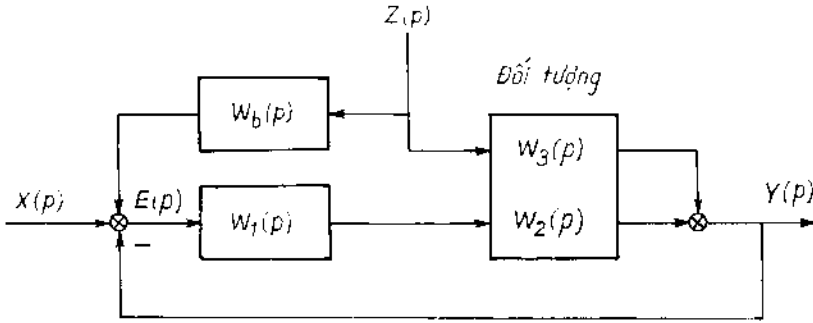
### III-6.1. PHƯƠNG PHÁP BÙ TÁC ĐỘNG NHIỀU

Trong hệ thống điều chỉnh tự động có những nhiễu tác động thường xuyên làm ảnh hưởng lên chất lượng của quá trình điều chỉnh. Nếu các nhiễu loạn này đo được thì có thể sử dụng nguyên lý bất biến bù tác động nhiễu để nâng cao chất lượng điều chỉnh của hệ thống. Nếu có một nhiễu nào đó tác động lên hệ thống nhưng tín hiệu đại lượng cần điều chỉnh và cả sai lệch đều không thay đổi thì ta nói hệ thống bất biến với tác động nhiễu đó. Như vậy nếu chúng ta xây dựng được hệ thống bất biến với tác động nhiễu thường xuyên thì chất lượng của quá trình điều chỉnh được nâng cao rất nhiều. Như chúng ta đã biết nhiễu loạn tác động lên hệ thống được chia thành hai loại: nhiễu phụ tải và nhiễu đặt trước. Chúng ta sẽ xét hệ thống bù cho các nhiễu loạn này.

#### III-6.1.a. Bù nhiễu phụ tải

Hệ thống điều chỉnh tự động chịu tác động của nhiễu phụ tải  $z(t)$ . Yêu cầu

phải xây dựng lại hệ thống sao cho nó bất biến với tác động đó. Muốn vậy trong hệ thống phải ghép thêm phần tử bù với hàm truyền đạt  $W_b(p)$  (xem hình III-21).



Hình III-21 Xây dựng hệ thống bất biến với nhiễu phụ tái

Để cho  $y(t)$  bất biến so với tác động  $z(t)$ , nghĩa là khi có  $z(t)$  tác động thì  $y(t)$  vẫn cố định, cấu trúc của hệ thống phải thoả mãn điều kiện :

$$W_b(p).W_1(p).W_2(p) + W_3(p) = 0$$

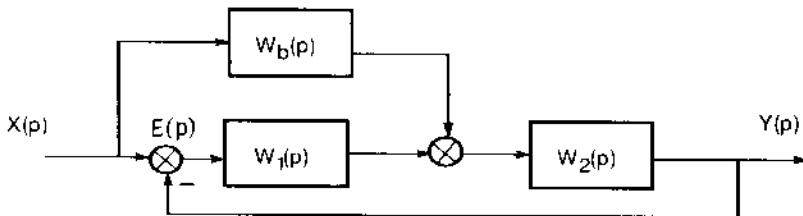
Như vậy hàm truyền đạt của phần tử bù phải được xây dựng theo công thức :

$$W_b(p) = \frac{-W_3(p)}{W_1(p).W_2(p)} \quad \text{(III-10)}$$

Khi khối bù có hàm truyền đạt như công thức (III-10) thì  $y(t)$  sẽ hoàn toàn cố định khi có tác động  $z(t)$ . Ta nói  $y(t)$  bất biến tuyệt đối so với tác động  $z(t)$ . Tuy nhiên trong thực tế điều này rất khó thực hiện. Vì vậy thường chỉ tồn tại hệ thống bất biến tương đối. Lúc đó phải chọn cấu trúc của khối bù sao cho vừa mang tính thực thi vừa có hàm truyền đạt gần với công thức (III-10) nhất.

### III-6.1.b. Bù nhiễu đặt trước

Trong hệ thống điều khiển chương trình tín hiệu chủ đạo thường thay đổi liên tục. Việc xây dựng hệ thống điều chỉnh chương trình có độ chính xác cao là rất cần thiết. Nếu chỉ sử dụng các hệ thống điều chỉnh thông thường thì luôn luôn tồn tại sai lệch dư (xem phần "Đánh giá chất lượng hệ thống ở trạng thái



Hình III-22 Sơ đồ hệ thống điều chỉnh bù nhiễu đặt trước

tính"). Có thể xây dựng hệ thống điều chỉnh có độ chính xác cao bằng cách sử dụng nguyên lý bất biến theo tác động của tín hiệu đặt trước. Sơ đồ hệ thống này được mô tả trong hình III-22.

Điều kiện bất biến ở đây là giá trị ra  $y(t)$  của hệ thống phải luôn luôn bằng giá trị đặt nhiệm vụ  $x(t)$  và giá trị sai lệch  $e(t) = 0$  khi  $x(t)$  thay đổi. Để bảo đảm được điều kiện này cấu trúc của hệ thống phải đáp ứng được đẳng thức :

$$W_b(p).W_2(p) = 1$$

Như vậy hàm truyền đạt của khối bù phải được xây dựng theo công thức

$$W_b(p) = \frac{1}{W_2(p)} \quad (\text{III-11})$$

Khi cấu trúc của khối bù được xây dựng hoàn toàn chính xác theo công thức (III-11) thì sẽ luôn luôn bảo đảm  $y(t) = x(t)$  và ta có thể nói hệ thống bất biến với tác động nhiễu đặt trước.

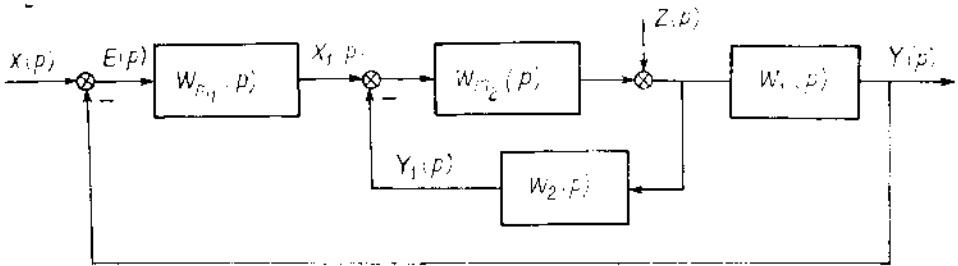
Trong thực tế  $W_2(p)$  là hàm truyền đạt của đối tượng điều chỉnh có cấu trúc phức tạp, vì vậy việc xây dựng khối bù theo công thức (III-11) là hoàn toàn không thể thực hiện được. Có nghĩa là không thể tạo được bất biến tuyệt đối mà chỉ có thể xây dựng hệ thống bất biến tương đối. Cấu trúc của khối bù phải chọn khả thi và hàm truyền đạt của nó gần công thức (III-11) nhất. Có thể sử dụng phép bù tĩnh là phép bù đơn giản nhất. Trong phép bù tĩnh hàm truyền đạt của khối bù chỉ là khâu khuếch đại có hệ số khuếch đại bằng giá trị nghịch đảo hệ số truyền của đối tượng.

### III-6.2. XÂY DỰNG HỆ THỐNG ĐIỀU CHỈNH TẦNG

Những nguyên nhân cơ bản làm cản trở tốc độ tác động của máy điều chỉnh và vì vậy làm giảm độ chính xác của điều chỉnh là sự chậm trễ và quán tính trong việc truyền tín hiệu theo kênh điều chỉnh của đối tượng. Trong trường hợp này nhiều hệ thống điều chỉnh có cấu trúc một mạch vòng không đáp ứng được yêu cầu về chất lượng của quá trình điều chỉnh ngay cả khi sử dụng các quy luật điều chỉnh phức tạp với tham số tối ưu của nó. Để nâng cao chất lượng của các hệ thống điều chỉnh đó tốt nhất là sử dụng hệ thống điều chỉnh tầng có sơ đồ cấu trúc được mô tả trong hình III-23.

Trong cấu trúc của hệ thống không phải chỉ có một máy điều chỉnh như hệ thống thông thường mà có hai máy điều chỉnh. Đại lượng cần điều chỉnh ở đây là  $y(t)$ . Tín hiệu vào là  $x(t)$ , hệ thống điều chỉnh chính ở đây là máy điều chỉnh với hàm truyền đạt  $W_{m_1}(p)$  và đối tượng có hàm truyền đạt  $W_1(p)$ . Do tính chất trễ và quán tính trong sự truyền tín hiệu điều chỉnh theo kênh  $W_1(p)$  nên chất lượng của điều chỉnh không đáp ứng được yêu cầu. Chất lượng của hệ thống điều chỉnh sẽ được nâng cao nếu chúng ta xây dựng thêm một mạch điều chỉnh

phụ tự ổn định một tham số trung gian của đối tượng điều chỉnh là  $y_1(t)$  có hàm truyền đạt là  $W_2(p)$ . Để ổn định đại lượng trung gian này máy điều chỉnh  $W_{m_2}(p)$  được sử dụng. Điều cơ bản ở đây là tín hiệu điều khiển truyền qua đối



Hình III-23 Hệ thống điều chỉnh tầng

tượng theo kênh  $W_2(p)$  phải nhanh hơn kênh  $W_1(p)$ . Máy điều chỉnh  $W_{m_1}(p)$  không tác động trực tiếp lên đối tượng điều chỉnh mà tín hiệu ra của nó là tín hiệu chủ đạo cho máy điều chỉnh  $W_{m_2}(p)$ .

Trong khi tổng hợp hệ thống phải bảo đảm quá trình quá độ của mạch vòng trong  $(W_{m_2}(p) - W_2(p))$  phải xảy ra nhanh hơn rất nhiều so với mạch vòng ngoài (mạch vòng chính với máy điều chỉnh  $W_{m_1}(p)$ ). Như vậy khi có nhiễu  $z(t)$  tác động thì máy điều chỉnh  $W_{m_2}(p)$  sẽ nhanh chóng tác động theo tín hiệu trung gian  $y_1(t)$  để khử ảnh hưởng của nhiễu này lên mạch vòng chính. Rõ ràng chất lượng của quá trình điều chỉnh được nâng cao rất nhiều.

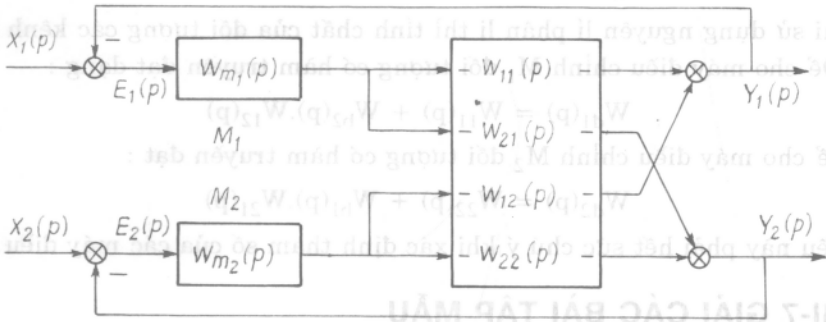
Đối tượng điều chỉnh của máy điều chỉnh  $W_{m_2}(p)$  là  $W_2(p)$ . Còn đối tượng điều chỉnh của máy điều chỉnh  $W_{m_1}(p)$  phải xác định theo công thức :

$$W_{d1}(p) = \frac{W_{m_2}(p) \cdot W_1(p)}{1 + W_{m_2}(p) \cdot W_2(p)}$$

### III-6.3 HỆ THỐNG ĐIỀU CHỈNH PHÂN LÍ

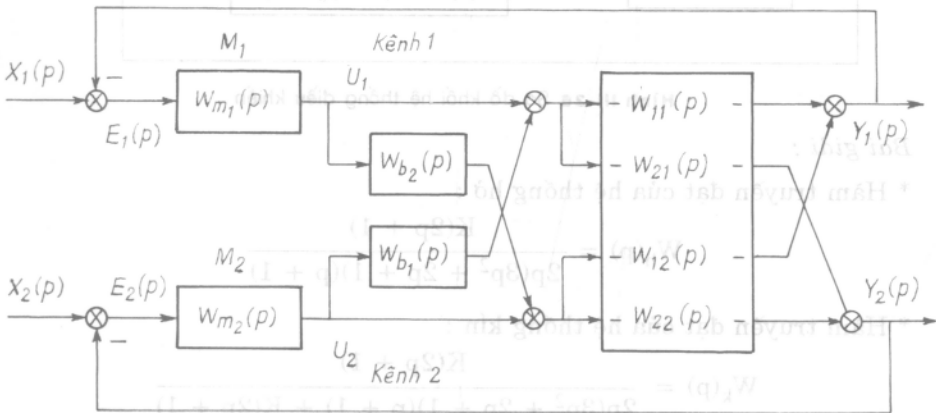
Trong công nghiệp chúng ta thường gặp nhiều đối tượng không chỉ có một tín hiệu vào và một tín hiệu ra mà có thể có nhiều tín hiệu vào và nhiều tín hiệu ra. Mỗi tín hiệu ra được kết hợp với một máy điều chỉnh để hình thành những hệ thống điều chỉnh riêng biệt. Nếu khi một máy điều chỉnh làm việc mà không gây ảnh hưởng lên các tín hiệu ra của các kênh khác thì hệ thống được khảo sát riêng biệt từng kênh một như đã làm trên đây. Tuy nhiên có những đối tượng khi một máy điều chỉnh làm việc sẽ gây ra sự thay đổi tín hiệu ra của các kênh khác bắt buộc các máy điều chỉnh khác phải làm việc. Mặt khác khi các máy điều chỉnh khác làm việc sẽ gây ảnh hưởng ngược lại. Như vậy quá trình cứ thế tác động qua lại làm cho chất lượng điều chỉnh của các hệ thống kém đi. Hình III-24 mô tả một hệ thống điều chỉnh tự động gồm hai tín hiệu vào và hai tín hiệu ra có ảnh hưởng qua lại.

Nếu vì một lí do nào đó bắt buộc  $M_1$  làm việc thì qua hàm truyền  $W_{21}(p)$  tín hiệu ra  $y_2(t)$  sẽ thay đổi bắt buộc  $M_2$  phải làm việc theo để triệt tiêu sự thay đổi của  $y_2(t)$  đồng thời qua kênh  $W_{12}(p)$  nó tác động ngược lại bắt buộc  $M_1$  phải làm việc hơn nữa. Quá trình cứ thế tác động qua lại làm cho chất lượng điều chỉnh của toàn bộ hệ thống kém đi.



Hình III-24 Hệ thống điều chỉnh hai vào hai ra

Để nâng cao chất lượng điều chỉnh của hệ thống này chúng ta có thể sử dụng hệ thống điều chỉnh phân li các kênh dựa trên nguyên lí bất biến sử dụng thiết bị bù để khử tác động qua lại giữa các kênh. Hình III-25 mô tả cấu trúc của một trong các hệ thống như vậy được xây dựng trên cơ sở hệ thống hai kênh đã mô tả trên đây.



Hình III-25 Sơ đồ cấu trúc hệ thống phân li

Trong cấu trúc của hệ thống ngoài các thiết bị điều chỉnh hai kênh còn có hai thiết bị bù để tạo sự phân li giữa hai kênh. Khối bù  $W_{b1}(p)$  dùng để tách kênh 1 ra khỏi ảnh hưởng của tác động  $U_2$ , còn khối bù  $W_{b2}(p)$  để tách kênh 2 ra khỏi ảnh hưởng của tác động  $U_1$ . Để bảo đảm sự phân li hoàn toàn, nghĩa là khi máy điều chỉnh  $M_1$  làm việc thì  $y_2(t)$  vẫn không thay đổi còn khi  $M_2$  làm việc thì  $y_1(t)$  vẫn cố định, cấu trúc của các khối bù phải thỏa mãn điều kiện :

$$W_{b1}(p) \cdot W_{11}(p) + W_{12}(p) = 0$$

$$W_{b2}(p) \cdot W_{22}(p) + W_{21}(p) = 0$$

Từ đây chúng ta có hàm truyền đạt của các khối bù như sau :

$$W_{b1}(p) = - \frac{W_{12}(p)}{W_{11}(p)} \quad \text{và} \quad W_{b2}(p) = - \frac{W_{21}(p)}{W_{22}(p)}$$

Khi sử dụng nguyên lý phân li thì tính chất của đối tượng các kênh sẽ thay đổi. Để cho máy điều chỉnh  $M_1$  đối tượng có hàm truyền đạt dạng :

$$W_{d1}(p) = W_{11}(p) + W_{b2}(p) \cdot W_{12}(p)$$

còn để cho máy điều chỉnh  $M_2$  đối tượng có hàm truyền đạt :

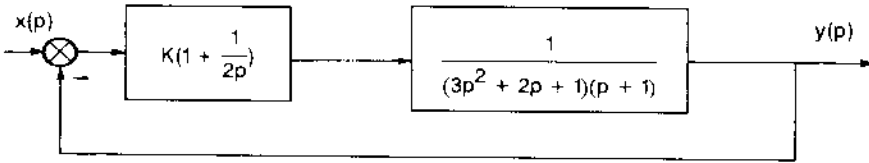
$$W_{d2}(p) = W_{22}(p) + W_{b1}(p) \cdot W_{21}(p)$$

Điều này phải hết sức chú ý khi xác định tham số của các máy điều chỉnh.

### §III-7 GIẢI CÁC BÀI TẬP MẪU

Bài III-1 :

Tìm giá trị  $K$  để hệ thống điều chỉnh tự động có sơ đồ khối được mô tả trong hình III-26 có hệ số tắt dần bằng 0,1.



Hình III-26 Sơ đồ khối hệ thống điều khiển

Bài giải :

\* Hàm truyền đạt của hệ thống hở :

$$W_h(p) = \frac{K(2p + 1)}{2p(3p^2 + 2p + 1)(p + 1)}$$

\* Hàm truyền đạt của hệ thống kín :

$$W_k(p) = \frac{K(2p + 1)}{2p(3p^2 + 2p + 1)(p + 1) + K(2p + 1)}$$

\* Phương trình đặc tính của hệ thống kín

$$2p(3p^2 + 2p + 1)(p + 1) + K(2p + 1) = 0$$

Khai triển ra ta được :

$$6p^4 + 10p^3 + 6p^2 + 2p(K + 1) + K = 0 \quad (\text{III-12})$$

\* Chuyển phương trình (III-12) sang hệ tọa độ mới có trục ảo mới cắt trục thực tại điểm có tọa độ bằng -0,1 bằng cách thay  $p = s - 0,1$  ta được :

$$6(s - 0,1)^4 + 10(s - 0,1)^3 + 6(s - 0,1)^2 + 2(s - 0,1)(K + 1) + K = 0$$

Khai triển ra ta được :

$$6s^4 + 7,6s^3 + 3,36s^2 + (2K + 1,076)s + 0,8K - 0,1494 = 0$$

Trong hệ tọa độ mới hệ thống phải ở biên giới ổn định, nghĩa là phương trình đặc tính có nghiệm nằm trên trục ảo. Có hai trường hợp xảy ra : thứ nhất phương trình đặc tính có nghiệm thực bằng không ( $s = 0$ ) và trường hợp thứ hai phương trình đặc tính có cặp nghiệm thuần ảo.

\* Trường hợp phương trình đặc tính có nghiệm thực bằng không thì hệ số  $a_n = 0$  còn phần còn lại phải có nghiệm nằm bên trái trục ảo. Xét trường hợp của bài toán ta có :

$$0,8K - 0,1494 = 0 \quad \text{suy ra} \quad K = 0,187$$

Thay giá trị K vào phần còn lại của phương trình đặc tính ta được :

$$s = 0$$

$$\text{và} \quad 6s^3 + 7,6s^2 + 3,36s + 1,45 = 0$$

Phương trình này có nghiệm nằm bên trái trục ảo vì :

$$a_1 \cdot a_2 = 25,536 > a_0 \cdot a_3 = 8,7$$

- Như vậy khi  $K = 0,187$  hệ thống điều chỉnh tự động có sơ đồ khối mô tả trong hình III-26 sẽ có hệ số tắt dần bằng 0,1 và nghiệm gần trục ảo nhất là một nghiệm thực.

\* Trường hợp phương trình đặc tính có cặp nghiệm thuần ảo thì định thức  $\Delta_{n-1}$  phải bằng không còn giá trị các định thức khác dương hoặc hệ số cuối cùng trong cột đầu tiên của bảng Rao phải bằng 0 còn các hệ số khác phải dương [3]. Bài toán trên ta có thể giải bằng hai cách : lập định thức Hurvit bậc 3 hoặc lập bảng Rao.

- Xét định thức Hurvit bậc ba (phương trình đặc tính bậc 4)

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 7,6 & 6 & 0 \\ 2K + 1,076 & 3,36 & 7,6 \\ 0 & 0,8K - 0,1494 & 2K + 1,076 \end{vmatrix}$$

Từ đó ta có :

$$\Delta_3 = -24K^2 - 20,96K + 29,16$$

Giải phương trình  $\Delta_3 = 0$  và chỉ lấy nghiệm dương ta được  $K = 0,749$

- Lập bảng Rao

$$\begin{array}{ccc} 6 & 3,36 & 0,8K - 0,1494 \\ 7,6 & 2K + 1,076 & 0 \\ 19,08 - 12K & 6,08K - 1,13544 & 0 \end{array}$$

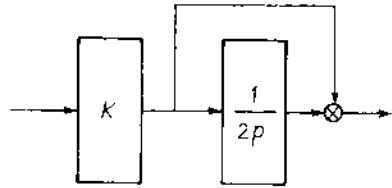
$$-24K^2 - 20,96K + 29,16$$

Số hạng cuối cùng trong cột đầu tiên của bảng Rao có biểu thức tương đương như định thức Hurvit bậc ba. Như vậy, số hạng này sẽ bằng 0 khi giá trị của  $K = 0,749$ . Kết quả tính toán theo định thức Hurvit và bảng Rao là như nhau.

- Kết luận : khi  $K = 0,749$  thì hệ thống điều chỉnh tự động có sơ đồ cấu trúc mô tả trong hình III-26 sẽ có hệ số tắt dần bằng 0.1 và nghiệm nằm gần trục ảo là một cặp nghiệm phức.

**Bài III-2 :**

Xây dựng hệ phương trình sai phân để xác định hàm quá độ của hệ thống điều chỉnh có sơ đồ cấu trúc mô tả trong hình III-26



Hình III-27

**Bài giải :**

Để giải bài toán này có thể xây dựng mô hình cấu trúc của hệ thống từ hàm truyền đạt đã được xác định trong bài trên. Tuy nhiên để cho độc giả thấy được sự đa dạng của việc xây dựng mô hình cấu trúc, bài toán được giải bằng cách xây dựng mô hình cấu trúc của hệ thống từ mô hình cấu trúc của các phần tử thành phần.

- Mô hình cấu trúc của phần tử thứ nhất có hàm truyền đạt :

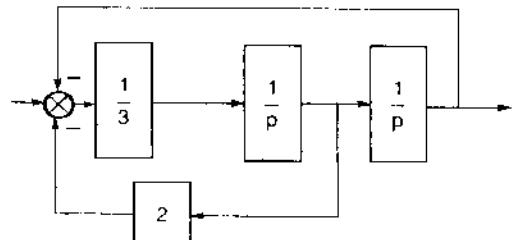
$$W_1(p) = K(1 + \frac{1}{2p})$$

được xây dựng trong hình III-27.

- Phần tử thứ hai có hàm truyền đạt dạng :

$$W_2(p) = \frac{1}{3p^2 + 2p + 1}$$

và mô hình cấu trúc của nó được xây dựng trong hình III-28.



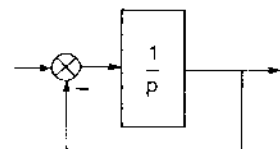
Hình III-28

- Phần tử thứ ba có hàm truyền đạt dạng :

$$W_3(p) = \frac{1}{p + 1}$$

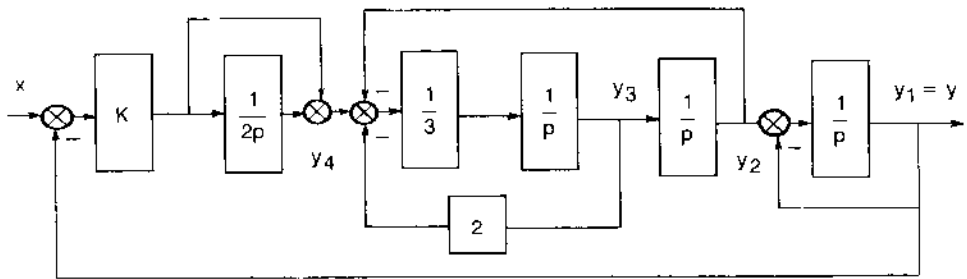
và có mô hình mô tả trong hình III-29.

Từ mô hình của các phần tử chúng ta dễ dàng xây dựng mô hình cấu trúc của hệ thống được mô tả trong hình III-30.



Hình III-29





Hình III-30 Mô hình cấu trúc trạng thái của hệ thống

Từ sơ đồ hình III-30 ta có hệ phương trình trạng thái của hệ thống :

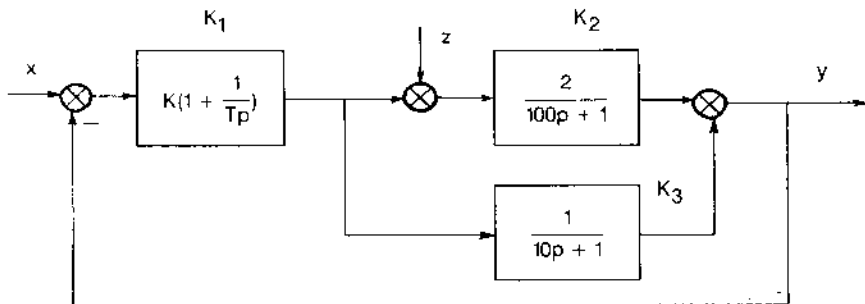
$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dt} = y_2 - y_1 \\ \frac{dy_2}{dt} = y_3 \\ \frac{dy_3}{dt} = \frac{1}{3} [y_4 - 2y_3 - y_2 + K(x - y_1)] \\ \frac{dy_4}{dt} = \frac{K}{2} (x - y_1) \end{cases}$$

Để tính hàm quá độ ta cho  $x = 1$  và từ hệ phương trình trên ta có hệ phương trình sai phân sau với bước tính là  $\Delta t$  :

$$\begin{cases} y_{1(j+1)} = y_{1j} + \Delta t(y_{2j} - y_{1j}) \\ y_{2(j+1)} = y_{2j} + \Delta t.y_{3j} \\ y_{3(j+1)} = y_{3j} + \frac{\Delta t}{3} [y_{4j} - 2y_{3j} - y_{2j} + K(1 - y_{1j})] \\ y_{4(j+1)} = y_{4j} + 0,5.K.\Delta t(1 - y_{1j}) \end{cases}$$

Dùng ngôn ngữ lập trình để dùng tính toán hàm quá độ điều chỉnh của hệ thống cho những giá trị K khác nhau.

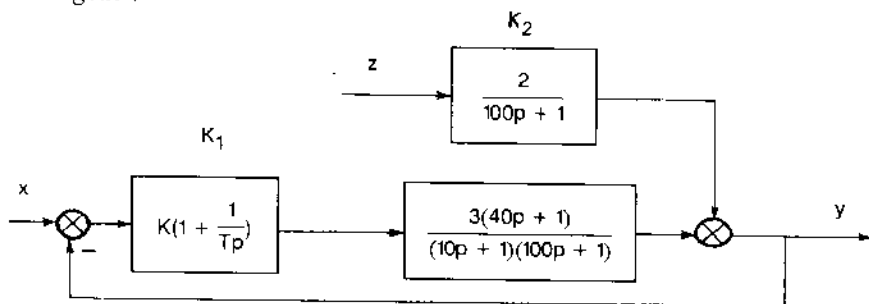
### Bài III-3



Hình III-31 Sơ đồ cấu trúc hệ thống

Hệ thống điều chỉnh tự động cơ sở đồ cấu trúc được mô tả trong hình III-31. Xây dựng hệ thống bù nhiễu  $z$  và xác định hàm truyền đạt của khối bù.

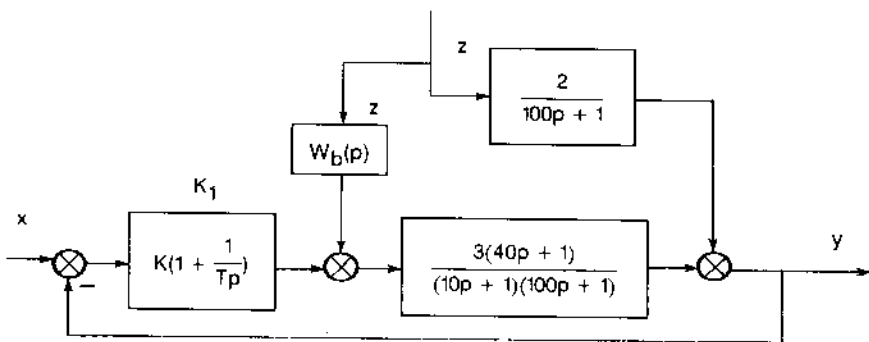
Bài giải :



Hình III-32 Sơ đồ cấu trúc hệ thống

Chuyển tín hiệu  $z$  ra sau khối  $K_2$  đồng thời kết hợp  $K_2$  và  $K_3$  lại ta sẽ nhận được hệ thống tương đương có sơ đồ cấu trúc mô tả trong hình III-32.

Để xây dựng hệ thống bù nhiễu  $z$  trước hết ta chọn cấu trúc của hệ thống. Tín hiệu ra của khối bù nhiễu  $z$  có thể đưa về đầu vào của khối  $K_1$ . Nhưng như vậy cấu trúc của khối bù sẽ rất phức tạp vì trong hàm truyền đạt của nó có thêm thành phần nghịch đảo của  $K_1$ . Do đó chúng ta chọn cấu trúc hệ thống điều khiển có tín hiệu ra của khối bù nhiễu  $z$  đưa vào sau khối  $K_1$  và sơ đồ của nó được mô tả trong hình III-33.



Hình III-33 Sơ đồ cấu trúc hệ thống

Hàm truyền đạt của khối bù được xác định từ phương trình

$$W_b(p) \frac{3(40p + 1)}{(10p + 1)(100p + 1)} + \frac{2}{100p + 1} = 0$$

Suy ra khối để bảo đảm bất biến tuyệt đối khối bù phải có hàm truyền

$$W_b(p) = \frac{-2(10p + 1)}{3(40p + 1)}$$

Đây là hàm truyền đạt của khâu tích vi phân. Cấu trúc này hoàn toàn có thể xây dựng được.

## PHẦN II

# HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN XUNG

### Chương I

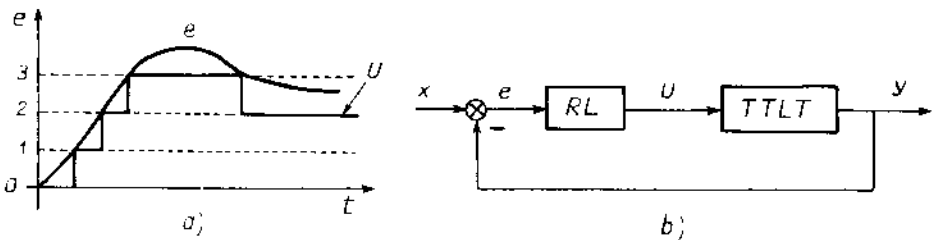
## TỔNG QUÁT VỀ HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN XUNG

### § I-1 CÁC KHÁI NIỆM CƠ BẢN

Phụ thuộc vào tính chất truyền tín hiệu mà hệ thống điều chỉnh tự động được phân ra thành hệ thống liên tục và hệ thống gián đoạn. Nếu trong tất cả các mắt xích của hệ thống tín hiệu được truyền đi liên tục thì hệ thống được liệt vào hệ liên tục. Nếu tại một mắt xích nào đó tín hiệu không được truyền đi liên tục thì hệ thống được gọi là hệ gián đoạn. Trong phần trước chúng ta đã nghiên cứu về hệ thống liên tục tuyến tính. Trong phần này chúng ta sẽ nghiên cứu về hệ thống điều khiển xung tuyến tính.

Trong bất cứ một hệ thống gián đoạn nào cũng tồn tại ít nhất một phần tử đóng vai trò chuyển tín hiệu liên tục thành tín hiệu gián đoạn. Quá trình chuyển đổi này được gọi là quá trình lượng tử hóa. Có ba phương pháp lượng tử hoá : lượng tử hóa theo mức, lượng tử hóa theo thời gian và lượng tử hóa hỗn hợp.

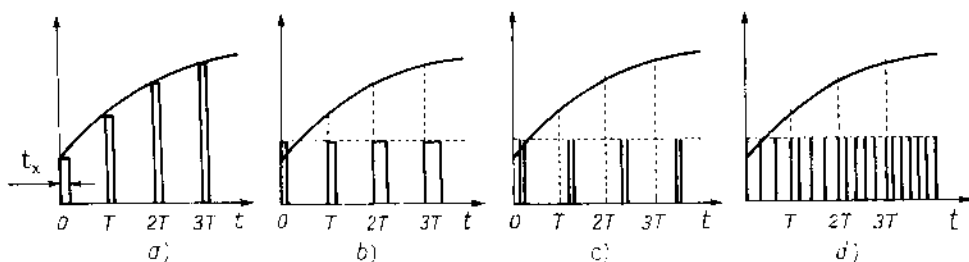
Trong phép lượng tử hóa theo mức, giá trị tín hiệu ra được quy định theo những mức nhất định phụ thuộc vào giá trị tín hiệu vào. Hệ thống điều chỉnh tự động tác động theo nguyên tắc vị trí là một ví dụ cụ thể về hệ thống gián đoạn với phần tử lượng tử hóa theo mức. Sơ đồ nguyên lý phép lượng tử hóa theo mức và hệ thống điều chỉnh vị trí được mô tả trên hình I-1. Phép lượng tử ở đây thực hiện cho bốn mức 0,1,2,3 của tín hiệu vào  $e$  tương ứng với bốn mức



Hình I-1 Sơ đồ nguyên lý phép lượng tử hóa theo mức (a) và hệ thống điều chỉnh rơle (b)

tác động điều khiển  $U$  ở đầu ra của phần tử rơle RL. TTLT là thành phần tuyến tính liên tục trong hệ thống.

Lượng tử hóa theo thời gian là phép lượng tử được thực hiện sau những khoảng thời gian bằng nhau gọi là chu kì lấy mẫu  $T$ . Phần tử thực hiện phép lượng tử hóa này gọi là phần tử xung (PTX). Quá trình hình thành xung ở đầu ra của PTX phụ thuộc vào biên độ của tín hiệu vào tại thời điểm lấy mẫu được gọi là quá trình điều chế xung. Có bốn phương pháp điều chế xung là : điều chế theo biên độ, điều chế theo độ rộng, điều chế theo pha và điều chế theo tần số. Hình I-2 mô tả đồ thị tín hiệu ra và tín hiệu vào của bốn phép điều chế này.



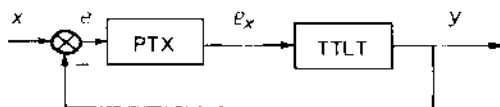
Hình I-2 Đồ thị các phương pháp điều chế xung

Tham số của xung ở đầu ra PTX gồm chu kì xung  $T$ , thời gian phát xung  $t_x$  và biên độ xung  $a$ . Hệ số  $\gamma = t_x / T$  được gọi là hệ số điền đầy xung. Phương pháp điều chế theo biên độ (hình I-2a) cho tín hiệu xung ra có chu kì cố định bằng  $T$ , thời gian phát xung không đổi còn biên độ xung phụ thuộc vào giá trị tín hiệu vào tại thời điểm lấy mẫu.

Trong phương pháp điều chế theo độ rộng (hình I-2b) tín hiệu xung ra có biên độ không đổi, chu kì xung bằng chu kì lấy mẫu, còn độ rộng xung phụ thuộc vào biên độ của tín hiệu vào tại thời điểm lấy mẫu.

Điều chế theo pha (hình I-2c) cho ta tín hiệu xung ra có chu kì, biên độ và độ rộng xung không đổi. Nhưng thời điểm phát xung lệch pha so với thời điểm lấy mẫu một giá trị phụ thuộc vào biên độ của tín hiệu vào tại thời điểm lấy mẫu. Phương pháp điều chế theo tần số (hình I-2d) cho tín hiệu ra có tần số thay đổi phụ thuộc vào biên độ của tín hiệu vào tại thời điểm lấy mẫu. Hệ thống điều chỉnh tự động có PTX được mô tả trong hình I-3 gọi là hệ thống điều khiển xung.

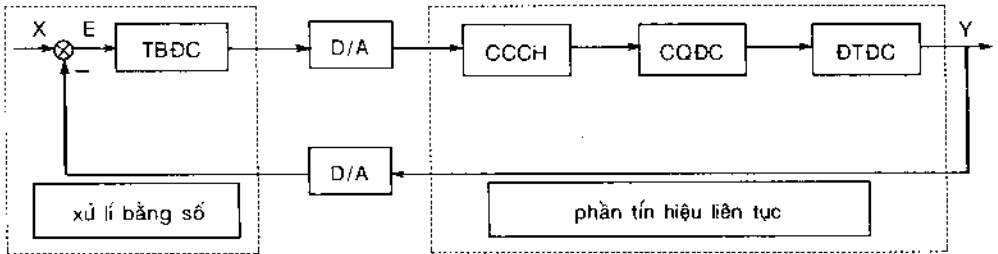
Trong hệ thống này thường sử dụng phần tử xung có phương pháp điều chế theo biên độ hoặc theo độ rộng xung.



Hình I-3 Hệ thống điều khiển xung

Ngoài phần tử xung ra trong hệ thống còn lại là những phần tử tuyến tính vì vậy nó được gọi là hệ thống điều chỉnh xung tuyến tính. Trong phần này chúng ta sẽ đi sâu nghiên cứu nó.

Phương pháp lượng tử hóa hỗn hợp được thực hiện bằng cách chia giá trị tín hiệu ra những mức cách đều nhau. Khoảng cách giữa các mức lân cận được gọi là một bước lượng tử. Chu kì lấy mẫu là cố định, giá trị tín hiệu ra bằng giá trị của mức lượng tử gần với giá trị tín hiệu vào tại thời điểm lấy mẫu nhất. Đây chính là phương pháp lượng tử hóa của các bộ chuyển đổi tương tự số được sử dụng trong các hệ thống điều khiển số cơ sở đồ cấu trúc được mô tả trong hình I-4.



Hình I-4 Sơ đồ hệ thống điều khiển số

Trong hệ thống điều khiển số việc xử lý tín hiệu và tạo ra tác động điều khiển được thực hiện hoàn toàn dưới dạng số. Phần liên tục ở đây là đối tượng điều chỉnh (ĐTĐC), cơ cấu chấp hành (CCCH) và cơ quan điều chỉnh (CQĐC). Mối liên hệ giữa phần xử lý bằng số và phần liên tục được thực hiện thông qua các bộ chuyển đổi tương tự số A / D và số tương tự D / A tương đương như hai phần tử tạo xung có hệ số điền đầy xung bằng 1 ( $\gamma = 1$ ). Như vậy giữa hệ thống điều khiển số và điều khiển xung có nhiều mặt tương đồng, vì vậy chúng cũng có chung một cơ sở lý thuyết. Tuy nhiên ở đây chúng ta chỉ đi sâu nghiên cứu hệ thống điều khiển xung với một phần tử xung tác động theo nguyên lý điều chế theo biên độ cơ sở đồ như đã mô tả trong hình I-3.

Xét trường hợp một xung hẹp  $e_x$  tác động lên đầu vào của phần TTLT tín hiệu đầu ra sẽ được xác định theo công thức

$$y(t) = \int_0^t e_x(\tau)k(t - \tau)d\tau$$

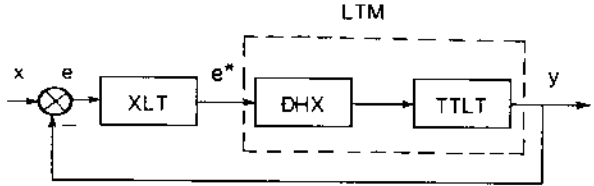
Trong đó  $k(t - \tau)$  là hàm trọng lượng của phần TTLT được sinh ra tại thời điểm  $t = \tau$ . Khi thời gian phát xung ngắn thì giá trị hàm trọng lượng  $k(t - \tau)$  có thể xem là cố định và được đưa ra ngoài dấu tích phân. Như vậy ta có:

$$y(t) = k(t) \int_0^t e_x(\tau)d\tau = k(t).S_x \quad (I - 1)$$

Trong đó  $S_x$  là diện tích của xung

Từ công thức (I - 1) chúng ta thấy sự tác động của một xung ngắn không phụ thuộc vào hình dạng của xung mà chỉ phụ thuộc vào diện tích xung. Như vậy khi  $S_x = 1$  thì tác động của một xung ngắn như tác động của một xung lí tưởng  $\delta(t)$ . Nghĩa là PTX trong hệ thống điều chỉnh xung được thay thế bằng hai phần tử là phần tử xung lí tưởng XLT và phần tử định hình xung (DHX).

Sơ đồ của hệ thống xung mô tả trong hình I-3 được thay thế bằng sơ đồ đẳng trị của hệ thống xung được mô tả trong hình I - 5. Trong sơ đồ này tín hiệu ra của XLT là hàm rời rạc  $e^*$  của tín hiệu vào liên tục  $e$  của nó.



Hình I-5 Sơ đồ đẳng trị của hệ thống điều chỉnh xung

Trong hệ thống điều khiển xung thường sử dụng phần tử xung tác động theo nguyên lí điều chế theo biên độ. Vì vậy khi ở đầu vào của phần tử DHX có tín hiệu  $A.\delta(t)$  thì đầu ra của nó sẽ tạo ra một xung vuông có biên độ bằng  $A$  và độ rộng của xung là  $\gamma T$ . Trường hợp  $A = 1$  thì phần tử DHX sẽ chịu tác động của xung đơn vị  $\delta(t)$  và đầu ra của nó sẽ là xung vuông có biên độ bằng 1, nó chính là hàm trọng lượng của khâu DHX được mô tả dạng :

$$k_x(t) = 1(t) - 1(t - \gamma T)$$

Chuyển đổi Laplace của xung này ta sẽ nhận được hàm truyền đạt của khâu DHX. Như vậy khâu DHX sẽ có hàm truyền đạt là :

$$W_d(p) = L[k_x(t)] = 1/p - e^{-\gamma T p}/p = (1 - e^{-\gamma T p})/p$$

Kết hợp khâu DHX và phần TTLT tạo thành thành phần tuyến tính liên tục mở rộng LTM của hệ thống điều khiển xung. Tín hiệu tác động lên đầu vào của phần LTM là hàm rời rạc nhận được từ phép rời rạc hoá tín hiệu liên tục ở đầu vào của phần tử XLT.

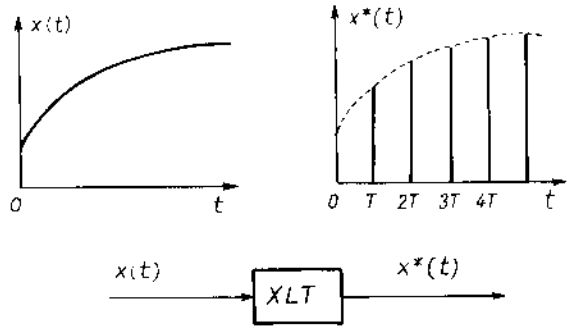
## §I-2 CƠ SỞ TOÁN HỌC CỦA LÝ THUYẾT ĐIỀU KHIỂN XUNG TUYẾN TÍNH

### I-2.1 CÁC ĐẶC TRƯNG CƠ BẢN CỦA TÍN HIỆU RỜI RẠC

Như phân trên đã nói, hệ thống điều chỉnh xung gồm hai thành phần là XLT và LTM. Tín hiệu vào của XLT là tín hiệu liên tục, còn tín hiệu ra của nó là tín hiệu rời rạc. Ngược lại tín hiệu vào của phần LTM lại là tín hiệu rời rạc còn tín hiệu ra của nó lại là tín hiệu liên tục. Trong hệ thống điều khiển xung, tín hiệu ra liên tục của phần tử LTM lại được đưa phản hồi trở lại đầu vào của nó thông

qua phần tử XLT. Như vậy ở đây chúng ta phải mô tả và phân tích hệ thống trên quan điểm của hệ thống rời rạc. Điều trước tiên phải quan tâm nghiên cứu là các đặc trưng cơ bản của tín hiệu rời rạc, phải thấy được những sự tương đồng và những sự khác nhau giữa các đặc trưng cơ bản của tín hiệu liên tục và tín hiệu rời rạc ở đầu vào và ra của phần tử XLT. Trên cơ sở phân tích này cho phép chúng ta đi sâu nghiên cứu quá trình truyền số liệu và điều khiển trong hệ thống xung.

Tín hiệu liên tục  $x(t)$  đặt vào đầu vào của phần tử XLT (xem hình I-6) thì ở đầu ra sẽ cho ta tín hiệu rời rạc  $x^*(t)$ . Tín hiệu này có đặc tính khác với các đặc tính của tín hiệu liên tục. Nó không có đạo hàm và tích phân, nhưng nó có sai phân và tổng.



Hình I-6 Tín hiệu vào ra của XLT

Hàm rời rạc  $x^*(t)$  là tập hợp một dãy xung tức thời  $x(nT)$  có giá trị bằng giá trị tín hiệu liên tục tại thời điểm lấy mẫu, độ rộng của xung bằng không và thời điểm lấy mẫu là  $nT$ , với  $T$  là chu kỳ lấy mẫu còn giá trị  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ . Sai phân cấp một của hàm rời rạc  $x^*(t)$  là giá trị biểu thị sự sai khác của hai xung lân cận và được tính theo công thức :

$$\Delta x(n) = x(n + 1) - x(n)$$

Sai phân cấp một của hàm rời rạc  $x^*(t)$  tương đương như đạo hàm bậc nhất của tín hiệu liên tục  $x(t)$ . Lấy ví dụ hàm  $x(t)$  là một giá trị cố định thì đạo hàm bậc nhất của nó sẽ bằng không. Đồng thời hàm rời rạc của nó sẽ là tập hợp các xung có cùng biên độ, vì vậy sai phân bậc nhất của nó cũng sẽ bằng không.

Nếu sai phân bậc nhất của hàm rời rạc  $x^*(t)$  là một hàm rời rạc thì chúng ta có thể xác định sai phân bậc nhất của hàm rời rạc sai phân bậc nhất này, tức là sai phân bậc hai của hàm  $x^*(t)$  theo công thức :

$$\Delta^2 x(n) = \Delta x(n + 1) - \Delta x(n) = x(n + 2) - x(n + 1) - x(n + 1) + x(n)$$

$$\Delta^2 x(n) = x(n + 2) - 2x(n + 1) + x(n)$$

Rõ ràng ở đây có thể xác định trực tiếp sai phân bậc hai của hàm rời rạc thông qua nó mà không cần phải thông qua sai phân bậc nhất. Đây chính là sự khác nhau giữa phép tính sai phân của hàm rời rạc và đạo hàm của hàm liên tục. Vì đối với hàm liên tục muốn tính được đạo hàm bậc hai thì trước hết phải tính được đạo hàm bậc nhất và nói chung muốn tính được đạo hàm bậc cao thì trước hết phải xác định được đạo hàm bậc thấp. Đối với hàm rời rạc chúng ta

có thể tính được ngay giá trị sai phân bậc tùy ý của nó thông qua chính nó mà không phải tính qua sai phân cấp thấp theo công thức tổng quát :

$$\Delta^k x(n) = \Delta^{k-1} x(n+1) - \Delta^{k-1} x(n) = \sum_{j=0}^k (-1)^{k-j} \frac{k!}{j!(k-j)!} x(n+j) \quad (I-2)$$

Hàm rời rạc  $y^*(t)$  được gọi là tổng của hàm rời rạc  $x^*(t)$  nếu sai phân bậc nhất của nó chính là hàm rời rạc  $x^*(t)$ . Như vậy tổng của hàm rời rạc tương đương với tích phân của hàm liên tục. Theo định nghĩa này giá trị rời rạc của hàm tổng được tính theo công thức :

$$y(n) = \sum_{k=0}^{n-1} x(k)$$

Như vậy sai phân bậc nhất của hàm rời rạc tổng  $y(n)$  sẽ được xác định theo công thức :

$$\Delta y(n) = y(n+1) - y(n) = \sum_{k=0}^n x(k) - \sum_{k=0}^{n-1} x(k) = x(n)$$

đúng với định nghĩa về tổng của hàm rời rạc đã nêu ở trên. Theo định nghĩa này thì tổng sai phân bậc nhất của hàm rời rạc phải chính là hàm rời rạc. Thực vậy :

$$\sum_{k=0}^{n-1} \Delta x(k) = \sum_{k=0}^{n-1} x(k+1) - \sum_{k=0}^{n-1} x(k) = x(n)$$

Quá trình động học trong hệ liên tục được mô tả bằng phương trình vi phân có dạng tổng quát bậc  $n$  thì trong hệ rời rạc được mô tả bằng hàm sai phân bậc  $n$  dạng :

$$A_0 \Delta^n y(i) + A_1 \Delta^{n-1} y(i) + \dots + A_{n-1} \Delta y(i) + A_n y(i) = x(i)$$

Với  $x(i)$  là hàm rời rạc đầu vào còn  $y(i)$  là hàm rời rạc đầu ra của hệ thống. Tuy nhiên như đã nêu ra ở trên, sai phân bất cứ bậc nào của hàm rời rạc cũng có thể tính qua giá trị bản thân của hàm rời rạc, nên một hệ thống điều chỉnh rời rạc có thể mô tả bằng nhiều phương trình sai phân có bậc khác nhau.

## 1-2.2 PHỔ VÀ ÁNH CỦA TÍN HIỆU RỜI RẠC

Tín hiệu rời rạc  $x^*(t)$  được mô tả bằng biểu thức :

$$x^*(t) = x(0) \cdot \delta(t) + x(T) \cdot \delta(t-T) + x(2T) \cdot \delta(t-2T) + x(3T) \cdot \delta(t-3T) \dots$$

$$x^*(t) = \sum_{n=0}^{\infty} x(nT) \cdot \delta(t-nT)$$

Chuyển đổi Laplace của hàm rời rạc  $x^*(t)$  gọi là chuyển đổi Laplace rời rạc và được xác định theo biểu thức :



$$L[x^*(t)] = X^*(p) = \int_0^{\infty} x^*(t) \cdot e^{-pt} \cdot dt = \int_0^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} x(nT) \cdot \delta(t-nT) \cdot e^{-pt} \cdot dt = D[x(n)]$$

với  $x(t) = 0$  khi  $t < 0$

Đổi vị trí tích phân và tổng ta được :

$$X^*(p) = \sum_{n=0}^{\infty} x(nT) \int_0^{\infty} \delta(t-nT) \cdot e^{-pt} \cdot dt$$

giá trị tích phân bằng  $e^{-pnT}$ . Như vậy ảnh của hàm rời rạc  $x^*(t)$  có dạng :

$$X^*(p) = \sum_{n=0}^{\infty} x(nT) \cdot e^{-pnT}$$

Phổ của tín hiệu rời rạc được xác định bằng cách thay  $p = j\omega$  vào trong hàm ảnh của nó ta được :

$$X^*(j\omega) = \sum_{n=0}^{\infty} x(nT) \cdot e^{j\omega nT}$$

Một đặc trưng cơ bản của phổ và ảnh của hàm rời rạc là nó có tính chu kì với tần số  $\omega_0 = 2\pi/T$  bởi vì :

$$e^{-j(\omega - k\omega_0)nT} = e^{-j\omega nT} \cdot e^{-kn2\pi j} = e^{-j\omega nT}$$

Vì vậy khi nghiên cứu phổ và ảnh của tín hiệu rời rạc ta chỉ nghiên cứu trong dải tần số  $-\omega_0/2 \leq \omega \leq \omega_0/2$ . Sử dụng toán tử rời rạc  $z = e^{pT}$  với  $p = \alpha + j\omega$  biểu thức ảnh của hàm rời rạc được viết dưới dạng :

$$X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x(nT) \cdot z^{-n}$$

$X(z) = Z\{x(n)\}$  được gọi là chuyển đổi  $z$  của hàm rời rạc  $x^*(t)$ . Thực chất chuyển đổi  $z$  là chuyển đổi tương đương của chuyển đổi Laplace rời rạc. Tính chất của hai chuyển đổi này là như nhau.

Ví dụ : Xác định ảnh của hàm rời rạc

Cho hàm liên tục  $x(t) = 1(t)$  thì hàm rời rạc của nó sẽ là

$$x^*(t) = 1^*(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \delta(t-nT)$$

Hàm ảnh của  $1^*(t)$  có dạng  $1^*(p) = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-pnT}$

Hay chuyển sang dạng toán tử  $z$   $1(z) = \sum_{n=0}^{\infty} z^{-n}$

Đây là tổng của một cấp số nhân lùi vô hạn với công bội bằng  $z^{-1}$  và số hạng đầu là  $a_0 = 1$ . Vì vậy ta có biểu thức biến đổi  $z$  của hàm  $1^*(t)$  dạng :

$$Z[1^*(t)] = 1(z) = \frac{1}{1-z^{-1}} = \frac{z}{z-1}$$

**\* Một số tính chất cơ bản của chuyển đổi z (chuyển đổi Laplace rời rạc)**

1. Tính chất tuyến tính  $Z\{a.x_1[n] + b.x_2[n]\} = a.Z\{x_1[n]\} + b.Z\{x_2[n]\}$   
 Chứng minh :

Cho  $y(t) = a.x_1(t) + b.x_2(t)$  thì hàm rời rạc của nó sẽ là :

$$y^*(t) = \sum_{n=0}^{\infty} [a.x_1(nT) + b.x_2(nT)].\delta(t - nT)$$

Tách thành tổng của hai tổng số ta được :

$$y^*(t) = \sum_{n=0}^{\infty} [a.x_1(nT) \delta(t-nT) + \sum_{n=0}^{\infty} b.x_2(nT)].\delta(t - nT)$$

Chuyển đổi Laplace của  $y^*(t)$  sẽ là :

$$L[y^*(t)] = a. \sum_{n=0}^{\infty} x_1(nT).e^{-pnT} + \sum_{n=0}^{\infty} b.x_2(nT).e^{-pnT}$$

Như vậy :  $L[y^*(t)] = a.L[x_1^*(t)] + b.L[x_2^*(t)]$  hay viết dưới dạng chuyển đổi z như công thức nêu ở trên.

2. Tính chất hàm trễ

Nếu  $Z\{f[n]\} = F(z)$  thì  $Z\{f[n-k]\} = z^{-k}.F(z)$

Chứng minh :

Cho hàm rời rạc  $x^*(t)$  với  $x^*(t) = 0$  khi  $t < 0$

Hàm  $y(t) = x(t - kT)$  sẽ có hàm rời rạc dạng :

$$y^*(t) = \sum_{n=0}^{\infty} y(nT).\delta(t - nT) = \sum_{n=0}^{\infty} x(nT).\delta[t - (n + k)T]$$

Chuyển đổi Laplace rời rạc của hàm  $y^*(t)$  có dạng :

$$L[y^*(t)] = Y^*(p) = \sum_{n=0}^{\infty} x(nT) .e^{-p(n+k)T} = e^{-kpT} \sum_{n=0}^{\infty} x(nT).e^{-pnT}$$

Hoặc viết dưới dạng toán tử rời rạc z như công thức đã viết ở trên.

3. Chuyển đổi z của sai phân

Giá trị sai phân bậc nhất của hàm rời rạc  $x^*(t)$  được xác định theo công thức :

$$\Delta x(n) = x(n+1) - x(n) = y(n)$$

Hàm sai phân rời rạc  $y^*(t)$  được viết dưới dạng :

$$y^*(t) = \sum_{n=0}^{\infty} x[(n+1)T].\delta(t-nT) - \sum_{n=0}^{\infty} x(nT).\delta(t - nT)$$

Chuyển đổi Laplace của hàm  $y^*(t)$  cho ta biểu thức :

$$L[y^*(t)] = Y^*(p) = \sum_{n=0}^{\infty} x[(n+1)T] \cdot e^{-pnT} - \sum_{n=0}^{\infty} x(nT) \cdot e^{-pnT}$$

$$Y^*(p) = e^{pT} \sum_{n=0}^{\infty} x[(n+1)T] \cdot e^{-p(n+1)T} - \sum_{n=0}^{\infty} x(nT) \cdot e^{-pnT}$$

$$\text{Mà } \sum_{n=0}^{\infty} x[(n+1)T] \cdot e^{-p(n+1)T} = \sum_{n=0}^{\infty} x(nT) \cdot e^{-pnT} - x(0)$$

$$\text{Vì vậy } Y^*(p) = (e^{pT} - 1) \sum_{n=0}^{\infty} x(nT) \cdot e^{-pnT} - x(0) \cdot e^{pT}$$

$$\text{Ta có : } Y^*(p) = (e^{pT} - 1) \cdot x^*(p) - x(0) \cdot e^{pT}$$

$$\text{Hay viết dưới dạng toán tử rời rạc } Y(z) = (z - 1) \cdot X(z) - z \cdot x(0)$$

Chúng ta có thể tính sai phân bậc nhất của hàm rời rạc sai phân  $y^*(t)$  tức là sai phân bậc hai của hàm rời rạc  $x^*(t)$ . Chuyển đổi  $z$  của sai phân bậc hai có thể xác định dựa vào công thức của chuyển đổi  $z$  của sai phân bậc nhất, cụ thể là :

$$Z[\Delta^2 x(n)] = Z[\Delta y(n)] = (z - 1)Y(z) - z \cdot y(0)$$

$$Z[\Delta^2 x(n)] = (z - 1)^2 X(z) - z(z - 1)x(0) - z[x(1) - x(0)]$$

Tương tự như vậy chúng ta có thể xác định chuyển đổi  $z$  của các sai phân bậc cao hơn trên cơ sở chuyển đổi  $z$  của sai phân bậc thấp hơn đã xác định.

#### 4. Chuyển đổi $z$ của hàm tích chập hai hàm số

Đây là một trong những tính chất cơ bản của chuyển đổi  $z$ . Tính chất này trình bày như sau :

$$\begin{aligned} D\{\sum f_1(mT) \cdot f_2[(n-m)T]\} &= D\{\sum f_1[(n-m)T] \cdot f_2(mT)\} \\ &= D\{f_1(mT)\} \cdot D\{f_2(nT)\} = F_1^*(p) \cdot F_2^*(p) \end{aligned}$$

Tính chất này được chứng minh như sau :

$$\text{Nhân hai vế của biểu thức } F_1^*(p) = \sum e^{-mTp} \cdot f_1(mT) \text{ với } F_2^*(p) \text{ ta được}$$

$$F_1^*(p) \cdot F_2^*(p) = \sum e^{-mTp} \cdot f_1(mT) \cdot F_2^*(p)$$

$$\text{Theo tính chất trễ ta có } e^{-mTp} \cdot f_2^*(p) = D\{f_2[(n-m)T]\}$$

$$\text{Như vậy } F_1^*(p) \cdot F_2^*(p) = \sum D\{f_1(mT) \cdot f_2[(n-m)T]\} = D\{\sum f_1(mT) \cdot f_2[(n-m)T]\}$$

Dựa vào tính chất đồng đẳng của  $f_1(mT)$  và  $f_2(nT)$  ta có thể viết :

$$F_1^*(p) \cdot F_2^*(p) = D\{\sum f_1[(n-m)T] \cdot f_2(mT)\}$$

Viết dưới dạng toán tử  $z$  ta có :

$$Z[\sum f_1(mT) \cdot f_2[(n-m)T]] = F_1(z) \cdot F_2(z)$$

### I-2.3 MỐI LIÊN HỆ GIỮA PHỔ CỦA TÍN HIỆU RỜI RẠC VÀ TÍN HIỆU LIÊN TỤC

Hàm rời rạc được mô tả bằng biểu thức

$$x^*(t) = \sum_{n=0}^{\infty} x(nT) \cdot \delta(t - nT)$$

Do hàm  $\delta(t - nT)$  chỉ khác không khi  $t = nT$  vì vậy  $x(nT)$  có thể thay thế bằng  $x(t)$  và đưa ra ngoài dấu tổng đại số, ta được :

$$x^*(t) = x(t) \sum_{n=0}^{\infty} \delta(t - nT) \quad (I-3)$$

Giá trị  $x(t) = 0$  khi  $t < 0$  nên công thức ( I - 3 ) có thể chuyển sang dạng

$$x^*(t) = x(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT)$$

Hàm  $\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT)$  là hàm tuần hoàn nên có thể chuyển sang chuỗi Furie theo công thức :

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_k \cdot e^{jk\omega_0 t} \quad \text{với } \omega_0 = 2\pi / T$$

Trong đó hệ số  $A_k$  được xác định theo công thức

$$A_k = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT) \cdot e^{-jk\omega_0 t} dt = \frac{2}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-T/2}^{T/2} \delta(t - nT) \cdot e^{-jk\omega_0 t} dt$$

Trong khoảng  $-T/2 < t < T/2$  giá trị  $\delta(t - nT)$  chỉ khác không khi  $t = 0$ . Nghĩa là tổng đại số của các tích phân bằng 1. Ta có :

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-T/2}^{T/2} \delta(t - nT) \cdot e^{-jk\omega_0 t} dt = 1 \quad \text{suy ra } A_k = 2 / T$$

Như vậy hàm rời rạc  $x^*(t)$  được viết dưới dạng

$$x^*(t) = x(t) \cdot \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{jk\omega_0 t}$$

Phổ của  $x^*(t)$  được xác định theo công thức :

$$X^*(j\omega) = \int_0^{\infty} x(t) \cdot \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{jk\omega_0 t} \cdot e^{-j\omega t} dt$$

Đổi vị trí dấu tích phân và tổng ta được

$$X^*(j\omega) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} x(t) \cdot e^{jk\omega_0 t} \cdot e^{-j\omega t} dt$$

Kết quả tích phân cho ta biểu thức mối liên hệ giữa phổ của tín hiệu rời rạc và tín hiệu liên tục dạng :

$$X^*(j\omega) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[j(\omega + k\omega_c)] \quad (I - 4)$$

Dựa vào công thức I-4 để dàng xây dựng phổ của tín hiệu rời rạc từ phổ của tín hiệu liên tục theo các bước sau :

- Xây dựng phổ của tín hiệu liên tục với hệ số  $1/T$ .

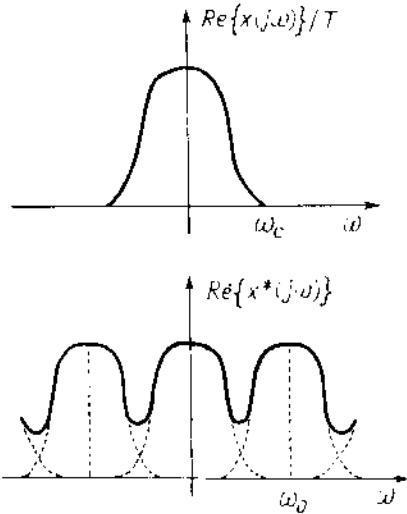
- Đặt liên tiếp một dãy các hình vừa xây dựng này cách đều nhau những khoảng tần số lượng tử  $\omega_0 = 2\pi/T$ .

- Phổ của tín hiệu rời rạc chính là tổng đại số của tất cả các hình vừa xây dựng.

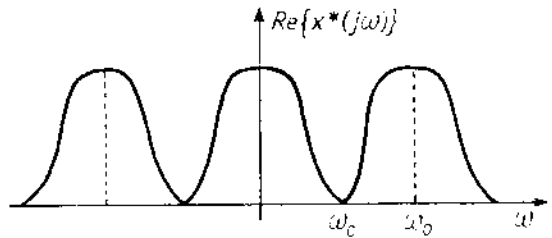
Hình I-7 mô tả ví dụ xây dựng phổ của tín hiệu rời rạc từ phổ của tín hiệu liên tục. Lưu ý ở đây chỉ xây dựng đặc tính phổ của phần thực. Nếu tín hiệu có dạng phức thì phải xây dựng cả phổ phần thực và phổ phần ảo.

Kết quả xây dựng cho ta thấy phổ của tín hiệu rời rạc khác với phổ của tín hiệu liên tục không những do tính chu kỳ của nó mà ngay cả trong giới tần số  $-\omega_c/2 \leq \omega \leq \omega_c/2$  ( $\omega_c$  là tần số cắt của tín hiệu liên tục) cũng tồn tại sự khác nhau này. Điều mong muốn của chúng ta là sao cho phổ của tín hiệu rời rạc trong khoảng tần số  $-\omega_c/2 \leq \omega \leq \omega_c/2$  tương đương với phổ của tín hiệu liên tục. Để đạt được điều đó khi lượng tử hóa cần thực hiện được điều kiện do Cachenhicóp đã đưa ra là tần số lượng tử hóa  $\omega_0$  phải lớn hơn hai lần tần số cắt của tín hiệu liên tục  $\omega_0 \geq 2\omega_c$  suy ra điều kiện của chu kỳ lượng tử hóa là  $T \leq \pi/\omega_c$ .

Khi bảo đảm điều kiện này của phép lượng tử hóa thì phổ của tín hiệu rời rạc trong từng giải chu kỳ của nó có hình dáng tương đương với phổ của tín hiệu



Hình I-7 Xây dựng phổ của tín hiệu rời rạc

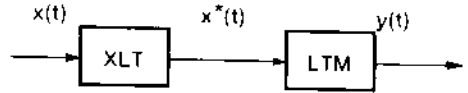


Hình I-8 Phổ của tín hiệu rời rạc khi bảo đảm điều kiện lượng tử hóa của Cachenhicóp

liên tục. Hình I-8 mô tả phổ của tín hiệu rời rạc nhận được từ phép lượng tử hóa của cùng một tín hiệu liên tục như trong hình I-7. Nhưng ở đây bảo đảm điều kiện lượng tử hóa của Cachenicôp. Rõ ràng hai hàm rời rạc cùng nhận được từ một hàm liên tục nhưng có phổ khác nhau do khác nhau về chu kỳ lấy mẫu.

### I-2.4. SỰ TRUYỀN TÍN HIỆU QUA HỆ THỐNG RỜI RẠC

Trong phần này chúng ta tiến hành khảo sát mối liên hệ giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào của hệ thống được mô tả trong hình I-9. Tín hiệu liên tục  $x(t)$  được bộ xung lí tưởng (XLT) rời rạc hóa tạo thành tín hiệu rời rạc  $x^*(t)$  rồi truyền qua mạch tuyến tính liên tục mở rộng (LTM) và ở đầu ra cho ta tín hiệu liên tục  $y(t)$ . Phần tử LTM được đặc trưng bằng hàm trọng lượng  $k(t)$ . Mỗi xung  $x(mT)\delta(t - mT)$  từ đầu ra của phần XLT tác động lên đầu vào của phần liên tục LTM tại thời điểm  $t = mT$  sẽ làm xuất hiện ở đầu ra của hệ thống một tín hiệu bằng  $x(mT).k(t - mT)$ . Tổng số tất cả các xung tác động lên phần liên tục tại các thời điểm  $t = mT$  ( $m = 0, 1, 2, 3, \dots, n$ ) sẽ tạo ra ở đầu ra trong khoảng chu kỳ thời gian  $nT \leq t \leq (n + 1)T$  giá trị phản ứng được xác định bằng công thức :



Hình I-9 Hệ thống truyền tín hiệu

$$y(t) = \sum_{m=0}^n x(mT).k(t - mT)$$

Để cho thời điểm  $t = nT$  giá trị rời rạc của tín hiệu ra được tính theo công thức :

$$y(nT) = \sum_{m=0}^n x(mT).k[(n - m)T]$$

Đây chính là phương trình mô tả mối liên hệ giữa hàm rời rạc của tín hiệu ra và tín hiệu vào. Tín hiệu ra rời rạc  $y(nT)$  tại thời điểm  $t = nT$  phụ thuộc tuyến tính với tất cả các xung tác động ở đầu vào của phần LTM kể từ thời điểm ban đầu  $m = 0$  ( $t = 0$ ) cho đến thời điểm hiện tại  $m = n$  ( $t = nT$ ). Cũng có thể dễ dàng xác định mối liên hệ giữa phổ của tín hiệu ra  $Y(j\omega)$  và phổ của tín hiệu vào  $X(j\omega)$ .

Nếu hàm truyền tần số của phần LTM là  $W(j\omega)$  thì phổ của tín hiệu ra sẽ được xác định theo công thức :

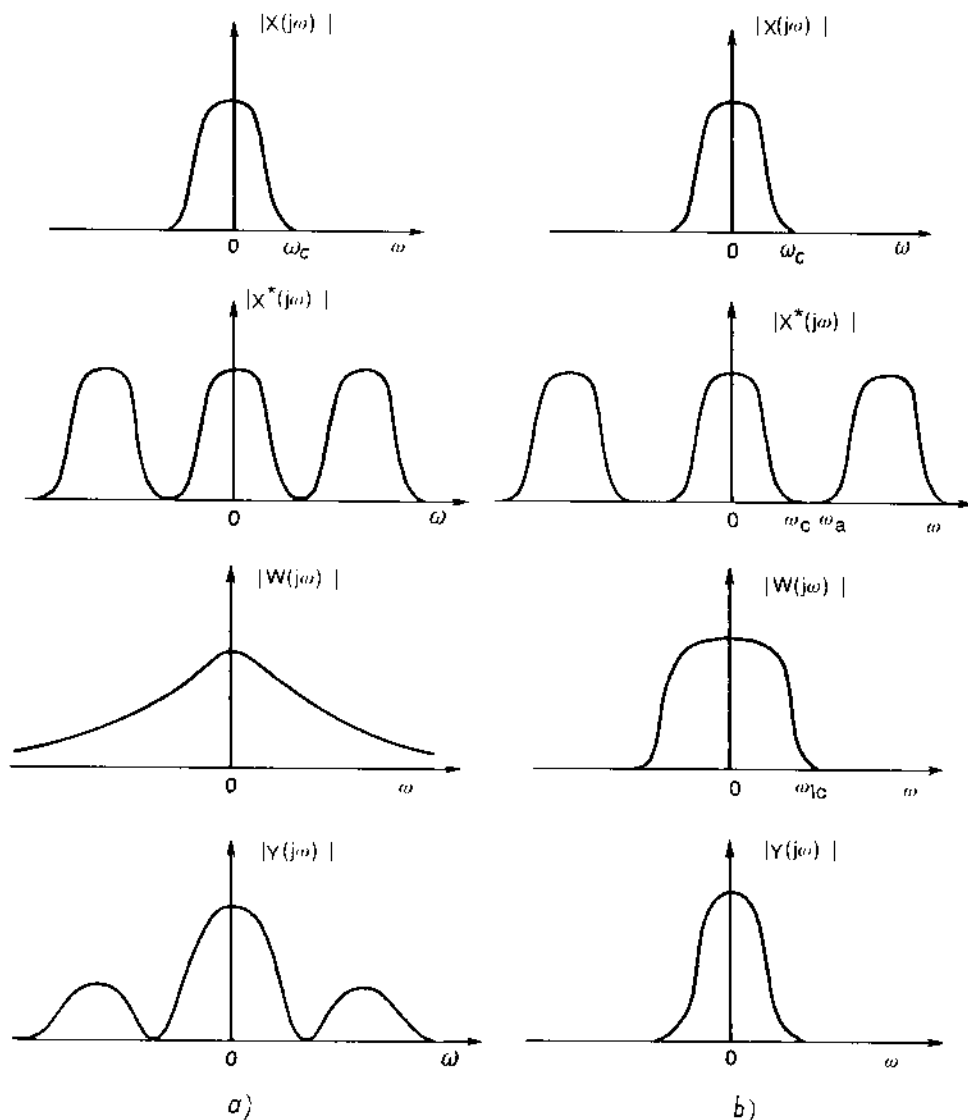
$$Y(j\omega) = W(j\omega).X^*(j\omega)$$

Sử dụng công thức (I-4) mô tả mối liên hệ giữa phổ của tín hiệu rời rạc và tín hiệu liên tục ta được :

$$Y(j\omega) = W(j\omega) \frac{1}{T} \cdot \sum_{k=-\infty}^{\infty} X[j(\omega + k\omega_s)] \quad (I - 5)$$

Trên cơ sở công thức I-5 dễ dàng xây dựng phổ của tín hiệu ra khi biết được phổ của tín hiệu vào và đặc tính tần số của phần LTM. Hình I-10 mô tả quá trình xây dựng này để cho hai trường hợp khác nhau với cùng một tín hiệu liên tục  $x(t)$ .

Trong hình I-10.a xây dựng phổ của tín hiệu ra cho trường hợp đặc tính biên độ tần số của phần LTM tồn tại trong một dải tần số rộng. Đầu vào phần LTM



Hình I-10 Xây dựng phổ của tín hiệu ra từ phổ của tín hiệu vào và đặc tính tần số của phần liên tục

chịu tác động của tín hiệu rời rạc có phổ mang tính chu kì. Nhưng đầu ra của nó nhận được tín hiệu có phổ không mang tính chu kì nữa. Do quá trình lượng tử hóa tuân thủ theo tiêu chuẩn Cachenhicóp nên phổ của tín hiệu rời rạc trong khoảng tần số  $-\omega_c/2 \leq \omega \leq \omega_c/2$  tương đương với phổ của tín hiệu liên tục. Phổ của tín hiệu ra trong giải tần số này cũng tương đương với phổ của tín hiệu vào. Nhưng tín hiệu ra còn tồn tại phổ ở giải tần số cao. Để bảo đảm cho phổ của tín hiệu ra tương đương hoàn toàn với phổ của tín hiệu vào phần LTM được chế tạo theo nguyên lí bộ lọc có giải tần số hẹp và đặc tính biên độ tần số dốc như mô tả trong hình I-10.b.  $\omega_{lc}$  là tần số cắt của bộ lọc lớn hơn tần số cắt của tín hiệu là  $\omega_c$ . Tuy nhiên ở đây điều kiện lượng tử hóa phải tuân thủ bất đẳng thức :

$$\omega_0 \geq \omega_{lc} + \omega_c$$

Khi điều kiện này được bảo đảm thì hệ thống xung tương đương hệ thống liên tục.

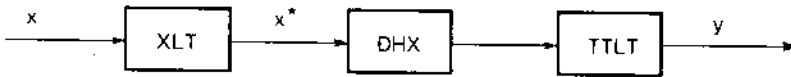


# LÍ THUYẾT HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN XUNG TUYẾN TÍNH

## §II-1 MÔ TẢ ĐỘNG HỌC HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN XUNG

### II-1.1. HÀM TRUYỀN ĐẠT CỦA HỆ XUNG HỒ

Trên cơ sở sơ đồ đẳng trị của hệ thống điều khiển xung ta có cấu trúc của hệ thống xung hồ gồm một phần tử xung lí tưởng (XLT) mắc nối tiếp một khâu định hình xung (ĐHX) để tạo ra hình dáng xung khi có tín hiệu vào là xung lí tưởng và phần tuyến tính liên tục (TTLT) là phần cấu trúc cơ bản nhất của hệ thống điều khiển. Sơ đồ cấu trúc của hệ thống điều khiển xung hồ được mô tả trên hình II-1.



Hình II-1 Cấu trúc hệ thống xung hồ

Hàm truyền đạt của hệ xung hồ được xác định theo công thức :

$$W^*(p) = \frac{Y^*(p)}{X^*(p)}$$

Trong đó  $Y^*(p)$  và  $X^*(p)$  là chuyển đổi Laplace rời rạc của tín hiệu ra và tín hiệu vào.

Theo tính chất mối liên hệ giữa chuyển đổi Laplace của tín hiệu liên tục và tín hiệu rời rạc ta có :

$$Y^*(p) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} Y(p + jk\omega_0) \quad (\text{II-1})$$

Trong đó  $T$  là chu kì lượng tử,  $\omega_0 = 2\pi/T$ .

$$Y(p + jk\omega_0) = W_m(p + jk\omega_0).X^*(p + jk\omega_0) \quad (\text{II-2})$$

Với  $W_m(p)$  là hàm truyền đạt của phần tuyến tính liên tục mở rộng (LTM).

Thay (II-2) vào (II-1) và lưu ý rằng hàm  $X^*(p + jk\omega_0)$  mang tính chu kì  $X^*(p + jk\omega_0) = X^*(p)$  ta được :

$$Y^*(p) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} W_m(p + jk\omega_0).X^*(p)$$

Như vậy hàm truyền đạt của hệ xung hờ được xác định theo công thức :

$$W^*(p) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} W_m(p + jk\omega_0) \quad (\text{II-3})$$

Khi đầu vào của phần tuyến tính mở rộng cho tác động các xung lí tưởng có chiều cao giới hạn  $x(mT)$  thì đầu ra của hệ thống sẽ nhận được phản ứng dạng :

$$y(nT) = \sum_{m=0}^n x(mT)k[(n - m)T]$$

Chuyển đổi Laplace rời rạc cả hai vế ta được :

$$D[y(nT)] = Y^*(p) = D \left[ \sum_{m=0}^n x(mT)k(n - m)T \right] \quad (\text{II-4})$$

Theo tính chất chuyển đổi Laplace rời rạc của tích chập hàm, vế phải công thức (II-4) sẽ là tích số chuyển đổi Laplace rời rạc của  $x(nT)$  và  $k(nT)$ . Nghĩa là :

$$Y^*(p) = X^*(p).K^*(p)$$

Như vậy :

$$K^*(p) = Y^*(p)/X^*(p) = W^*(p)$$

Chuyển đổi Laplace rời rạc của hàm trọng lượng rời rạc sẽ là hàm truyền đạt của hệ xung. Tính chất này của hệ xung hoàn toàn tương đương như tính chất của hệ thống liên tục (chuyển đổi Laplace của hàm trọng lượng là hàm truyền đạt của hệ thống).

Viết dưới dạng toán tử rời rạc :  $W(z) = Z[k(nT)]$

## II-1.2. XÁC ĐỊNH HÀM TRUYỀN ĐẠT CỦA HỆ XUNG HỒ TỪ HÀM TRUYỀN ĐẠT CỦA PHẦN TTLT

Trong kĩ thuật điều khiển thường sử dụng PTX điều chế theo biên độ. Đối với hệ thống này cho phép chúng ta xác định hàm truyền đạt của hệ xung hờ từ hàm truyền đạt của phần TTLT trên cơ sở của những phân tích lí thuyết sau đây :

Giả sử phần TTLT có hàm truyền đạt dạng :

$$W_t(p) = \frac{Q(p)}{R(p)}$$

Khi phương trình đặc tính bậc  $l$   $R(p) = 0$  có  $l$  nghiệm  $p_k$  khác nhau và khác 0 được viết dưới dạng :

$$R(p) = \sum_{k=1}^l (p - p_k) = 0$$

thì hàm quá độ của phần TTLT được xác định theo công thức :

$$h(t) = \frac{Q(0)}{R(0)} + \sum_{k=1}^l A_k \cdot e^{p_k \cdot t}$$

Trong đó  $A_k$  là các hệ số :

$$A_k = \frac{Q(p_k)}{p_k \cdot R'(p_k)} \quad (k = 1, 2, \dots, l)$$

Khi ở đầu vào của khâu DHX cho tác động một xung lí tưởng  $\delta(t)$  thì đầu ra của nó là một xung vuông có biên độ bằng 1 và thời gian phát xung là  $\gamma \cdot T$ . Xung vuông này tác động lên đầu vào của phần TTLT và đầu ra của nó là hàm trọng lượng  $k(t)$  của hệ xung hở. Như vậy hàm trọng lượng của hệ xung hở được xác định theo biểu thức :

$$k(t) = h(t) - h(t - \gamma \cdot T)$$

$$k(t) = \sum_{k=1}^l A_k \cdot e^{p_k \cdot t} - \sum_{k=1}^l A_k \cdot e^{p_k \cdot (t - \gamma \cdot T)}$$

Rời rạc hoá hàm trọng lượng và lưu ý rằng  $k(0) = 0$  ta được :

$$k(nT) = \sum_{k=1}^l A_k \left(1 - e^{-p_k \cdot \gamma \cdot T}\right) e^{p_k \cdot nT} = \sum_{k=1}^l C_k \cdot e^{p_k \cdot nT}$$

$$\text{Với } C_k = A_k \left(1 - e^{-p_k \cdot \gamma \cdot T}\right) = \frac{Q(p_k)}{p_k \cdot R'(p_k)} \left(1 - e^{-p_k \cdot \gamma \cdot T}\right)$$

Chuyển đổi Laplace rời rạc của  $k(nT)$  sẽ nhận được hàm truyền đạt của hệ xung hở dạng :

$$W^*(p) = \sum_{n=1}^{\infty} k(nT) \cdot e^{-p \cdot nT} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^l C_k \cdot e^{p_k \cdot nT} \cdot e^{-p \cdot nT}$$

$$W^*(p) = \sum_{k=1}^l C_k \sum_{n=1}^{\infty} e^{-(p - p_k) \cdot nT}$$

$$\text{Đa thức} \quad \sum_{n=1}^{\infty} e^{-(p - p_k) \cdot nT} \quad (\text{II-5})$$

là tổng của một cấp số nhân lùi vô hạn có :

số hạng đầu tiên

$$a_1 = e^{-(p - p_k)T}$$

và công bội

$$v = e^{-(p - p_k)T}$$

Như vậy giá trị của tổng (II-5) sẽ bằng :

$$\frac{e^{-(p-p_k)T}}{1 - e^{-(p-p_k)T}} = \frac{e^{pk \cdot T}}{e^{p \cdot T} - e^{pk \cdot T}} = \frac{1}{T_k \cdot e^{p \cdot T} - 1}$$

Với  $T_k = e^{-pk \cdot T}$

Hàm truyền đạt của hệ xung hờ được xác định theo công thức :

$$W^*(p) = \sum_{k=1}^l C_k \cdot \frac{1}{T_k \cdot e^{p \cdot T} - 1} \quad (\text{II-6})$$

Sử dụng toán tử z hàm truyền đạt của hệ xung hờ có dạng :

$$W(z) = \sum_{k=1}^l C_k \cdot \frac{1}{T_k \cdot z - 1}$$

Khi phương trình đặc tính của phần TTLT có một nghiệm bằng 0 nghĩa là hàm truyền đạt của phần TTLT có dạng :

$$Wt(p) = \frac{Q(p)}{p \cdot R(p)}$$

và phương trình  $R(p) = 0$  có l nghiệm  $p_k$  riêng biệt thì hàm quá độ của nó có dạng :

$$h(t) = \frac{Q(0)}{R(0)} \cdot t + \sum_{k=1}^l A_k \cdot e^{p_k \cdot t} - \sum_{k=1}^l A_k$$

Trong đó hệ số  $A_k$  được tính theo công thức :

$$A_k(p) = \frac{Q(p_k)}{P_k^2 \cdot R'(p_k)}$$

Hàm trọng lượng của hệ xung hờ được xác định theo công thức :

$$k(t) = h(t) - h(t - \gamma \cdot T)$$

$$k(t) = \frac{Q(0)}{R(0)} \gamma \cdot T + \sum_{k=1}^l A_k (1 - e^{-p_k \cdot \gamma \cdot T}) e^{p_k \cdot t}$$

Rời rạc hoá hàm  $k(t)$  ta được :

$$k(nT) = \frac{Q(0)}{R(0)} \gamma \cdot T + \sum_{k=1}^l A_k (1 - e^{-p_k \cdot \gamma \cdot T}) e^{p_k \cdot nT}$$

Chuyển đổi Laplace rời rạc của hàm  $k(nT)$  sẽ có hai thành phần :

Thành phần thứ nhất :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{Q(0)}{R(0)} \gamma^T e^{-p \cdot nT} = \frac{Q(0)}{R(0)} \cdot \gamma^T \sum_{n=1}^{\infty} e^{-p \cdot nT}$$

Đây là tích của một hệ số với tổng của một cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu tiên bằng công bội và bằng :  $e^{-pT}$

Như vậy thành phần thứ nhất chuyển đổi Laplace rời rạc của  $k(nT)$  sẽ có dạng

$$C_0 \cdot \frac{1}{e^{pT} - 1} \quad \text{với} \quad C_0 = \frac{Q(0)}{R(0)} \cdot \gamma \cdot T$$

Thành phần thứ hai nhận được tương đương như đã phân tích trên đây với kết quả cuối cùng là :

$$\sum_{k=1}^l C_k \cdot \frac{1}{T_k \cdot e^{p_k T} - 1} \quad \text{với} \quad C_k = \frac{Q(p_k)}{p_k^2 \cdot R'(p_k)} \cdot (1 - e^{-p_k \cdot \gamma T})$$

Hàm truyền đạt của hệ xung hờ để cho trường hợp phương trình đặc tính của phần tuyến tính liên tục có một nghiệm bằng 0 có dạng :

$$W^*(p) = C_0 \cdot \frac{1}{e^{pT} - 1} + \sum_{k=1}^l C_k \cdot \frac{1}{T_k \cdot e^{p_k T} - 1} \quad (\text{II-7})$$

Hay viết dưới dạng toán tử rời rạc z

$$W(z) = C_0 \cdot \frac{1}{z - 1} + \sum_{k=1}^l C_k \cdot \frac{1}{T_k \cdot z - 1}$$

Chuyển đổi các công thức trên đây ta dễ dàng nhận được hàm truyền đạt của hệ xung hờ viết dưới dạng tổng quát :

$$W_h(z) = \frac{Q(z)}{R(z)} = \frac{b_0 z^m + b_1 z^{m-1} + \dots + b_{m-1} z + b_m}{a_0 z^l + a_1 z^{l-1} + \dots + a_{l-1} z + a_l} \quad (\text{II-8})$$

Với  $m \leq l - 1$

Phương trình

$$a_0 z^l + a_1 z^{l-1} + \dots + a_{l-1} z + a_l = 0 \quad (\text{II-9})$$

được gọi là phương trình đặc tính của hệ xung hờ.

### II-1.3 ĐẶC TÍNH TẦN SỐ CỦA HỆ XUNG HỜ

Thay  $p = j\omega$  vào hàm truyền đạt ta sẽ nhận được hàm truyền tần số của hệ xung hờ. Cần lưu ý tới đặc tính chu kì của các đặc tính tần số của hệ thống điều khiển xung vì đối số của các đặc tính này là  $\exp(j\omega T)$ , chu kì lặp là  $\omega_0 = 2\pi/T$ . Tương tự như hệ thống liên tục, đặc tính biên độ tần số là hàm số chẵn, đồ thị của nó đối xứng qua trục tung, còn đặc tính pha tần số là hàm số lẻ có đồ thị

đối xứng qua tâm toạ độ. Đặc tính tần số biên độ pha có đồ thị đối xứng qua trục thực. Như vậy ta chỉ cần xây dựng các đặc tính tần số của hệ thống xung khi  $\omega$  thay đổi từ 0 đến  $\omega_0/2$ .

Để xây dựng đặc tính tần số biên độ pha (TBP) của hệ thống xung chúng ta có thể thực hiện bằng hai cách. Cách thứ nhất xây dựng trực tiếp khi sử dụng công thức (II-6) hoặc (II-7) với  $p = j\omega$  và cho  $\omega$  thay đổi trong khoảng từ 0 đến  $\omega_0/2$ . Đối với hệ thống không có khâu tích phân hàm truyền tần số của hệ xung hờ có dạng :

$$W^*(j\omega) = \sum_{k=1}^l C_k \cdot \frac{1}{T_k \cdot e^{j\omega T} - 1}$$

Khi  $\omega = 0$  đặc tính TBP chỉ còn lại phần thực

$$R(0) = \sum_{k=1}^l C_k \cdot \frac{1}{T_k - 1}$$

Nghĩa là đặc tính TBP sẽ xuất phát từ một điểm trên trục thực. Nếu  $\omega = \omega_0/2$  thì đặc tính TBP cũng chỉ còn phần thực :

$$R(\omega_0/2) = \sum_{k=1}^l C_k \cdot \frac{1}{-(T_k + 1)}$$

Điểm kết thúc của đặc tính TBP cũng nằm trên trục thực.

Trường hợp phân TTLT có khâu tích phân thì hàm truyền tần số của hệ xung hờ có dạng :

$$W^*(j\omega) = C_0 \cdot \frac{1}{e^{j\omega T} - 1} + \sum_{k=1}^l C_k \cdot \frac{1}{T_k \cdot e^{j\omega T} - 1}$$

Khi  $\omega = 0$  giá trị phần ảo tiến xa đến  $-\infty$  còn phần thực có giá trị :

$$R(0) = -\frac{C_0}{2} + \sum_{k=1}^l C_k \cdot \frac{1}{T_k - 1}$$

Đặc tính TBP của hệ thống hờ kết thúc ở tần số  $\omega = \omega_0/2$  với giá trị phần ảo bằng 0 còn phần thực

$$R(\omega_0/2) = -\frac{C_0}{2} - \sum_{k=1}^l C_k \cdot \frac{1}{T_k + 1}$$

Đặc tính TBP của hệ thống hờ kết thúc tại một điểm trên trục thực. Đặc tính TBP của hệ thống hờ cũng có thể xây dựng theo cách thứ hai bằng việc sử dụng đặc tính TBP của phần tuyến tính mở rộng. Thay  $p = j\omega$  vào công thức II-2 ta nhận được hàm truyền tần số của hệ xung hờ dạng :

$$W^*(j\omega) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} W_m[j(\omega + k\omega_0)] \quad (\text{II-10})$$

Sử dụng công thức (II-10) chúng ta dễ dàng xây dựng đặc tính TBP của hệ thống hở theo các bước sau đây :

- Bước thứ nhất : xây dựng đặc tính TBP của phần tuyến tính liên tục mở rộng với hệ số  $1/T$  dạng :  $W(j\omega)/T$  khi  $\omega$  thay đổi từ 0 đến  $\infty$ .

- Bước thứ hai : xây dựng đường đối xứng qua trục thực với đồ thị trên (đặc tính TBP của  $W(j\omega)/T$  khi  $\omega$  thay đổi từ  $-\infty$  đến 0).

- Bước thứ ba : lấy giá trị  $0 \leq \omega_1 \leq \omega_0/2$  và các giá trị  $\omega = \omega_1 \pm k\omega_0$  rồi xác định các vectơ  $W_m(j\omega)$  tương ứng trên đồ thị vừa xây dựng. Vectơ đặc tính tần biên pha của hệ xung hở được xác định bằng cách cộng các vectơ này.

Lặp lại bước thứ ba với các giá trị  $0 \leq \omega \leq \omega_0/2$  khác nhau ta sẽ xây dựng được đặc tính TBP của hệ xung hở.

Có thể xây dựng gần đúng đặc tính TBP của hệ thống hở dựa trên sự phân tích sau : khi  $\omega \geq \omega_0$  thì  $\text{mod}W(j\omega)$  rất nhỏ vì vậy công thức (II-10) có thể viết gần đúng dạng :

$$W^*(j\omega) \approx \frac{1}{T} \{W_m(j\omega) + W_m[j(\omega - \omega_0)]\} \quad (\text{II-11})$$

Như vậy vectơ đặc tính TBP của hệ thống hở có thể xây dựng gần đúng bằng tổng của hai vectơ theo công thức (II-11). Các bước xây dựng như sau :

- Bước thứ nhất : xây dựng đặc tính  $W_m(j\omega)/T$  khi  $\omega$  thay đổi từ 0 đến  $\infty$ .

- Bước thứ hai : cho giá trị  $0 \leq \omega_1 \leq \omega_0/2$ , xác định vectơ  $W_m(j\omega_1)$  và  $W_m[j(\omega_0 - \omega_1)]$  tương ứng. Vectơ  $W_m[j(\omega_0 - \omega_1)]$  đối xứng với vectơ  $W_m[j(\omega_0 - \omega_1)]$  qua trục thực. Từ đây ta dễ dàng xây dựng gần đúng vectơ  $W(j\omega_1)$ .

Lặp lại bước hai với các giá trị  $0 \leq \omega \leq \omega_0/2$  khác nhau ta sẽ nhận được đặc tính TBP của hệ thống hở.

Phần LTM gồm phần tử ĐHX có hàm truyền đạt  $W_d(p)$  mắc nối tiếp với phần TTLT với hàm truyền đạt  $W_l(p)$ . Vì vậy để đơn giản cho việc xây dựng đặc tính  $W_m(j\omega)/T$  ta khảo sát đặc tính TBP của phần tử  $W_d(j\omega)/T$ . Khi sử dụng nguyên lý điều chế theo biên độ khâu định hình xung có hàm truyền đạt :

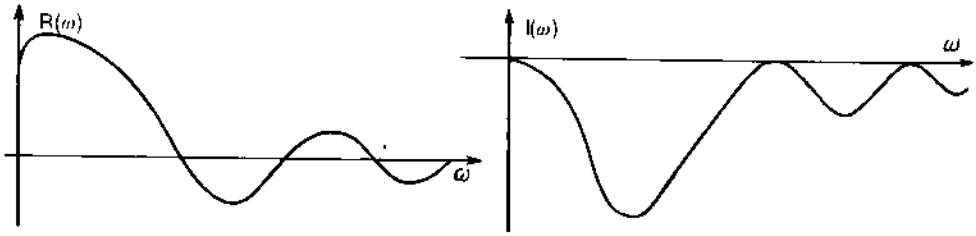
$$W_d(p) = \frac{1 - e^{-\gamma T p}}{p}$$

Như vậy :

$$W_d(j\omega)/T = \frac{1 - e^{-\gamma T j\omega}}{T j\omega} = \frac{\sin(\gamma T \omega)}{T \omega} + j \frac{\cos(\gamma T \omega) - 1}{T \omega}$$

Đặc tính phần thực :

$$R(\omega) = \frac{\sin(\gamma T \omega)}{T \omega}$$



Hình II-2 Đặc tính tần số phần thực và phần ảo của  $W_d(j\omega)/T$

Đặc tính phần ảo :

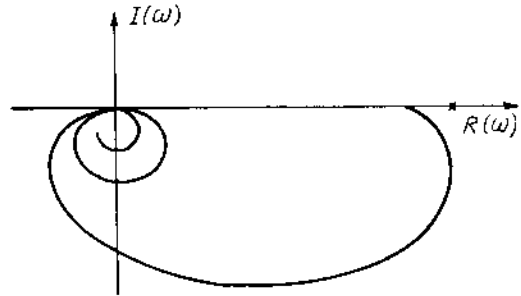
$$I(\omega) = \frac{\cos(\gamma T\omega) - 1}{T\omega}$$

$$R(\omega) = 0 \text{ khi } \omega = (k + 1)\pi/\gamma T$$

$$I(\omega) = 0 \text{ khi } \omega = 2k\pi/\gamma T$$

Với  $k = 0, 1, 2, 3, \dots$

Đặc tính TBP của  $W_d(j\omega)/T$  được xây dựng trên hình II-3, còn các đặc tính tần số phần thực và tần số phần ảo của nó được xây dựng trên hình II-2.



Hình II-3 Đặc tính TBP của  $W_d(j\omega)/T$

Đặc tính TBP của  $W_m(j\omega)/T$  có thể dễ dàng xây dựng dựa trên đặc tính trên hình II-3 và đặc tính TBP của phần TTLT.

Ví dụ II-1

Dùng các phương pháp khác nhau xây dựng đặc tính TBP của hệ thống xung hờ có phần tử xung điều chế theo biên độ với hàm truyền đạt của phần TTLT

$$W_1(p) = \frac{2}{5p + 1}$$

Với  $T = 0,01$  và  $\gamma = 0,5$

Bài giải

a. Xác định hàm truyền đạt của hệ xung hờ theo hàm truyền đạt của phần tuyến tính liên tục mở rộng.

- Phần tuyến tính liên tục mở rộng LTM có hàm truyền đạt :

$$W_m(p) = \frac{1 - e^{-0,005p}}{p} \cdot \frac{2}{5p + 1}$$

- Theo công thức (II-3) hàm truyền đạt của hệ xung hờ có dạng



$$W_h^*(p) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1 - e^{-0,005(p + jk\omega_0)}}{p + jk\omega_0} \cdot \frac{2}{5(p + jk\omega_0) + 1}$$

Trong đó  $\omega_0 = 2\pi/0,01 = 200\pi$

- Hàm truyền tần số của phần tuyến tính liên tục mở rộng :

$$W_m(j\omega) = \frac{1 - e^{-0,005j\omega}}{j\omega} \cdot \frac{2}{5j\omega + 1} \quad (\text{II-12})$$

- Hàm truyền tần số của hệ xung hờ có dạng

$$W^*(j\omega) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1 - e^{j(0,005\omega - k\omega)}}{j(\omega + 200k\pi)} \cdot \frac{2}{5j(\omega + 200k\pi) + 1}$$

Theo kết quả phân tích lí thuyết, để xây dựng đặc tính TBP của hệ xung hờ trước hết chúng ta xây dựng đặc tính TBP của biểu thức  $W_m(j\omega)/T$  với  $T = 0,01$ . Ta có :

$$W_m(j\omega)/0,01 = A(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)}$$

Trong đó 
$$A(\omega) = 200 \cdot \frac{\sqrt{2 - 2\cos 0,005\omega}}{\omega \sqrt{25\omega^2 + 1}}$$

$$\varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2} + \arctg \frac{\sin 0,005\omega}{1 - \cos 0,005\omega} - \arctg 5\omega$$

Để xây dựng đặc tính TBP của  $W_m(j\omega)/T$  ta lập bảng kết quả tính toán sau (bảng II-1).

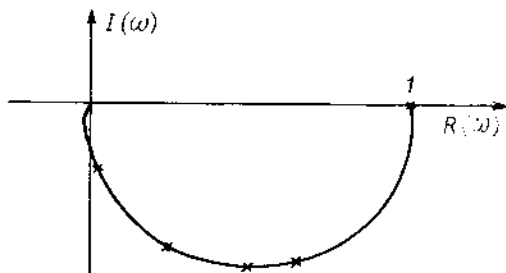
Bảng II-1 Kết quả tính toán  $A(\omega)$  và  $\varphi(\omega)$

$\omega$	0	$\pi/20$	$\pi/15$	$\pi/9$	$\pi/3$	$\pi$	$10\pi$	$50\pi$	$100\pi$	$200\pi$
$A(\omega)$	1	0,788	0,692	0,497	0,188	0,063	0,0064	0,0012	0,0006	0,0002
$\varphi(\omega)$	0	-38,2	-46,3	-60,2	-79,3	-86,4	-94,1	-112,5	-135	-179,9

Đặc tính TBP của  $W_m(j\omega)/T$  được mô tả trên hình II-4. Từ đặc tính này và dựa vào công thức II-11 ta dễ dàng xây dựng gần đúng đặc tính TBP của hệ xung hờ. Trong trường hợp của bài toán này vectơ

$$W_m(j\omega - \omega_0)/T$$

khi  $\omega$  thay đổi từ 0 đến  $\omega_0/2 = 100\pi$  là vô cùng nhỏ, vì



Hình II-4 Đặc tính TBP của  $W_m(j\omega)/T$  và của hệ xung hờ

vậy đặc tính TBP của hệ xung hờ xây dựng được trùng với đồ thị đã xây dựng. Sự khác nhau ở đây là về pha. Khi  $\omega = 100\pi$ ,  $\varphi(\omega) = -135$  nhưng pha của đặc tính TBP của hệ xung hờ có giá trị bằng  $-180$ .

b. Xác định hàm truyền đạt của hệ xung hờ từ hàm truyền đạt của TTLT

- Phần TTLT có phương trình đặc tính :

$$R(p) = 5p + 1 = 0 \quad \text{với nghiệm} \quad p_1 = -0,2$$

- Đạo hàm của  $R(p)$   $R'(p) = 5$

- Hệ số  $C_1$  được xác định theo công thức :

$$C_1 = \frac{2}{-0,2 \cdot 5} (1 - e^{0,2 \cdot 0,5 \cdot 0,01}) = 0,002$$

- Hằng số thời gian  $T_1$  được xác định theo công thức :

$$T_1 = e^{0,2 \cdot 0,01} = 1,002$$

- Theo công thức (II-6) hàm truyền đạt của hệ xung hờ có dạng :

$$W^*(p) = \frac{0,002}{1,002 \cdot e^{T_1 p} - 1}$$

- Thay  $p = j\omega$  ta nhận được hàm truyền tần số của hệ xung hờ

$$W^*(j\omega) = \frac{0,002}{(1,002 \cdot \cos 0,01\omega - 1) + j1,002 \cdot \sin 0,01\omega}$$

- Đặc tính biên độ tần số

$$A(\omega) = \frac{0,002}{(1,002 \cdot \cos 0,01\omega - 1)^2 + (1,002 \cdot \sin 0,01\omega)^2}$$

- Đặc tính pha tần số

$$\varphi(\omega) = -\arctg \frac{1,002 \sin 0,01\omega}{1,002 \cos 0,01\omega - 1}$$

Để xây dựng đặc tính TBP của hệ xung hờ ta lập bảng sau (bảng II-2)

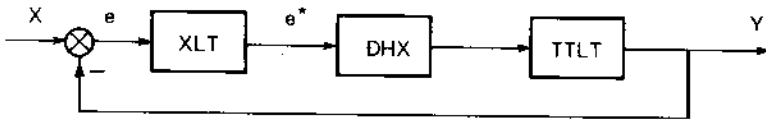
Bảng II-2 Kết quả tính toán  $A(\omega)$  và  $\varphi(\omega)$

$\omega$	0	$\pi/20$	$\pi/15$	$\pi/9$	$\pi/3$	$\pi$	$10\pi$	$50\pi$	$100\pi$
$A(\omega)$	1	0,786	0,690	0,496	0,187	0,063	0,0064	0,0014	0,0010
$\varphi(\omega)$	0	-38,2	-46,4	-60,3	-79,5	-87,3	-98,6	-134,9	-180

Từ kết quả tính toán này dễ dàng xây dựng đặc tính TBP của hệ xung hờ. Đồ thị đặc tính TBP của hệ xung hờ nhận được tương đương như đồ thị mô tả trong hình II-4.

## II-1.4 MÔ TẢ ĐỘNG HỌC HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN XUNG KÍN

Sơ đồ cấu trúc hệ thống điều khiển xung kín có một phân tử xung được mô tả trong hình II-5.



Hình II-5 Sơ đồ cấu trúc hệ thống điều khiển xung kín

Hàm truyền đạt của hệ xung kín được xác định theo công thức :

$$W_k^*(p) = \frac{Y^*(p)}{X^*(p)}$$

Nếu hàm truyền đạt của hệ xung hở là  $W_h^*(p)$  thì :

$$Y^*(p) = W_h^*(p).E^*(p) = W_h^*(p)[X^*(p) - Y^*(p)]$$

Như vậy :

$$W_k^*(p) = \frac{W_h^*(p)}{1 + W_h^*(p)}$$

Hay viết dưới dạng toán tử z :

$$W_k(z) = \frac{W_h(z)}{1 + W_h(z)} \quad (\text{II-13})$$

Thay công thức (II-8) vào (II-13) và biến đổi nhận được :

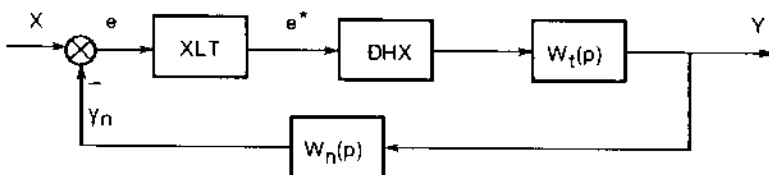
$$W_k(z) = \frac{b_0 z^m + b_1 z^{m-1} + \dots + b_{m-1} z + b_m}{A_0 z^l + A_1 z^{l-1} + \dots + A_{l-1} z + A_l} = \frac{G(z)}{H(z)} \quad (\text{II-14})$$

Và phương trình :

$$A_0 z^l + A_1 z^{l-1} + \dots + A_{l-1} z + A_l = 0$$

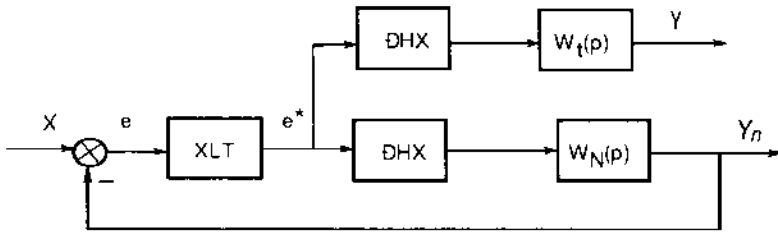
được gọi là phương trình đặc tính của hệ xung kín.

Hệ thống xung kín với mạch phản hồi có hàm truyền đạt  $W_n(p)$  được mô tả trong hình II-6.



Hình II-6 Hệ thống xung kín với mạch hồi tiếp khác 1

Chuyển tín hiệu vào của  $W_n(p)$  từ sau  $W_t(p)$  về trước ĐHX ta được sơ đồ cấu trúc mới mô tả trong hình II-7.



Hình II-7 Sơ đồ sau khi biến đổi (với  $W_N(p) = W_t(p).W_n(p)$ )

Hàm truyền đạt của hệ xung kín được xác định theo biểu thức :

$$W_k^*(p) = \frac{Y^*(p)}{X^*(p)}$$

Từ sơ đồ II-7 ta có :

$$Y^*(p) = W_t^*(p).E^*(p)$$

$$Y_n^*(p) = W_N^*(p).E^*(p)$$

$$X^*(p) = E^*(p) + Y_n^*(p) = [1 + W_N^*(p)].E^*(p)$$

Như vậy :

$$W_k^*(p) = \frac{W_t^*(p).E^*(p)}{[1 + W_N^*(p)].E^*(p)} = \frac{W_t^*(p)}{1 + W_N^*(p)}$$

Viết dưới dạng toán tử z :

$$W_k(z) = \frac{W_t(z)}{1 + W_N(z)} \quad (II-15)$$

Thay các biểu thức của  $W_t(z)$  và  $W_N(z)$  vào (II-15) và biến đổi sẽ nhận được hàm truyền đạt của hệ xung kín dạng :

$$W_k(z) = \frac{B_0 z^m + B_1 z^{m-1} + \dots + B_{m-1} z + B_m}{A_0 z^l + A_1 z^{l-1} + \dots + A_{l-1} z + A_l} \quad (II-15)'$$

Nhân cả tử số và mẫu số của đẳng thức (II-15)' với  $z^{-l}$  ta được

$$W_k(z) = \frac{B_0 z^{-(l-m)} + B_1 z^{-(l-m+1)} + \dots + B_{m-1} z^{-(l-1)} + B_m z^{-l}}{A_0 + A_1 z^{-1} + \dots + A_{l-1} z^{-(l-1)} + A_l z^{-l}}$$

Hàm truyền đạt của hệ thống xung bằng tỉ số chuyển đổi Laplace rời rạc của tín hiệu ra  $Y^*(p)$  và vào  $X^*(p)$ . Như vậy ta có :

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{B_0 z^{-(l-m)} + B_1 z^{-(l-m+1)} + \dots + B_{m-1} z^{-(l-1)} + B_m z^{-l}}{A_0 + A_1 z^{-1} + \dots + A_{l-1} z^{-(l-1)} + A_l z^{-l}}$$

Chuyển đổi sang dạng :

$$\begin{aligned} & [A_0 + A_1 z^{-1} + \dots + A_{l-1} z^{-(l-1)} + A_l z^{-l}] \cdot Y(z) = \\ & [B_0 z^{-(l-m)} + B_1 z^{-(l-m+1)} + \dots + B_{m-1} z^{-(l-1)} + B_m z^{-l}] \cdot X(z) \end{aligned} \quad (\text{II-16})$$

Sử dụng tính chất tuyến tính và tính chất hàm trễ của chuyển đổi z phương trình (II-16) viết dưới dạng hàm ảnh có thể chuyển sang dạng hàm gốc :

$$A_0 \cdot y(n) + A_1 \cdot y(n-1) + \dots + A_{l-1} \cdot y(n-l+1) + A_l \cdot y(n-l) =$$

$$B_0 \cdot x(n-l+m) + B_1 \cdot x(n-l+m-1) + \dots + B_{m-1} \cdot x(n-l+1) + B_m \cdot x(n-l) \quad (\text{II-17})$$

Phương trình (II-17) mô tả mối liên hệ các giá trị rời rạc của tín hiệu ra với các giá trị rời rạc của tín hiệu vào trong hệ thống điều khiển xung tại các thời điểm  $n, n-1, n-2, \dots, n-l+1, n-l$ . Nó được gọi là phương trình sai phân tuyến tính với các hệ số cố định.

Thay  $i = n-l$  phương trình II-17 được viết dưới dạng :

$$\begin{aligned} & A_0 \cdot y(i+1) + A_1 \cdot y(i+1-1)T + \dots + A_{l-1} \cdot y(i+1) + A_l \cdot y(i) = \\ & B_0 \cdot x(i+m) + B_1 \cdot x(i+m-1) + \dots + B_{m-1} \cdot x(i-1) + B_m \cdot x(i) \end{aligned} \quad (\text{II-17'})$$

Phương pháp giải các phương trình này tương đương như giải phương trình vi phân tuyến tính với các hệ số cố định.

Tương tự như trong lý thuyết hệ thống tuyến tính liên tục, đặc tính động học của hệ thống xung tuyến tính có thể mô tả trong miền thời gian bằng hệ phương trình trạng thái. Ví dụ, hệ thống xung được mô tả bằng phương trình sai phân :

$$a_0 \cdot y(i+1) + a_1 \cdot y(i+1-1)T + \dots + a_{l-1} \cdot y(i+1) + a_l \cdot y(i) = Kx(i) \quad (\text{II-18})$$

Đặt  $y(i) = y_1(i)$ ,  $y(i+1) = y_1(i+1) = y_2$ ,  $y(i+2) = y_2(i+1) = y_3(i) \dots$

Ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} y_1(i+1) = y_2(i) \\ y_2(i+1) = y_3(i) \\ \dots \dots \dots \\ y_l(i+1) = K_0 \cdot x(i) - A_1 \cdot y_1(i) - A_2 \cdot y_{l-1}(i) - \dots - A_l \cdot y_1(i) \end{cases}$$

(với  $K_0 = K/a_0$ ,  $A_i = a_i/a_0$ )

được gọi là hệ phương trình trạng thái của hệ thống xung. Các biến  $y_1, y_2, \dots, y_l$  được gọi là các biến trạng thái. Hệ phương trình trạng thái trên có thể viết dưới dạng vectơ ma trận :

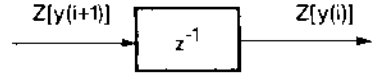
$$\begin{bmatrix} y_1(i+1) \\ y_2(i+1) \\ \dots \\ y_l(i+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -A_1 & -A_2 & \dots & \dots & -A_l \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} y_1(i) \\ y_2(i) \\ \dots \\ y_l(i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & K_0 \end{bmatrix} \times x$$

Hoặc viết gọn dưới dạng

$$Y(i+1) = AY(i) + Bx(i)$$

Với  $Y(i+1)$ ,  $Y(i)$ ,  $x(i)$  là các vectơ còn  $A$ ,  $B$  là các ma trận.

Biến trạng thái của hệ thống xung có thể chọn theo cách khác. Trong hệ thống liên tục, để xây dựng mô hình của hệ thống chúng ta sử dụng khâu tích phân. Trong hệ thống xung mô hình cấu trúc của hệ thống có thể xây dựng thông qua khâu trễ với hàm truyền đạt  $1/z$ . Nếu tại thời điểm lấy mẫu tín hiệu ra của khâu trễ là  $y(i)$  thì tín hiệu vào của nó là  $y(i+1)$ . Sơ đồ cấu trúc của khâu trễ được mô tả trong hình II-8.



Hình II-8 Sơ đồ cấu trúc khâu trễ

Theo tính chất chuyển đổi Z của hàm chuyển dịch ta có :

$$W(z) = \frac{Z[y(i)]}{Z[y(i+1)]} = \frac{Y(z)}{Y(z).z} = \frac{1}{z} = z^{-1}$$

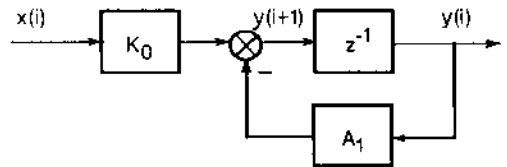
Nếu hệ thống điều khiển xung có phương trình sai phân dạng :

$$y(i+1) + A_1.y(i) = K_0.x(i)$$

Thì hàm truyền đạt của nó được mô tả bằng biểu thức :

$$W(z) = \frac{Z[y(i)]}{Z[x(i)]} = \frac{K_0}{z + A_1}$$

và sơ đồ cấu trúc của nó được mô tả trong hình II-9

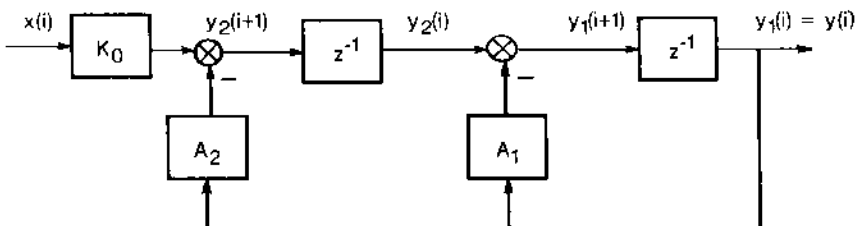


Hình II-9 Sơ đồ cấu trúc hệ thống

Khi hệ thống điều khiển xung được mô tả bằng hàm truyền đạt :

$$W(z) = \frac{K_0}{z^2 + A_1.z + A_2}$$

thì mô hình cấu trúc của nó có thể được mô tả như trong hình II-10.

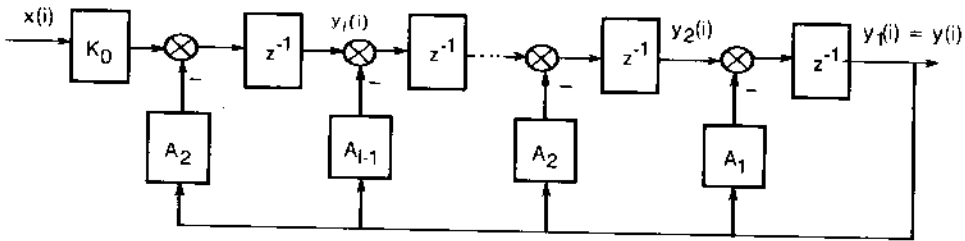


Hình II-10 Sơ đồ cấu trúc hệ thống

Từ sơ đồ cấu trúc của hệ thống (hình II-10) ta sẽ xây dựng được hệ phương trình trạng thái của nó

$$\begin{aligned} y_1(i+1) &= y_2(i) - A_1 \cdot y_1(i) \\ y_2(i+1) &= K_0 \cdot x(i) - A_2 \cdot y_1(i) \end{aligned}$$

Hệ thống điều khiển xung có phương trình sai phân dạng (II-18) sẽ có sơ đồ cấu trúc được mô tả trong hình II-11



Hình II-11. Sơ đồ khối hệ thống

Trên cơ sở sơ đồ cấu trúc hình II-11 để dàng xây dựng hệ phương trình trạng thái của hệ thống điều khiển xung đã cho như sau :

$$\begin{cases} y_1(i+1) = y_2(i) - A_1 \cdot y_1(i) \\ y_2(i+1) = y_3(i) - A_2 \cdot y_1(i) \\ \dots \dots \dots \\ y_{l-1}(i+1) = y_l(i) - A_{l-1} \cdot y_1(i) \\ y_l(i+1) = K_0 \cdot x(i) - A_l \cdot y_1(i) \end{cases}$$

Hoặc viết dưới dạng ma trận vectơ

$$\begin{bmatrix} y_1(i+1) \\ y_2(i+1) \\ \dots \\ y_l(i+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -A_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -A_2 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -A_l & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_1(i) \\ y_2(i) \\ \dots \\ y_l(i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & K_0 \end{bmatrix} \cdot x(i)$$

Trên cơ sở những phân tích trên đây để dàng xây dựng sơ đồ cấu trúc của hệ thống điều khiển xung mà quá trình động học được mô tả bằng phương trình sai phân (II-17'). Để thực hiện việc này, trước hết chia hai vế của phương trình (II-17') cho  $A_0$  ta thu được phương trình :

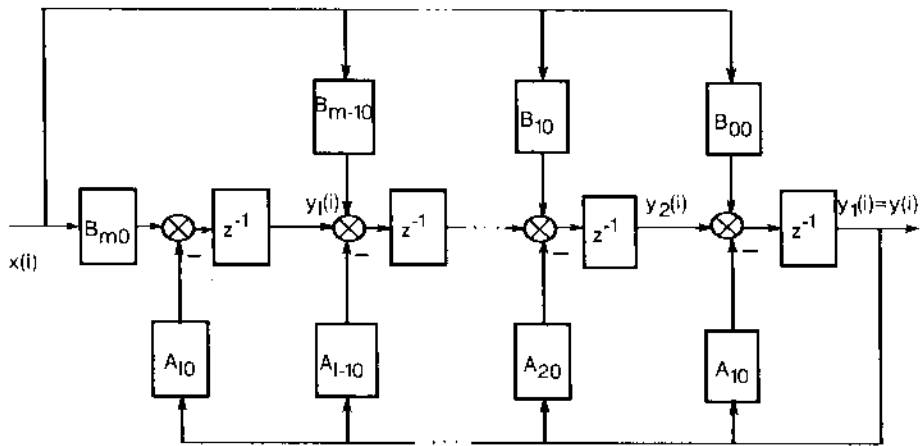
$$\begin{aligned} y(i+1) + A_{10} \cdot y(i+1-1)T + \dots + A_{l-10} \cdot y(i+1) + A_{l0} \cdot y(i) = \\ B_{00} \cdot x(i+m) + B_{10} \cdot x(i+m-1) + \dots + B_{m-10} \cdot x(i-1) + B_{m0} \cdot x(i) \end{aligned}$$

Hàm truyền đạt của hệ thống có dạng :

$$W(z) = \frac{B_{00} \cdot z^m + B_{10} \cdot z^{m-1} + \dots + B_{m-10} \cdot z + B_{m0}}{z^l + A_{10} \cdot z^{l-1} + \dots + A_{l-10} \cdot z + A_{l0}} \quad (II-19)$$

Với  $A_{10} = A_1/A_0$ ,  $B_{10} = B_1/A_0$

Từ hàm truyền đạt (II-19) ta sẽ xây dựng được sơ đồ cấu trúc khối của hệ thống điều khiển xung mô tả trong hình II-12 (xét cho trường hợp  $m=1-1$ ).



Hình II-12 Sơ đồ khối hệ thống

Từ đây ta có hệ phương trình trạng thái của hệ thống

$$\begin{cases} y_1(i+1) = y_2(i) - A_{10} \cdot y_1(i) + B_{00} \cdot x(i) \\ y_2(i+1) = y_3(i) - A_{20} \cdot y_1(i) + B_{10} \cdot x(i) \\ \dots \dots \dots \\ y_{1-1}(i+1) = y_1(i) - A_{1-10} \cdot y_1(i) + B_{m-10} \cdot x(i) \\ y_1(i+1) = -A_{10} \cdot y_1(i) + B_{m0} \cdot x(i) \end{cases}$$

Hoặc viết dưới dạng ma trận vectơ :

$$\begin{bmatrix} y_1(i+1) \\ y_2(i+1) \\ \dots \\ y_1(i+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -A_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -A_2 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -A_1 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1(i) \\ y_2(i) \\ \dots \\ y_1(i) \end{bmatrix} + [B_{00} \ B_{10} \ \dots \ B_{m0}] \cdot x(i)$$

Tín hiệu ra của hệ thống được xác định theo công thức :

$$y(i) = [1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0] \begin{bmatrix} y_1(i) \\ y_2(i) \\ \dots \\ y_1(i) \end{bmatrix}$$



Các phương trình ma trận vectơ được viết gọn dưới dạng :

$$y_k(i+1) = A.y_k(i) + B.x(i)$$

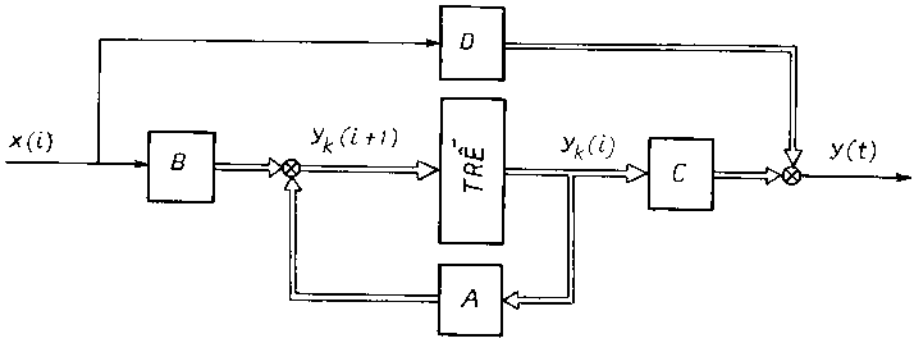
$$y(i) = C.y_k(i)$$

Tương tự như trong hệ liên tục, phương trình trạng thái tổng quát của hệ thống điều khiển xung viết gọn có dạng :

$$y_k(i+1) = A.y_k(i) + B.x(i)$$

$$y(i) = C.y_k(i) + D.x(i)$$

Trong đó D là ma trận biểu diễn sự liên hệ trực tiếp tín hiệu ra và tín hiệu vào. Dạng tổng quát mô hình trạng thái của hệ thống điều khiển xung được mô tả trên hình II-13.



Hình II-13 Sơ đồ tổng quát trạng thái hệ thống điều khiển xung

## §II-2 KHẢO SÁT ỔN ĐỊNH CỦA HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN XUNG

### II-2.1 KHÁI NIỆM ỔN ĐỊNH CỦA HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN XUNG

Lý thuyết điều khiển hệ thống xung tuyến tính có nhiều điểm tương đồng với lý thuyết điều khiển hệ thống liên tục tuyến tính. Để xét hệ thống xung ổn định hay không ta phải giải phương trình sai phân (II-17). Tương tự như phương trình vi phân, nghiệm của phương trình (II-17) có dạng :

$$y(nT) = y_0(nT) + y_r(nT)$$

Trong đó  $y_0(nT)$  là nghiệm chung của phương trình sai phân (vế bên phải của phương trình sai phân bằng 0) còn  $y_r(nT)$  là nghiệm riêng. Nghiệm chung  $y_0(nT)$  mô tả đặc tính của quá trình quá độ. Nghiệm riêng  $y_r(nT)$  biểu diễn trạng thái xác lập của hệ thống, nghĩa là nó không ảnh hưởng lên tính ổn định của hệ thống. Như vậy, tương đương như hệ thống tuyến tính liên tục, để xét ổn định của hệ xung ta chỉ cần giải phương trình sai phân đồng nhất :

$$A_0.y(nT) + A_1.y[(n-1)T] + \dots + A_{l-1}.y[(n-l+1)T] + A_l.y[(n-l)T] = 0$$

Nghiệm của phương trình này được xác định dựa vào nghiệm của phương

trình đặc tính :

$$A_0 z^l + A_1 z^{l-1} + \dots + A_{l-1} z + A_l = 0 \quad (\text{II-20})$$

Giả sử phương trình (II-20) có  $l$  nghiệm  $z_i \neq 0$  riêng biệt thì nghiệm của phương trình đồng nhất có dạng :

$$y_0(nT) = c_1 z_1^n + c_2 z_2^n + \dots + c_l z_l^n$$

Trong đó  $c_i$  là các hệ số được xác định từ  $l$  "điều kiện đầu", nghĩa là từ  $l$  giá trị đầu tiên của  $y_0$  cho trước.

Hệ thống điều khiển tự động xung sẽ ổn định khi :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} y_0(nT) \rightarrow 0 \quad (\text{II-21})$$

Điều kiện (II-21) được xét thông qua đặc tính các nghiệm số của phương trình đặc tính.

- Khi  $z_i$  là nghiệm thực  $z_i = e^{\alpha_i}$  điều kiện (II-21) sẽ được bảo đảm nếu  $\alpha_i < 0$ , như vậy  $\text{modun } |z_i| < 1$ .

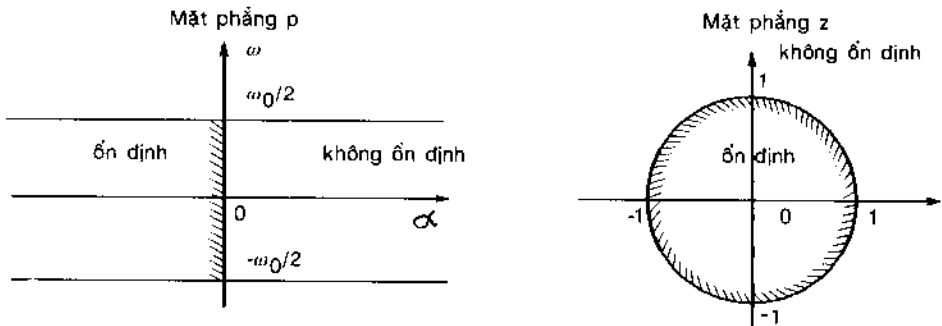
- Khi  $z_i$  là nghiệm phức  $z_i = e^{\alpha_i + j\beta_i} = e^{\alpha_i} \cdot e^{j\beta_i}$

để cho hệ thống ổn định thì  $r = |z_i| = \exp \alpha_i < 1$  hay  $\alpha_i < 0$

- Nếu  $z_i$  là nghiệm thuần ảo  $z_i = e^{j\beta_i}$

quá trình quá độ của hệ thống sẽ có thành phần dao động với biên độ không đổi.

Từ những phân tích trên đây cho phép chúng ta rút ra kết luận sau : hệ thống điều khiển xung tuyến tính sẽ ổn định nếu phương trình đặc tính của hệ thống có các nghiệm thực hoặc nghiệm phức có  $\text{modun} < 1$ . Hệ thống sẽ không ổn định nếu phương trình đặc tính của nó có một nghiệm thực hoặc phức có  $\text{modun} > 1$  và hệ thống sẽ ở biên giới ổn định nếu phương trình đặc tính có nghiệm thuần ảo và các nghiệm khác là nghiệm thực hoặc phức có  $\text{modun} < 1$ . Hình II-14 mô tả phần vùng ổn định của hệ thống trên mặt phẳng phân bố



Hình II-14 Phân vùng ổn định trên mặt phẳng nghiệm số

nghiệm số.

Trên mặt phẳng  $p$  do tính chất chu kì của các đặc tính tần số của hệ thống xung nên chỉ cần khảo sát sự phân bố nghiệm số trong dải tần số từ  $-\omega_0/2$  đến  $\omega_0/2$ . Trong các dải tần số tiếp theo với độ rộng  $\omega_0$  sự phân bố nghiệm số hoàn toàn lặp lại. Hệ thống xung sẽ ổn định khi tất cả các nghiệm số của phương trình đặc tính phân bố bên trái trục ảo. Khi có nghiệm nằm bên phải trục ảo thì hệ thống không ổn định. Trục ảo là đường biên giới phân vùng ổn định trên mặt phẳng  $p$ . Điều kiện này hoàn toàn tương đương như trong hệ thống điều khiển liên tục tuyến tính.

Trên mặt phẳng  $z$ , khi tất cả các nghiệm số của phương trình đặc tính phân bố trong đường tròn đơn vị thì hệ thống ổn định. Hệ thống sẽ không ổn định nếu có nghiệm phân bố bên ngoài đường tròn. Như vậy đường tròn đơn vị là biên giới giữa hai vùng ổn định và không ổn định trên mặt phẳng  $z$ .

## II-2.2 TIÊU CHUẨN ỔN ĐỊNH ĐẠI SỐ

Tương tự như hệ thống điều khiển liên tục tuyến tính, việc giải phương trình đặc tính của hệ thống xung cũng rất phức tạp. Vì vậy các nhà khoa học đi tìm các tiêu chuẩn để dựa vào đó đánh giá tính ổn định của hệ thống.

Giả sử hệ thống điều khiển tự động xung có phương trình đặc tính

$$a_0 z^l + a_1 z^{l-1} + \dots + a_{l-1} z + a_l = 0 \quad (II-22)$$

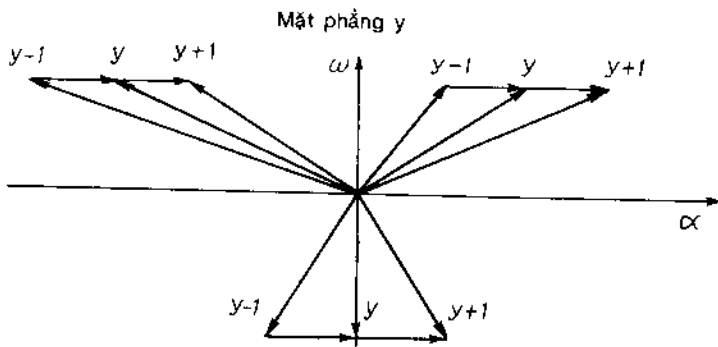
Thay

$$z = \frac{y + 1}{y - 1}$$

vào phương trình đặc tính (II-22) và biến đổi ta sẽ nhận được phương trình với biến số  $y$  dạng :

$$A_0 y^l + A_1 y^{l-1} + \dots + A_{l-1} y + A_l = 0 \quad (II-23)$$

Hình II-15 minh họa mối tương quan sự phân bố nghiệm số của phương trình (II-23) trên mặt phẳng  $y$  với nghiệm  $z$  của phương trình (II-22).



Hình II-15 Mối tương quan giữa nghiệm số  $y$  và modul của  $z$

Khi nghiệm  $y$  nằm bên trái trục ảo ta có  $|y + 1| < |y - 1|$ ,  $|z| < 1$  tương đương với trường hợp nghiệm  $z$  nằm trong đường tròn đơn vị. Nếu nghiệm  $y$  nằm bên phải trục ảo thì  $|y + 1| > |y - 1|$  suy ra  $|z| > 1$ , nghiệm  $z$  nằm ngoài đường tròn đơn vị. Trường hợp nghiệm  $y$  nằm trên trục ảo  $|y + 1| = |y - 1|$ ,  $|z| = 1$  nghiệm  $z$  nằm trên đường tròn đơn vị.

Như vậy khi chuyển từ mặt phẳng  $z$  sang mặt phẳng  $y$  thì việc xét ổn định của hệ thống cũng chuyển từ điều kiện  $|z| < 1$  sang điều kiện tất cả các nghiệm của phương trình (II-23) phải nằm bên trái trục ảo. Các tiêu chuẩn đại số để xét ổn định cho hệ thống điều khiển tự động liên tục tuyến tính hoàn toàn được sử dụng để xét ổn định cho hệ thống điều khiển xung tuyến tính trong mặt phẳng  $y$ .

### Ví dụ II-2

Xét điều kiện ổn định của hệ thống điều khiển xung có phương trình đặc tính bậc nhất  $a_0 z + a_1 = 0$

#### Bài giải

\* Xét ổn định theo nghiệm của phương trình đặc tính

Ta có:  $z = -a_1/a_0$

Hệ thống điều khiển sẽ ổn định khi  $|a_0| > |a_1|$  ( $|z| < 1$ )

\* Xét theo tiêu chuẩn đại số:

Thay  $z = (y + 1)/(y - 1)$  vào phương trình đặc tính:

$$a_0 \cdot \frac{y + 1}{y - 1} + a_1 = 0 \quad (\text{II-24})$$

Vì  $y \neq 1$  nên phương trình (II-24) có thể chuyển đổi thành

$$(a_0 + a_1)y + a_0 - a_1 = 0$$

Theo tiêu chuẩn đại số hệ thống điều khiển tự động có phương trình đặc tính bậc hai sẽ ổn định khi các hệ số của nó cùng dấu:

$$(a_0 + a_1)(a_0 - a_1) > 0$$

Bất phương trình này có nghiệm khi  $a_0 > a_1$  tương đương với kết quả nhận được trên đây.

### Ví dụ II-3

Xét điều kiện ổn định của hệ thống điều khiển xung có phương trình đặc tính bậc hai

$$a_0 z^2 + a_1 z + a_2 = 0$$

#### Bài giải

\* Xét ổn định theo nghiệm của phương trình đặc tính

- Khi  $\Delta = a_1^2 - 4a_0 a_2 > 0$

$$z_{1,2} = \frac{-a_1 \pm \sqrt{\Delta}}{2.a_0}$$

Hệ thống ổn định khi :  $|2.a_0| > | - a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - 4.a_0.a_2} |$

Nếu  $a_1 > 0$  thì :

$$|2.a_0| > a_1 + \sqrt{a_1^2 - 4.a_0.a_2}$$

Còn  $a_1 < 0$  thì :

$$|2.a_0| > - a_1 + \sqrt{a_1^2 - 4.a_0.a_2}$$

- Khi

$$\Delta = a_1^2 - 4.a_0.a_2 < 0$$

$$z_{1,2} = - \frac{a_1}{2.a_0} \pm j \frac{\sqrt{-\Delta}}{2.a_0}$$

Hệ thống ổn định khi :

$$\left(\frac{a_1}{2.a_0}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{-\Delta}}{2.a_0}\right)^2 < 1.$$

Suy ra  $|a_0| > |a_2|$

\* Xét ổn định theo tiêu chuẩn đại số

Thay  $z = (y + 1)/(y - 1)$  vào phương trình đặc tính và biến đổi, do  $y \neq 1$  nên ta nhận được :

$$a_0.(y + 1)^2 + a_1.(y + 1)(y - 1) + a_2.(y - 1)^2 = 0$$

$$(a_0 + a_1 + a_2).y^2 + 2.(a_0 - a_2).y + (a_0 - a_1 + a_2) = 0$$

Theo tiêu chuẩn đại số hệ thống điều khiển tự động có phương trình đặc tính bậc hai sẽ ổn định nếu tất cả các hệ số của nó cùng dấu. Như vậy hệ thống xung trên sẽ ổn định khi :

$$\begin{cases} (a_0 + a_1 + a_2)(a_0 - a_1 + a_2) > 0 \\ (a_0 + a_1 + a_2)(a_0 - a_2) > 0 \end{cases}$$

Biến đổi tương đương thu được :

$$\begin{cases} (a_0 - a_2)^2 - (a_1^2 - 4.a_0.a_2) > 0 & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a_0 + a_1 + a_2)(a_0 - a_2) > 0 & (2) \end{cases}$$

- Khi  $a_1^2 - 4.a_0.a_2 < 0$  ( $a_0$  và  $a_2$  cùng dấu) bất phương trình (1) luôn luôn có nghiệm. Như vậy chỉ cần tìm nghiệm của bất phương trình (2). Từ điều kiện :

$$a_1^2 - 4.a_0.a_2 < 0$$

ta có  $|a_0 + a_2| > |a_1|$  như vậy  $a_0 + a_1 + a_2$  cùng dấu với  $a_0 + a_2$ . Bất phương trình (2) có nghiệm khi  $a_0 - a_2$  cùng dấu với  $a_0 + a_2$ . Suy ra nghiệm của hệ bất phương trình trong điều kiện này là :

$$|a_0| > |a_2|$$

tương đương như kết quả nhận được trên đây.

- Khi  $a_1^2 - 4a_0a_2 \geq 0$  nghiệm của bất phương trình (1) sẽ là :

$$|a_0 - a_2| > \sqrt{a_1^2 - 4a_0a_2} \quad (3)$$

Hoặc :

$$|a_0 + a_2| > a_1 \quad (4)$$

Bất phương trình (2) nhận (4) là nghiệm của nó khi :

$$|a_0| > |a_2| \quad (5)$$

Kết hợp (3), (4) và (5) ta nhận được nghiệm của hệ bất phương trình :

$$2|a_0| > |a_1| + \sqrt{a_1^2 - 4a_0a_2}$$

nếu  $a_1 > 0$  thì nghiệm sẽ là

$$2|a_0| > a_1 + \sqrt{a_1^2 - 4a_0a_2}$$

còn nếu  $a_1 < 0$  thì

$$2|a_0| > -a_1 + \sqrt{a_1^2 - 4a_0a_2}$$

Các kết quả này hoàn toàn tương đương như kết quả đã nhận được trong phần xét nghiệm của phương trình đặc tính trên đây.

Từ những bài toán vừa giải chúng ta thấy rằng : hệ thống xung kém ổn định hơn hệ thống liên tục. Đối với hệ thống liên tục có phương trình đặc tính bậc nhất và bậc hai với các hệ số dương thì luôn luôn ổn định, còn đối với hệ thống xung điều kiện ổn định phụ thuộc vào giá trị và dấu của các hệ số trong phương trình đặc tính.

## II-2.3 TIÊU CHUẨN ỔN ĐỊNH TẦN SỐ

### \* Xét ổn định theo biểu đồ đa thức đặc tính

Giả sử hệ thống điều khiển xung có phương trình đặc tính :

$$a_0z^l + a_1z^{l-1} + \dots + a_{l-1}z + a_l = 0 \quad (II-25)$$

với nghiệm là  $z_i$  thì đa thức đặc tính có thể viết dưới dạng :

$$G(z) = a_0 \prod_{i=0}^l (z - z_i) \quad (II-26)$$

Xét trên mặt phẳng  $z$  mỗi thừa số của (II-26) là một vectơ có chân là nghiệm  $z_i$  và đỉnh nằm trên đường tròn đơn vị :

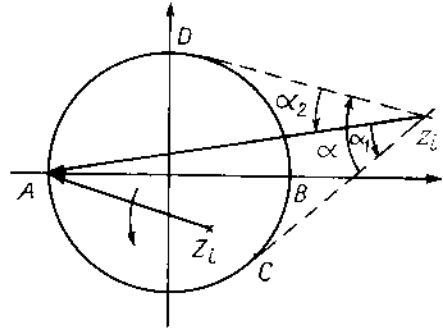
$$z = e^{jT\omega} = e^{j\Omega} \quad \text{với} \quad -\pi \leq \Omega = T\omega \leq \pi$$

$$\text{Nhu vậy : } \Delta \arg G(z) \Big|_{-\pi \leq \Omega \leq \pi} = \sum_{i=0}^l \Delta \arg(z - z_i) \Big|_{-\pi \leq \Omega \leq \pi}$$

Hình II-16 mô tả phân bố của các vectơ này cho hai trường hợp  $z_i$  nằm trong đường tròn đơn vị và  $z_i$  nằm ngoài đường tròn đơn vị.

- Khi  $z_i$  nằm trong đường tròn đơn vị, vectơ  $z - z_i$  bắt đầu quay từ điểm A ( $\Omega = -\pi$ ) ngược chiều kim đồng hồ đến điểm B ( $\Omega = 0$ ) và quay tiếp đến điểm A ( $\Omega = \pi$ ).

$$\begin{aligned} \Delta \arg(z - z_i) &= 2\pi \\ -\pi \leq \Omega \leq \pi \end{aligned}$$



Hình II-16 Các vectơ  $z - z_i$ ,

- Khi  $z_i$  nằm ngoài đường tròn đơn vị  $z - z_i$  xuất phát từ điểm A ( $\Omega = -\pi$ ) quay ngược chiều kim đồng hồ đến điểm C được góc  $\alpha_1$ , tiếp tục quay theo chiều kim đồng hồ đến điểm D được góc  $-\alpha$ , cuối cùng quay ngược chiều kim đồng hồ về điểm A ( $\Omega = \pi$ ) với góc quay  $\alpha_2$ . Như vậy tổng góc quay của vectơ là  $\alpha_1 - \alpha + \alpha_2 = 0$ .

$$\begin{aligned} \Delta \arg(z - z_i) &= 0 \\ -\pi \leq \Omega \leq \pi \end{aligned}$$

Suy ra : khi hệ thống ổn định, các nghiệm của phương trình đặc tính đều nằm trong đường tròn đơn vị thì góc quay của biểu đồ đa thức đặc tính sẽ là :

$$\begin{aligned} \Delta \arg(z - z_i) &= 2l\pi \\ -\pi \leq \Omega \leq \pi \end{aligned}$$

Trong thực tế do tính chất đối xứng của các nghiệm phức nên chúng ta chỉ cần xét khi  $\omega$  thay đổi từ 0 đến  $\pi$ .

$$\begin{aligned} \Delta \arg(z - z_i) &= l\pi \\ 0 \leq \Omega \leq \pi \end{aligned}$$

Từ kết quả phân tích trên đây chúng ta có tiêu chuẩn ổn định theo đặc tính của biểu đồ đa thức đặc tính tương đương tiêu chuẩn Mikhailôp trong hệ thống liên tục. Tiêu chuẩn này phát biểu như sau : **Hệ thống điều khiển xung có phương trình đặc tính bậc 1 sẽ ổn định nếu biểu đồ đa thức đặc tính của nó quay một góc  $l\pi$  quanh tâm tọa độ khi  $\Omega$  thay đổi từ 0 đến  $\pi$ .**

\* Xét ổn định của hệ thống xung có phương trình đặc tính bậc nhất

$$a_0.z + a_1 = 0$$

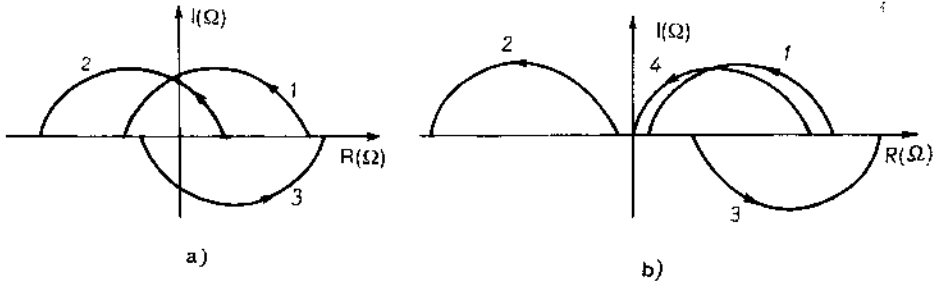
Thay  $z = e^{i\Omega} = \cos\Omega + j\sin\Omega$  vào phương trình đặc tính ta được :

$$a_0.\cos\Omega + a_1 + ja_0.\sin\Omega = 0$$

Đặc tính phần thực  $R(\Omega) = a_0.\cos\Omega + a_1$

Đặc tính phần ảo  $I(\Omega) = a_0.\sin\Omega$

Hình II-17a mô tả biểu đồ đa thức đặc tính của hệ thống ổn định (khi  $|a_1| < |a_0|$ ) còn hình II-16b trường hợp không ổn định và ở biên giới ổn định khi  $a_1 \geq a_0$ .



Hình II-17 Biểu đồ đa thức đặc tính

Trong hình II-17a đường 1 tương ứng với điều kiện khi cả hai hệ số  $a_1$  và  $a_0$  đều dương, đường 2 khi  $a_1 < 0, a_0 > 0$ , còn đường 3 là trường hợp khi  $a_1 > 0, a_0 < 0$ . Theo tiêu chuẩn ổn định Mikhailôp cả ba trường hợp này hệ thống đều ổn định vì biểu đồ đa thức đặc tính của nó bao tâm toạ độ một góc bằng  $\pi$  (hoàn toàn tương ứng như khi xét theo nghiệm số của phương trình đặc tính).

Đường 1 trong hình II-17b xây dựng cho trường hợp cả hai hệ số  $a_1$  và  $a_0$  đều dương. Đường 2 tương ứng với  $a_1 < 0, a_0 > 0$  và đường 3 tồn tại khi  $a_1 > 0, a_0 < 0$ . Theo tiêu chuẩn Mikhailôp cả ba trường hợp này hệ thống điều khiển tự động đều không ổn định vì biểu đồ đa thức đặc tính bao tâm toạ độ một góc bằng 0. Đường 4 hệ thống ở biên giới ổn định ( $a_1 = a_0$ ) biểu đồ đa thức đặc tính đi qua tâm toạ độ.

**\* Xét ổn định của hệ thống kín theo đặc tính TBP của hệ thống hở**

Tương đương như tiêu chuẩn Naiquyt để cho hệ thống tuyến tính liên tục, đối với hệ thống điều khiển xung có thể xét ổn định của hệ thống kín theo đặc tính TBP của hệ thống hở. Tiêu chuẩn này phát biểu như sau : **Nếu hệ thống điều khiển xung hở ổn định (tất cả các nghiệm  $|z_i| < 1$ ) hoặc ở biên giới ổn định (có nghiệm  $|z_i| = 1$ ) thì hệ thống kín sẽ ổn định nếu đặc tính TBP của hệ thống hở không bao điểm  $(-1, j0)$ .**

Khái niệm bao và chứng minh tiêu chuẩn này hoàn toàn tương đương như đối với hệ thống tuyến tính liên tục. Giả sử hệ thống xung hở ổn định hoặc ở biên giới ổn định có hàm truyền đạt dạng:

$$W_h(z) = \frac{Q(z)}{R(z)}$$

Trong đó  $R(z)$  là đa thức đặc tính của hệ thống hở có bậc  $l$  ;

$Q(z)$  là đa thức tử số có bậc không vượt quá  $l$  .



Do hệ hở ổn định nên :

$$\begin{aligned} \Delta \arg R(z) &= l\pi \\ 0 \leq \Omega \leq \pi \end{aligned}$$

Hàm truyền đạt của hệ thống kín sẽ là :

$$W_k(z) = \frac{W_h(z)}{1 + W_h(z)} = \frac{Q(z)}{R(z) + Q(z)}$$

$G(z) = R(z) + Q(z)$  là đa thức đặc tính của hệ kín có bậc 1.

Khi hệ thống kín ổn định thì :

$$\begin{aligned} \Delta \arg G(z) &= l\pi \\ 0 \leq \Omega \leq \pi \end{aligned}$$

Xét biểu đồ của vectơ :

$$J(z) = 1 + W_h(z) = \frac{R(z) + Q(z)}{R(z)}$$

Khi hệ thống hở và hệ thống kín ổn định thì :

$$\begin{aligned} \Delta \arg J(z) &= \Delta \arg[R(z) + Q(z)] - \Delta \arg R(z) = l\pi - l\pi = 0 \\ 0 \leq \Omega \leq \pi & \quad 0 \leq \Omega \leq \pi \quad \quad 0 \leq \Omega \leq \pi \end{aligned}$$

Biểu đồ vectơ  $J(z)$  không bao tâm tọa độ. Như vậy đặc tính TBP của hệ thống hở không bao điểm  $(-1, j0)$ , vì biểu đồ vectơ  $J(z)$  chính là đặc tính TBP của hệ thống hở dịch sang phải 1 đơn vị.

\* Xét hệ thống điều khiển tự động có hàm truyền đạt của hệ thống hở dạng :

$$W(z) = \frac{K}{a_0 z + a_1}$$

Với  $a_0, a_1$  và  $K$  đều dương,  $a_0 > a_1$ .

Ta có hàm truyền đạt của hệ thống kín

$$W(z) = \frac{K}{a_0 z + a_1 + K}$$

Phương trình đặc tính của hệ thống kín

$$a_0 z + a_1 + K = 0$$

Hệ thống kín ổn định khi

$$a_0 > a_1 + K$$

Hệ thống kín ở biên giới ổn định khi

$$a_0 = a_1 + K$$

Hệ thống kín không ổn định khi

$$a_0 < a_1 + K$$

Hàm truyền tần số của hệ thống hở :

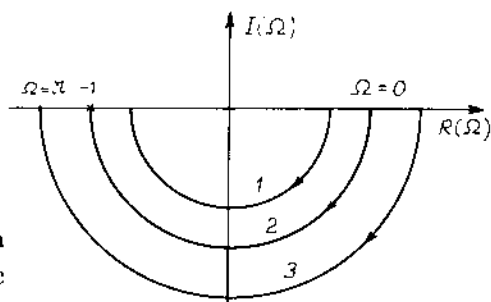
$$W^*(\Omega) = \frac{K}{a_0 \cos \Omega + a_1 + ja_0 \sin \Omega}$$

Đặc tính phần thực

$$R(\Omega) = \frac{K(a_0 \cos \Omega + a_1)}{a_0^2 + a_1^2 + 2a_0 a_1 \cos \Omega}$$

Đặc tính phần ảo

$$I(\Omega) = \frac{-K a_0 \sin \Omega}{a_0^2 + a_1^2 + 2a_0 a_1 \cos \Omega}$$



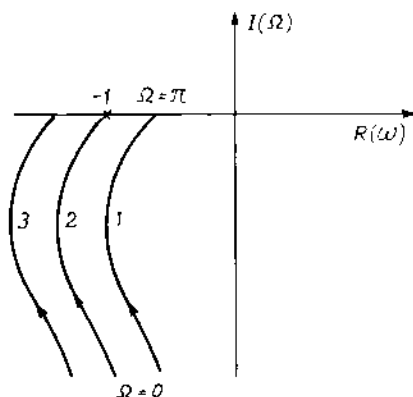
Hình II-18a Đặc tính TBP của hệ thống hở

Hình II-18a mô tả đặc tính TBP của hệ thống hở để cho các giá trị khác nhau của hệ số K. Đường 1 ứng với trường hợp  $K < a_0 - a_1$  hệ thống kín ổn định vì đặc tính TBP của hệ thống hở không bao điểm  $(-1, j0)$ . Đường 2 được xây dựng khi  $K = a_0 - a_1$ . Hệ thống kín ở biên giới ổn định (đặc tính TBP của hệ thống hở đi qua điểm  $(-1, j0)$ ). Đường 3 nhận được khi  $K > a_0 - a_1$ . Hệ thống kín không ổn định (đặc tính TBP của hệ thống hở bao điểm  $(-1, j0)$ ). Như vậy, kết quả ổn định xét theo tiêu chuẩn Naiquyt hoàn toàn tương đương như xét theo sự phân bố nghiệm số.

Khi hệ thống hở có hàm truyền đạt

$$W_h(z) = \frac{K}{z - 1} \quad \text{với } K > 0 - 1$$

thì đặc tính TBP của nó, với các hệ số K khác nhau được mô tả trong hình II-18b. Đường 1 không bao điểm  $(-1, j0)$  hệ thống kín ổn định (ứng với  $K < 2$ ). Đường 2 đi qua điểm  $(-1, j0)$ , hệ thống kín ở biên giới ổn định ( $K = 2$ ). Đường 3 bao điểm  $(-1, j0)$ , hệ thống kín không ổn định ( $K > 2$ ).



Hình II-18b Đặc tính TBP của hệ thống hở

## II-2.4 PHÂN MIỀN ỔN ĐỊNH

Như đã nêu ra trên đây, hệ thống điều khiển xung tuyến tính có nhiều điểm tương đồng với hệ thống tuyến tính liên tục. Nguyên lý phân miền ổn định trong tọa độ các thông số của hệ thống sử dụng cho hệ tuyến tính liên tục hoàn toàn được áp dụng cho hệ thống điều khiển xung tuyến tính.

Hệ thống điều khiển xung có phương trình đặc tính có bậc l dạng :

$$a_0 z^l + a_1 z^{l-1} + \dots + a_{l-1} z + a_l = 0$$

Đường ranh giới giữa các vùng được xây dựng dựa trên điều kiện phương trình có nghiệm nằm trên đường tròn đơn vị  $z = e^{j\Omega}$ . Thay giá trị này vào phương trình đặc tính và cho  $\Omega$  thay đổi từ  $-\pi$  đến  $\pi$  thì trong hệ tọa độ  $l + 1$  hệ số của phương trình đặc tính chúng ta có thể chia ra tối đa  $l + 1$  vùng theo sự phân bố nghiệm số của phương trình đặc tính trên mặt phẳng nghiệm số. Các vùng lân cận nhau khác nhau một nghiệm nằm ngoài đường tròn đơn vị. Trong  $l + 1$  vùng tối đa chỉ có một vùng có tất cả  $l$  nghiệm nằm trong đường tròn đơn vị, đó là vùng ổn định của hệ thống.

Ngoài đường cong phân vùng ra còn tồn tại các đường thẳng đặc biệt mà trong hệ thống xung thường tồn tại ở tần số  $\Omega = \pm \pi$  hoặc  $\Omega = 0$ . Để phân biệt được vùng nào có khả năng ổn định nhất trong các vùng chúng ta cũng dùng phương pháp gạch sọc có nguyên lý tương đương như trong hệ thống tuyến tính. Vùng nào có số lần gạch sọc nhiều nhất thì vùng đó có khả năng ổn định nhất. Để kiểm tra hệ thống có ổn định hay không chỉ cần lấy một điểm trong vùng đã chọn và dùng một trong các tiêu chuẩn trên đây để xét. Kết quả khảo sát này cho ta biết hệ thống ổn định hay không ổn định trong vùng.

#### Ví dụ II-4

Xây dựng vùng ổn định trong tọa độ hai thông số  $a_0$  và  $a_2$  của hệ thống điều khiển xung có phương trình đặc tính bậc hai

$$a_0 \cdot z^2 + a_1 \cdot z + a_2 = 0$$

#### Bài giải

Thay  $z = e^{j\Omega} = \cos\Omega + j\sin\Omega$  vào phương trình đặc tính và biến đổi thu được :

$$a_0 \cdot \cos 2\Omega + a_1 \cdot \cos \Omega + a_2 + j(a_0 \cdot \sin 2\Omega + a_1 \cdot \sin \Omega) = 0$$

Một số phức bằng 0 khi cả phần thực và phần ảo cùng bằng 0. Ta có hệ phương trình :

$$a_0 \cdot \cos 2\Omega + a_2 + a_1 \cdot \cos \Omega = 0$$

$$a_0 \cdot \sin 2\Omega + a_1 \cdot \sin \Omega = 0$$

Giá trị  $\Delta = -\sin 2\Omega$

Giải hệ phương trình với nghiệm là  $a_0$  và  $a_2$  thu được

$$a_0 = a_2 = \frac{-a_1}{2\cos\Omega}$$

Phương trình đường thẳng đặc biệt khi  $\Omega = \pm \pi$

$$a_0 - a_1 + a_2 = 0$$

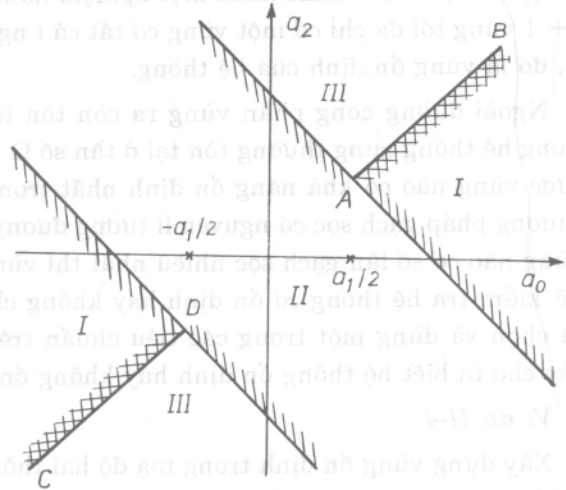
Còn khi  $\Omega = 0$  ta có phương trình đường đặc biệt

$$a_0 + a_1 + a_2 = 0$$

Để xây dựng đường ranh giới các vùng ta lập bảng sau

$\Omega$	$-\pi$	$-(\pi/2)^-$	$-(\pi/2)^+$	0	$(\pi/2)^-$	$-(\pi/2)^+$	$\pi$
$a_0$	$a_1/2$	$\infty$	$-\infty$	$-a_1/2$	$-\infty$	$\infty$	$a_1/2$
$a_2$	$a_1/2$	$\infty$	$-\infty$	$-a_1/2$	$-\infty$	$\infty$	$a_1/2$

Hình II-19 mô tả kết quả phân vùng để cho trường hợp  $a_1 > 0$ . Để đánh giá vùng có khả năng ổn định nhất chúng ta dùng phương pháp gạch sọc. Xuất phát từ điểm A đến điểm B giá trị  $\Delta < 0$  đường ranh giới được gạch sọc bên tay phải. Đi tiếp từ C đến D giá trị  $\Delta > 0$  ranh giới được gạch sọc bên trái. Tiếp tục tăng  $\Omega$ , hướng đi theo chiều ngược lại, từ D đến C  $\Delta < 0$  gạch sọc bên phải, từ B đến A  $\Delta > 0$  gạch sọc bên trái. Như vậy đường ranh giới được gạch sọc



Hình II-19 Phân vùng ổn định

hai lần về một phía. Hai đường thẳng đặc biệt được gạch sọc theo nguyên tắc dựa vào kết quả gạch sọc của đường ranh giới. Kết quả gạch sọc cho ta kết luận vùng I là vùng có khả năng ổn định nhất. Lấy một nghiệm nằm trên trục  $a_0$  trên đoạn  $a_0 > a_1$  ( $a_2 = 0$ ) thì phương trình đặc tính có nghiệm :

$$z_1 = 0 \text{ và } z = a_1/a_0 < 1$$

Hệ thống ổn định. Vùng II có một nghiệm nằm ngoài đường tròn đơn vị, còn vùng III thì cả hai nghiệm của phương trình đặc tính đều nằm ngoài đường tròn đơn vị.

### §II-3 KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG QUÁ TRÌNH QUÁ ĐỘ

Ổn định mới chỉ là điều kiện cần nhưng chưa đủ để hệ thống điều khiển tự động được ứng dụng. Chất lượng quá trình quá độ mới là điều kiện chủ yếu quyết định điều đó. Vì vậy sau khi khảo sát ổn định phải tiến hành khảo sát chất lượng của quá trình quá độ. Các chỉ tiêu chất lượng của quá trình quá độ hoàn toàn tương đương như các chỉ tiêu đã đề ra trong hệ thống tuyến tính liên tục.

#### II-3.1 PHÂN TÍCH CHẤT LƯỢNG QUÁ TRÌNH QUÁ ĐỘ

Quá trình quá độ của hệ thống có thể xác định thông qua hàm ảnh của nó.

Chuyển đổi Laplace rời rạc của tín hiệu ra được xác định theo công thức :

$$Y^*(p) = W^*(p).X^*(p)$$

Trong đó  $Y^*(p)$  - hàm ảnh rời rạc của tín hiệu ra ;

$W^*(p)$  - hàm truyền đạt của hệ thống xung ;

$X^*(p)$  - hàm ảnh rời rạc của tín hiệu vào.

Từ hàm ảnh  $Y^*(p)$  có thể xác định hàm gốc  $y(nT)$  bằng cách sử dụng bảng chuyển đổi ngược Laplace rời rạc. Tuy nhiên, tương tự như hệ thống tuyến tính, việc này không phải lúc nào cũng thực hiện được. Vì vậy để phân tích chất lượng của quá trình quá độ thường vẫn dùng các phương pháp gián tiếp như : phương pháp đặc tính tần số, phương pháp phân bố nghiệm số của phương trình đặc tính, phương pháp tích phân.

Lấy ví dụ, nếu tìm được nghiệm của phương trình đặc tính thì dựa vào sự phân bố của chúng mà đánh giá được gần đúng chất lượng của quá trình quá độ. Giả sử phương trình đặc tính có  $l$  nghiệm riêng biệt thì nghiệm của phương trình đồng nhất sẽ là :

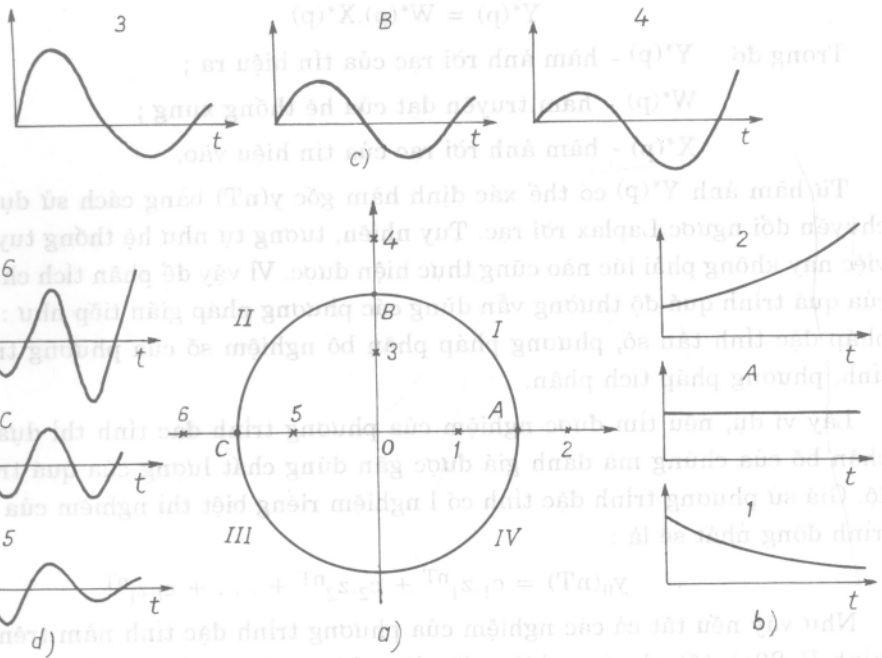
$$y_0(nT) = c_1.z_1^{nT} + c_2.z_2^{nT} + \dots + c_l.z_l^{nT}$$

Như vậy nếu tất cả các nghiệm của phương trình đặc tính nằm trên tia OA (hình II-20a), tất cả các nghiệm đều là nghiệm thực, thì quá trình quá độ của hệ thống sẽ không dao động (hình II-20b). Nếu có nghiệm nằm ngoài đoạn OA (phương trình đặc tính có nghiệm phức), thì quá trình quá độ có dao động. Tần số dao động của hệ thống phụ thuộc vào vị trí phân bố của các nghiệm số. Nếu tất cả các nghiệm phân bố ở cung phần tư thứ I và thứ IV (nghiệm phức luôn đi thành cặp) thì tần số dao động của hệ thống nằm trong khoảng  $0 < \Omega < \pi/2$  (nghiệm nằm trên trục OB có tần số dao động  $\Omega = \pi/2$ ). Nghiệm nằm trên trục OC cho ta tần số dao động  $\Omega = \pi$ . Hình II-20b, c, d mô tả các đường biến thiên của tín hiệu ra ứng với vị trí các nghiệm của phương trình đặc tính trên mặt phẳng  $z$  (hình II-20a).

Tần số dao động của quá trình quá độ tương ứng với các nghiệm nằm trên tia OC (hình II-20d) gấp đôi tần số dao động của quá trình quá độ tương ứng với các nghiệm nằm trên tia OB (hình II-20c).

Để đánh giá chất lượng của hệ thống thông qua sự phân bố của các nghiệm số chúng ta sử dụng các chỉ tiêu gián tiếp. Một trong các chỉ tiêu đó là khoảng cách từ đường tròn đơn vị đến nghiệm gần nhất trên mặt phẳng  $z$  hoặc khoảng cách từ trục ảo đến nghiệm gần nhất trên mặt phẳng  $p$ . Chỉ tiêu này được gọi là mức độ tắt dần của hệ thống hay còn gọi là độ dự trữ ổn định. Nếu khoảng cách từ trục ảo đến nghiệm gần nhất là  $\lambda$  thì nghiệm gần đường tròn đơn vị nhất có dạng :

$$Z = e^{-\lambda} \cdot e^{j\Omega} \quad (II-27)$$

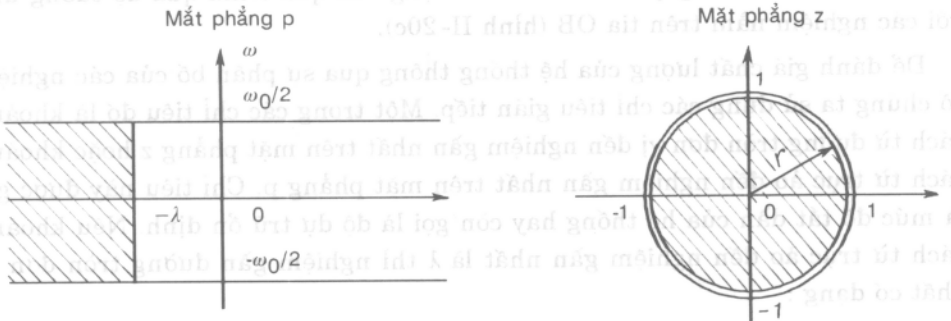


Hình II-20 Đặc tính quá độ theo sự phân bố nghiệm số

Trên mặt phẳng P ta có đường thẳng  $p = -\lambda + j\omega$ , còn trên mặt phẳng z có đường tròn có bán kính

$$r = e^{-\lambda}$$

Phần gạch sọc trên hình II-21 là vùng phân bố các nghiệm số của phương trình đặc tính khi hệ thống có độ dự trữ ổn định là  $\lambda$ . Tuy nhiên, tương tự như trong hệ thống tuyến tính liên tục, việc giải phương trình đặc tính trong hệ xung cũng hết sức khó khăn nên khó có thể đánh giá chất lượng quá trình quá



Hình II-21 Phân bố nghiệm số theo độ dự trữ ổn định

độ của hệ thống thông qua sự phân bố nghiệm số của phương trình đặc tính.

Tuy nhiên, tương tự như trong hệ thống tuyến tính liên tục, chúng ta có thể xác định được giới hạn thay đổi thông số của hệ thống sao cho nghiệm số của phương trình đặc tính phân bố trong vùng mong muốn. Ví dụ, nếu thay nghiệm (II-27) vào phương trình đặc tính thì trong hệ tọa độ các thông số biến đổi của hệ thống, ta có thể tìm được vùng hệ thống có độ dự trữ ổn định  $\lambda$  cho trước bằng phương pháp tương tự như phân vùng ổn định.

*Vi dụ II-5*

Xây dựng vùng hệ thống có độ dự trữ ổn định bằng  $\lambda$  trong tọa độ hai thông số  $a_0$  và  $a_2$  của hệ thống điều khiển xung có phương trình đặc tính bậc hai

$$a_0.z^2 + a_1.z + a_2 = 0$$

*Bài giải*

Thay  $z = e^{-\lambda} . e^{j\Omega} = r.e^{j\Omega}$  vào phương trình đặc tính thu được :

$$a_0.r^2.\cos 2\Omega + a_1.r.\cos \Omega + a_2 + j(a_0.r^2.\sin 2\Omega + a_1.r.\sin \Omega) = 0$$

Ta có hệ phương trình

$$a_0.r^2.\cos 2\Omega + a_1.r.\cos \Omega + a_2 = 0$$

$$a_0.r^2.\sin 2\Omega + a_1.r.\sin \Omega = 0$$

Giải hệ phương trình với nghiệm  $a_0$  và  $a_2$  thu được :

$$\Delta = -r^2.\sin 2\Omega$$

$$a_0 = \frac{-a_1}{2.r.\cos \Omega}$$

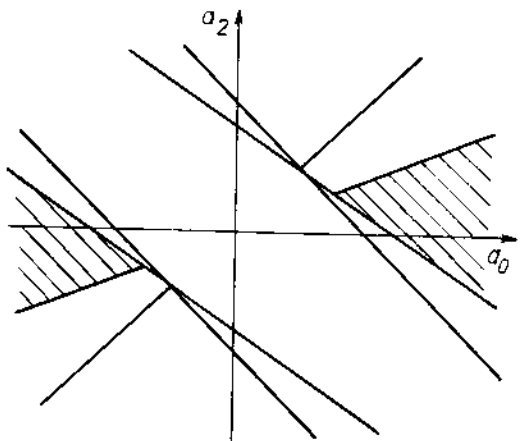
$$a_2 = \frac{-a_1.r}{2.\cos \Omega} = a_0.r^2$$

Phương trình các đường thẳng đặc biệt ứng với  $\Omega = 0$  và  $\Omega = \pm\pi$  :

$$a_0.r^2 + a_1.r + a_2 = 0$$

$$\text{và } a_0.r^2 - a_1.r + a_2 = 0$$

Hình II-22 mô tả kết quả xây dựng đường biên giới vùng có độ dự trữ ổn định cho trước. Đường nằm ngoài là biên giới ổn định đã được xây dựng trong hình II-19. Vùng gạch sọc là vùng tham số của hệ thống có độ dự trữ ổn định  $>\lambda$  cho trước.



Hình II-22 Vùng giới hạn độ dự trữ ổn định  $\lambda$

### II-3.2 HỆ THỐNG TỐI ƯU TÁC ĐỘNG NHANH

Một đặc điểm quan trọng của hệ thống điều khiển xung khác với hệ thống

tuyến tính liên tục là tồn tại khả năng ổn định vô tận. Đây chính là chỉ tiêu tác động nhanh của hệ thống điều khiển xung mà cơ sở lý thuyết của nó có thể trình bày như sau :

Nếu tất cả các nghiệm  $p_i$  của phương trình đặc tính lùi xa đến âm vô tận thì nó chỉ có nghiệm độc nhất  $z_i = 0$ . Trong trường hợp này phương trình đặc tính của hệ thống xung  $G(z) = 0$  phải tồn tại điều kiện :

$$a_1 = a_2 = \dots = a_l = 0$$

Và chỉ còn lại dạng :

$$G(z) = a_0 \cdot z^l = 0$$

Hàm truyền đạt của hệ thống có  $m = l - 1$  được mô tả bằng biểu thức :

$$W(z) = \frac{b_0 \cdot z^{l-1} + b_1 \cdot z^{l-2} + \dots + b_{l-2} \cdot z + b_{l-1}}{a_0 \cdot z^l}$$

$$W(z) = B_0 \cdot z^{-1} + B_1 \cdot z^{-2} + \dots + B_{l-2} \cdot z^{-l+1} + B_{l-1} \cdot z^{-l} \quad (\text{II-28})$$

Trong đó  $B_i = b_i/a_0$ ,

Như đã nêu ra trên đây, chuyển đổi Laplace rời rạc của hàm quá độ xung là hàm truyền đạt của hệ thống xung. Nghĩa là :

$$W^*(p) = D\{k(nT)\} = \sum_{n=0}^{\infty} k(nT) \cdot e^{-pnT}$$

Hay viết dưới dạng toán tử rời rạc  $z$

$$W(z) = \sum_{n=0}^{\infty} k(nT) \cdot z^{-n} \quad (\text{II-29})$$

Hai công thức (II-28) và (II-29) đều mô tả hàm truyền đạt của hệ thống xung nên có thể rút ra kết luận :

$$\begin{aligned} k(0) &= 0 ; k(T) = B_0 ; k(2T) = B_1 ; \dots ; k(lT) = B_{l-1} \\ k(nT) &= 0 \quad \text{khí } n > l \end{aligned} \quad (\text{II-30})$$

Như vậy quá trình quá độ xung  $k(nT)$  của hệ thống kết thúc trong một khoảng thời gian nhất định  $t = lT$ .

Hàm quá độ xung  $k(nT)$  là kết quả phản ứng ở đầu ra của hệ thống khi có tác động ở đầu vào là một xung dạng lí tưởng với chiều cao bằng một. Khi ở đầu vào của hệ thống cho tác động một hàm bất kì  $x(nT)$  thì tín hiệu đầu ra  $y(nT)$  của hệ thống được xác định bằng tích chập các hàm  $x(nT)$  và  $k(nT)$  theo công thức :

$$y(nT) = \sum_{m=0}^n x(mT) \cdot k[(n-m)T]$$



Đặt  $j = n - m$  thì  $m = n - j$  ta có :

$$y(nT) = \sum_{j=n}^0 x[(n-j)T].k(jT) \quad (II-31a)$$

Đặt  $m = j$  và chuyển tổng từ  $j = n$  đến 0 thành  $j = 0$  đến  $n$  thì biểu thức (II-31a) có thể chuyển sang dạng :

$$y(nT) = \sum_{m=0}^n x[(n-m)T].k(mT) \quad (II-31)$$

Rõ ràng theo công thức (II-31) khi tồn tại điều kiện (II-30) quá trình quá độ của hệ thống sẽ kết thúc sau một khoảng thời gian nhất định  $m = l$  do các số hạng trong (II-31) bằng 0 khi  $m > l$  và công thức này có thể chuyển thành :

$$y(nT) = \sum_{m=0}^l x[(n-m)T].k(mT)$$

Quá trình quá độ điều chỉnh của hệ thống kết thúc sau một khoảng thời gian ngắn nhất  $t_d = lT$ . Vì vậy hệ thống được gọi là tối ưu tác động nhanh. Khi tín hiệu vào là hàm bậc thang  $A.1(t)$  thì tọa độ giá trị ra theo thời gian được xác định như sau :

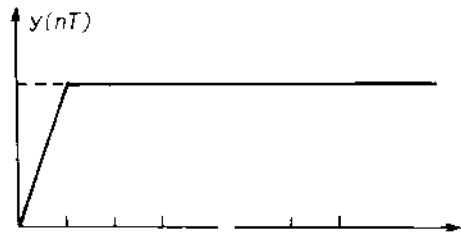
$$\begin{aligned} y(0) &= 0 \\ y(T) &= A.k(T) \\ y(2T) &= A.[k(T) + k(2T)] \\ y(3T) &= A.[k(T) + k(2T) + k(3T)] \\ &\dots\dots\dots \\ y(lT) &= A.[k(T) + k(2T) + \dots + k(lT)] \end{aligned}$$

Do  $k(nT) = 0$  khi  $n > l$  nên các giá trị tiếp theo đều bằng  $y(lT)$ . Quá trình điều chỉnh kết thúc tại thời điểm  $t = lT$ .

Hình II-23 mô tả quá trình quá độ của hệ thống điều khiển xung tối ưu tác động nhanh khi  $l = 1$ . Quá trình điều khiển kết thúc sau một bước lấy mẫu.

### II-3.3 KHẢO SÁT HỆ THỐNG

Tương tự như hệ thống liên tục, quá trình quá độ trong hệ thống xung cũng có thể xác định bằng kỹ thuật tính toán thông qua các mô hình toán học của nó.



Hình II-23 Quá trình quá độ trong hệ thống tối ưu tác động nhanh

## 1- Xây dựng hàm quá độ

Trên cơ sở hệ phương trình trạng thái của hệ thống xung

$$y_k(i+1) = A.y_k(i) + B.x(i)$$

$$y(i) = C.y_k(i) + D.x(i)$$

và sử dụng ngôn ngữ lập trình chúng ta dễ dàng xây dựng được hàm quá độ của hệ thống xung tương tự như trong hệ thống tuyến tính liên tục. Bài toán này được tiến hành với điều kiện đầu  $y_k(0) = 0$  và hàm sai phân của tín hiệu vào là hàm bậc thang đơn vị  $x(i) = 1$ . Quá trình tính toán ở đây được thực hiện với bước tính bằng chu kỳ lượng tử hoá  $T$  của hệ thống (trong hệ thống liên tục bước tính được chọn tự do càng nhỏ càng tốt). Như vậy để xây dựng hàm quá độ  $h(t)$  cho hệ thống xung có sơ đồ cấu trúc được mô tả trong hình II-24 thì phải tiến hành các bước sau :

- Xác định hàm truyền đạt của hệ xung hở  $W_h(z)$  từ hàm truyền đạt của phần tuyến tính liên tục  $W_t(p)$ .

- Xác định hàm truyền đạt của hệ thống kín theo công thức :

$$W_k(z) = \frac{W_h(z)}{1 + W_h(z)}$$

rồi biến đổi sang dạng (II-19).

- Trên cơ sở hàm truyền đạt dạng (II-19) xây dựng sơ đồ cấu trúc của hệ thống như đã mô tả trong hình II-12.

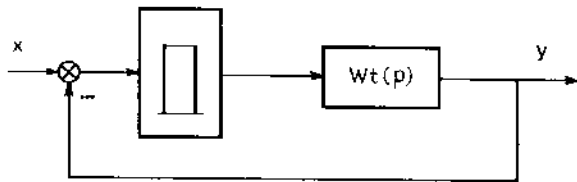
- Từ sơ đồ cấu trúc vừa nhận được, xây dựng hệ phương trình trạng thái của hệ thống.

- Viết chương trình tính toán hàm quá độ dựa trên hệ phương trình trạng thái vừa xây dựng.

Hàm quá độ của hệ thống xung cũng có thể xác định dựa trên cách xây dựng khác của hệ phương trình trạng thái. Như ta đã biết, hàm truyền đạt của hệ xung hở gồm các phân tử có hàm truyền đạt dạng

$$W_h(z) = \frac{C_k}{T_k.z - 1}$$

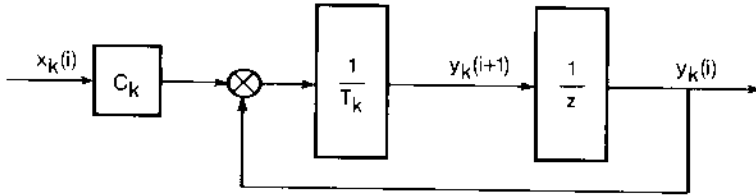
mắc song song nhau. Phần tử này có cấu trúc mô tả trong hình II-25.



Hình II-24 Sơ đồ cấu trúc hệ thống xung

Từ sơ đồ cấu trúc ta có phương trình trạng thái của phần tử

$$y_k(i+1) = \frac{y_k(i) + C_k \cdot x_k(i)}{T_k}$$



Hình II-25 Sơ đồ cấu trúc phần tử

Do hệ thống hở gồm nhiều phần tử mắc song song nên tín hiệu ra của nó được xác định theo công thức

$$y(i) = \sum_{k=1}^l y_k(i) \quad (\text{II-32})$$

Khi tín hiệu vào của hệ thống là hàm bậc thang đơn vị  $1(t)$  thì tín hiệu vào của mỗi phần tử là hàm sai phân của tín hiệu sai lệch giữa hàm  $1(i)$  và  $y(i)$  được xác định theo công thức :

$$x_k(i) = 1 - y(i)$$

Như vậy phương trình trạng thái của mỗi phần tử được mô tả theo công thức :

$$y_k(i+1) = \frac{y_k(i) + C_k - C_k \cdot y(i)}{T_k} \quad (\text{II-33})$$

Trên cơ sở công thức (II-32), (II-33) và điều kiện đầu  $y_k(0) = 0$  chúng ta dễ dàng xây dựng hàm quá độ của hệ thống :  $h(i) = y(i)$

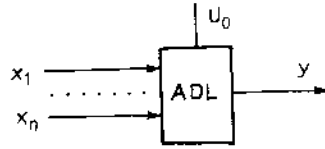
## 2- Mô hình hoá hệ thống bằng ngôn ngữ mô phỏng

Hàm quá độ của hệ thống xung sẽ dễ dàng được xác định nếu chúng ta sử dụng các ngôn ngữ mô phỏng như đã giới thiệu trong phần khảo sát hệ thống tuyến tính liên tục. Khi đã có mô hình cấu trúc của hệ thống như mô tả trong hình II-12 hoặc cấu trúc hệ thống từ hệ thống hở là mạch mắc song song các phần tử có cấu trúc mô tả trong hình II-25 kết hợp với phản hồi âm đơn vị thì chỉ cần sử dụng các khâu đại số và khâu trễ đại số trong các ngôn ngữ mô phỏng là có thể xây dựng được cấu trúc mô phỏng của hệ thống. Khâu trễ đại số ADL có chức năng như hàm

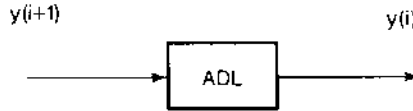
1/z. Nó được mô tả như sau :

$$y(0) = U_0$$

$$y(i) = \sum_{k=1}^{n_i} x_k(i-1)$$



Như vậy khâu trễ đại số ở đây đóng chức năng tổng đại số các tín hiệu truyền đến nó và làm chậm đi một bước tính. Khi bước tính lấy bằng chu kỳ lấy mẫu của hệ thống điều khiển xung thì cấu trúc của DAL có dạng



Đây chính là cấu trúc của phần tử 1/z.

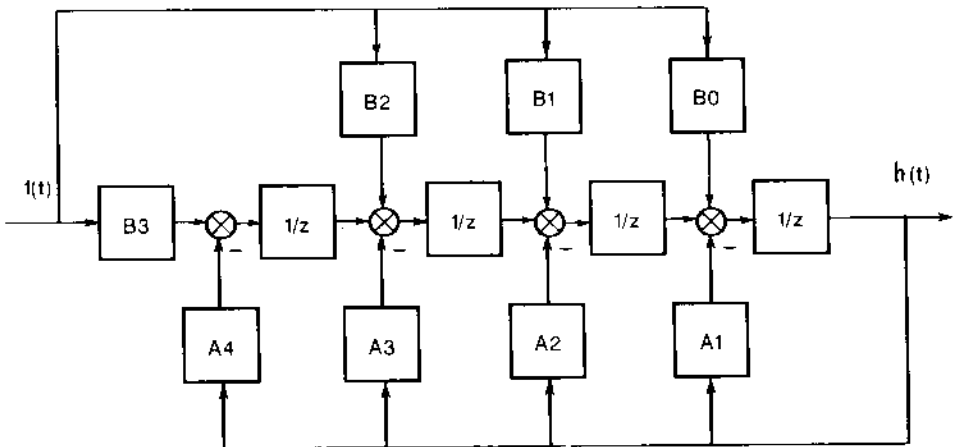
Ví dụ II-6 :

Xây dựng mô hình cấu trúc mô phỏng của hệ thống điều khiển xung có hàm truyền đạt :

$$W(z) = \frac{B_0.z^3 + B_1.z^2 + B_2.z + B_3}{z^4 + A_1.z^3 + A_2.z^2 + A_3.z + A_4}$$

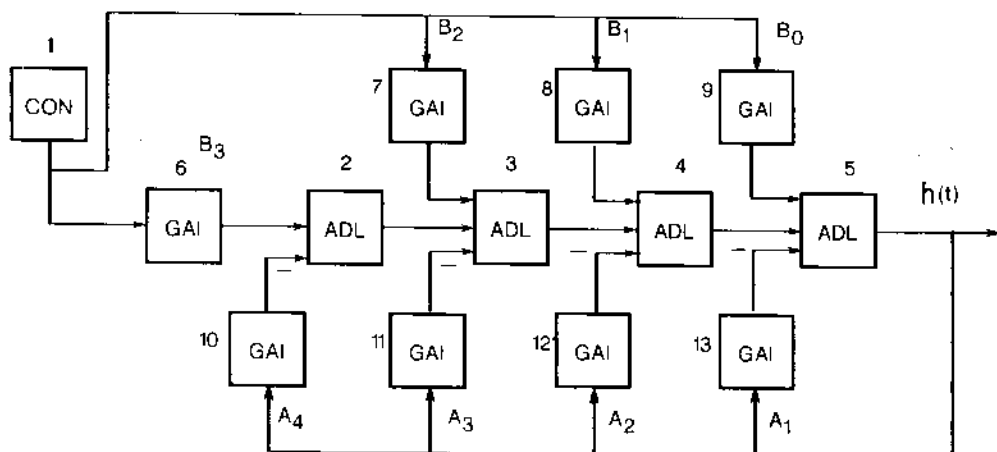
Bài giải

\* Từ hàm truyền đạt đã cho ta có sơ đồ cấu trúc của hệ thống được xây dựng trong hình II-26a.



Hình II-26a Sơ đồ cấu trúc của hệ thống

Cấu trúc mô phỏng của hệ thống được xây dựng trên hình II-26b



Hình II-26b Cấu trúc mô phỏng

Chương trình mô phỏng viết theo ngôn ngữ TUTSIM như sau :

#### MODEL STRUCTURE

- 1,con (khối phát hàm bậc thang)  
 2,adl,-10,6 (khối trễ đại số)  
 3,adl,2,7,-11  
 4,adl,3,8,-12  
 5,adl,4,9,-13  
 6,gai,1 (khối khuếch đại)  
 7,gai,1  
 8,gai,1  
 9,gai,1  
 10,gai,5  
 11,gai,5  
 12mgai,5  
 13,gai,5

#### MODEL PARAMETERS

- 1,1 (hàm bậc thang đơn vị)  
 6,B<sub>3</sub> (giá trị bằng B<sub>3</sub>)  
 7,B<sub>2</sub>  
 8,B<sub>1</sub>  
 9,B<sub>0</sub>

- 10, A<sub>4</sub>
- 11, A<sub>3</sub>
- 12, A<sub>2</sub>
- 13, A<sub>1</sub>

Khối adl chỉ có điều kiện đầu, khi không cho thông số vào thì máy ngầm hiểu là bằng 0. Khi thực hiện tính toán mô phỏng thì bước tính phải lấy bằng chu kì lượng tử hoá.

## §II-4 CÁC BÀI TOÁN GIẢI MẪU

### Bài II-1

Xác định hàm truyền đạt của hệ thống xung hồ khi biết hàm truyền đạt của phần tuyến tính liên tục dạng :

$$W_1(p) = \frac{3p + 1}{(4p + 1)(2p + 1)(p + 1)}$$

Với  $\gamma = 0,5$  ;  $T = 0,01$

Bài giải

\*  $Q(p) = 3p + 1$

\*  $R(p) = (4p + 1)(2p + 1)(p + 1)$

\*  $R(p) = 0$  khi  $p_1 = -0,25$  ;  $p_2 = -0,5$  ;  $p_3 = -1$

\*  $R'(P) = 4(2p + 1)(p + 1) + 2(4p + 1)(p + 1) + (4p + 1)(2p + 1)$

\* Các hệ số  $C_i$  được xác định theo công thức :

$$C_i = \frac{Q(p_i)}{p_i \cdot R'(p_i)} (1 - e^{-p_i \cdot \gamma \cdot T})$$

$$C_1 = \frac{0,25}{-0,25 \cdot 4 \cdot 0,5 \cdot 0,75} (1 - e^{0,25 \cdot 0,5 \cdot 0,01}) = 0,000834$$

$$C_2 = \frac{-0,5}{-0,5 \cdot 2 \cdot (-1) \cdot 0,5} (1 - e^{0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,01}) = 0,0025$$

$$C_3 = \frac{-2}{-1 \cdot (-3) \cdot (-1)} (1 - e^{1 \cdot 0,5 \cdot 0,01}) = -0,00334$$

\* Các hằng số thời gian được xác định theo công thức  $T_i = e^{-p_i T}$

$$T_1 = e^{0,0025} = 1,0025 ; T_2 = e^{0,005} = 1,005 ; T_3 = e^{0,01} = 1,01$$

\* Hàm truyền đạt của hệ thống

$$W(z) = \frac{0,000834}{1,0025z - 1} + \frac{0,0025}{1,005z - 1} - \frac{0,00334}{1,01z - 1}$$

\* Chuyển đổi ra dạng tổng quát

$$W(z) = \frac{0,000013.z^2 - 0,0000067.z + 0,000006}{1,0176.z^3 - 3,0351.z^2 + 3,0175.z - 1}$$

Bài II- 2

Phân tuyến tính liên tục có hàm truyền đạt

$$W_1(p) = \frac{2(p + 1)}{p(2p + 1)(5p + 1)}$$

Xác định hàm truyền đạt của hệ xung hờ với  $\gamma = 0,4$  ;  $T = 0,01$ .

Bài giải

\* 
$$Q(p) = 2(p + 1)$$

\* Phương trình đặc tính có một nghiệm bằng 0 và

$$R(p) = (2p + 1)(5p + 1)$$

\* Nghiệm của phương trình  $R(p) = 0$  là  $p_1 = -0,5$  và  $p_2 = -0,2$

\* 
$$R'(p) = 2(5p + 1) + 5(2p + 1)$$

\* Xác định các hệ số

$$C_0 = \frac{Q(0)}{R(0)} \cdot \gamma \cdot T \Rightarrow C_0 = \frac{2}{1} \cdot 0,4 \cdot 0,01 = 0,008$$

Các hệ số  $C_1$  và  $C_2$  được tính theo công thức :

$$C_i = \frac{Q(p_i)}{P_i^2 \cdot R'(p_i)} \cdot \left( 1 - e^{-p_i \cdot \gamma \cdot T} \right)$$

$$C_1 = \frac{1}{0,25 \cdot 2 \cdot (-1,5)} \cdot \left( 1 - e^{0,5 \cdot 0,4 \cdot 0,01} \right) = 0,00267$$

$$C_2 = \frac{1,6}{0,04 \cdot 5 \cdot 0,6} \cdot \left( 1 - e^{0,2 \cdot 0,4 \cdot 0,01} \right) = -0,01067$$

\* Các hằng số thời gian

$$T_1 = e^{0,5 \cdot 0,01} = 1,005 ; T_2 = e^{0,2 \cdot 0,01} = 1,002$$

\* Hàm truyền đạt của hệ xung hờ

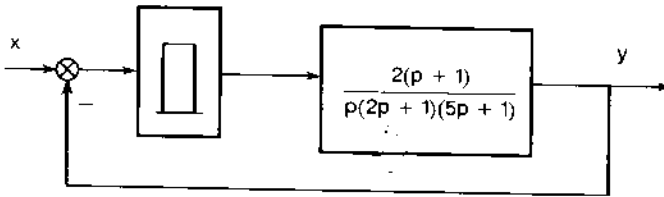
$$W(z) = \frac{0,008}{z - 1} + \frac{0,00267}{1,005.z - 1} - \frac{0,01067}{1,002.z - 1}$$

Sau khi biến đổi nhận được :

$$W(z) = \frac{0,00000807.z^2 - 0,00000799.z}{1,00701.z^3 - 3,01401.z^2 + 3,007.z - 1}$$

Bài II-3

Xét ổn định của hệ thống có sơ đồ cấu trúc mô tả trong hình II-27



Với  $\gamma = 0,4$  ;  $T = 0,01$

Hình II-27 Cấu trúc hệ thống

Bài giải

\* Từ kết quả lời giải của bài II-2 ta có hàm truyền đạt của hệ thống xung hờ :

$$W_h(z) = \frac{0,00000807 \cdot z^2 - 0,00000799 \cdot z}{1,00701 \cdot z^3 - 3,01401 \cdot z^2 + 3,007 \cdot z - 1}$$

\* Hàm truyền đạt của hệ thống xung kín

$$W_k(z) = \frac{W_h(z)}{1 + W_h(z)} = \frac{0,00000807 \cdot z^2 - 0,00000799 \cdot z}{1,00701 \cdot z^3 - 3,0140019 \cdot z^2 + 3,006992 \cdot z - 1}$$

\* Phương trình đặc tính của hệ thống kín

$$1,00701 \cdot z^3 - 3,0140019 \cdot z^2 + 3,006992 \cdot z - 1 = 0$$

Chuyển đổi thành dạng tích gần đúng :

$$(1,00701z - 1,002)(z - 0,999)^2 = 0$$

Nghiệm của phương trình đặc tính :

$$z_1 = 0,99502 ; z_2 = z_3 = 0,999$$

Như vậy hệ thống ổn định vì tất cả các nghiệm của phương trình đặc tính có modun nhỏ hơn 1.

a - Xét ổn định theo tiêu chuẩn đại số

\* Phương trình đặc tính của hệ xung kín

$$1,00701 \cdot z^3 - 3,0140019 \cdot z^2 + 3,006992 \cdot z - 1 = 0$$

Thay  $z = \frac{y + 1}{y - 1}$

$$1,00701(y+1)^3 - 3,0140019(y+1)^2(y-1) + 3,006992(y+1)(y-1)^2 - 1(y-1)^3 = 0$$

Biến đổi ra thu được :

$$10^{-7} \cdot y^3 + 0,0000361 \cdot y^2 + 0,0280399 \cdot y + 8,0280039 = 0$$

Theo tiêu chuẩn đại số hệ thống ổn định vì phương trình đặc tính có tất cả



các hệ số dương và :

$$a_1 \cdot a_2 - a_0 \cdot a_3 > 0$$

b - Xét ổn định theo biểu đồ đa thức đặc tính của hệ thống kín

\* Đa thức đặc tính của hệ thống

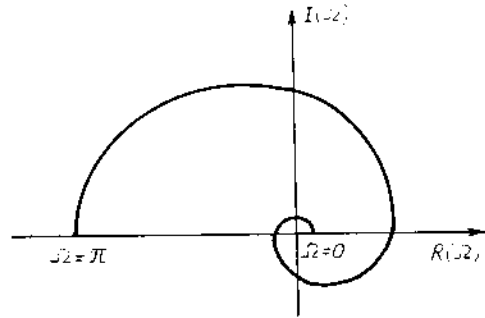
$$G(z) = 1,00701 \cdot z^3 - 3,0140019 \cdot z^2 + 3,006992 \cdot z - 1$$

Thay  $z = e^{j\omega T} = e^{j\Omega} = \cos\Omega + j\sin\Omega$  (với  $\Omega = \omega T$ ) rồi tách phần thực và phần ảo thu được :

$$R(\omega) = 1,00701 \cdot \cos 3\Omega - 3,0140019 \cdot \cos 2\Omega + 3,006992 \cdot \cos \Omega - 1$$

$$I(\omega) = 1,00701 \cdot \sin 3\Omega - 3,0140019 \cdot \sin 2\Omega + 3,006992 \cdot \sin \Omega$$

Hình II-28 mô tả kết quả xây dựng biểu đồ đa thức đặc tính của hệ thống khi cho  $\Omega$  thay đổi từ 0 đến  $\pi$ . Rõ ràng, theo tiêu chuẩn tần số, hệ thống ổn định vì biểu đồ đa thức đặc tính của nó bao tâm toạ độ một góc bằng  $3\pi$ . Kết quả này hoàn toàn trùng với các kết quả khảo sát trên đây.



Hình II-28 Biểu đồ đa thức đặc tính

c - Xét ổn định của hệ thống kín theo đặc tính TBP của hệ thống hở

\* Hàm truyền đạt của hệ xung hở

$$W(z) = \frac{0,008}{z - 1} + \frac{0,00267}{1,005 \cdot z - 1} - \frac{0,01067}{1,002 \cdot z - 1}$$

Như vậy hệ thống hở ở biên giới ổn định vì phương trình đặc tính của hệ thống hở có một nghiệm có modun bằng 1 còn các nghiệm khác đều nằm trong đường tròn đơn vị.

\* Xây dựng đặc tính TBP của hệ thống hở

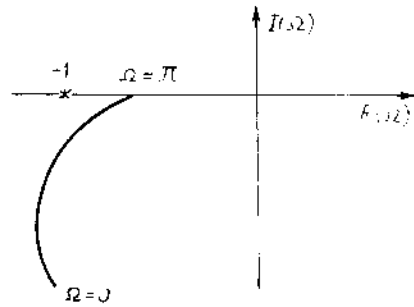
Thay  $z = e^{j\omega T} = e^{j\Omega} = \cos\Omega + j\sin\Omega$  và tách phần thực và phần ảo thu được :

$$R(\Omega) = \frac{0,008(\cos\Omega - 1)}{2 - 2\cos\Omega} + \frac{0,00267(1,005\cos\Omega - 1)}{2,010025 - 2,01\cos\Omega} - \frac{0,01067(1,002\cos\Omega - 1)}{2,004004 - 2,004\cos\Omega}$$

$$I(\Omega) = \frac{0,008\sin\Omega}{2 - 2\cos\Omega} - \frac{0,00267 \cdot 1,005\sin\Omega}{2,010025 - 2,01\cos\Omega} + \frac{0,01067 \cdot 1,002\sin\Omega}{2,004004 - 2,004\cos\Omega}$$

Cho  $\Omega$  thay đổi từ 0 đến  $\pi$  ta sẽ xây dựng được đặc tính TBP của hệ thống

xung hồ. Đặc tính này được mô tả trong hình II-29. Rõ ràng, theo tiêu chuẩn Naitquyt, hệ thống kín ổn định vì hệ thống hồ ở biên giới ổn định mà đặc tính TBP của hệ thống hồ không bao điểm  $(-1, j0)$ . Kết quả này hoàn toàn trùng với các kết quả đã nhận được trên đây.



Hình II-29 Đặc tính TBP của HTH

**Bài II- 4**

Xây dựng hệ phương trình

trạng thái của hệ thống có sơ đồ cấu trúc mô tả trong hình II-27

*Bài giải :*

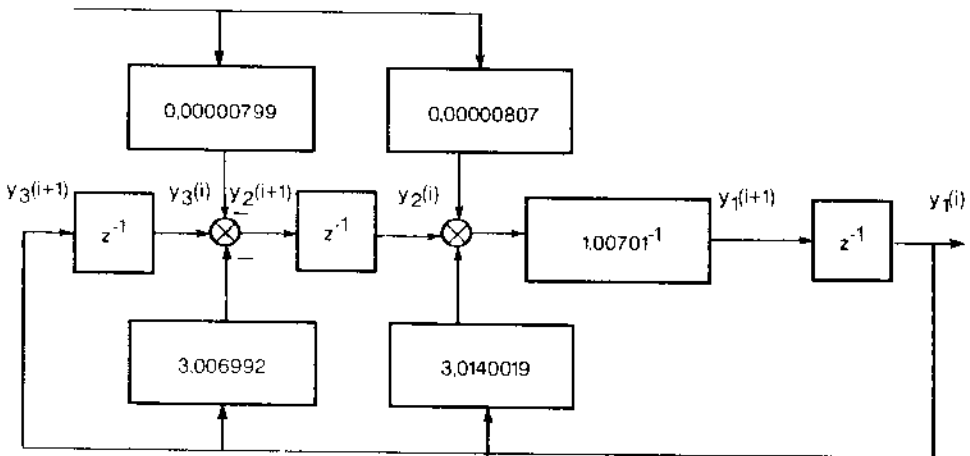
1- Xây dựng theo hàm truyền đạt của hệ thống kín

Từ kết quả của bài II-3 ta có hàm truyền đạt của hệ thống

$$W_k(z) = \frac{0,00000807 \cdot z^2 - 0,00000799 \cdot z}{1,00701 \cdot z^3 - 3,0140019 \cdot z^2 + 3,006992 \cdot z - 1}$$

Sơ đồ cấu trúc của hệ thống được mô tả trong hình II-30

11)



Hình II-30 Sơ đồ cấu trúc hệ thống

Từ sơ đồ cấu trúc hình II-30 ta có hệ phương trình trạng thái của hệ thống :

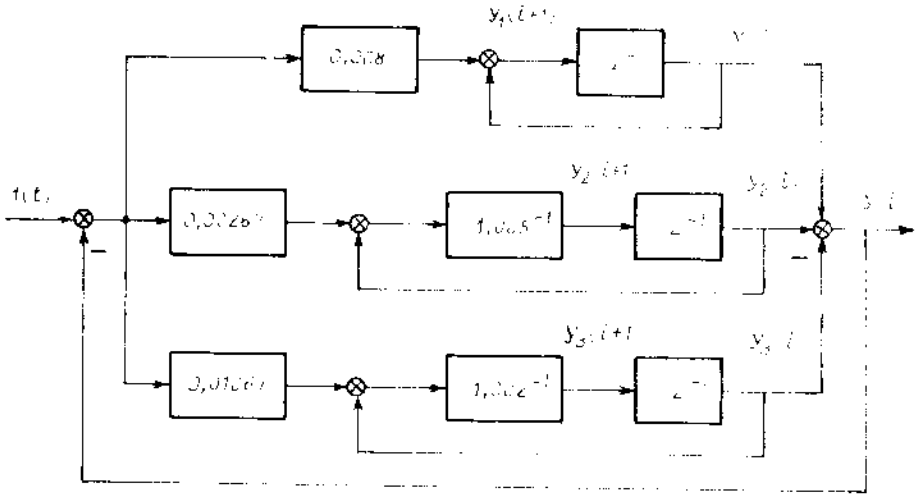
$$\begin{cases} y_1(i+1) = 1,00701 \cdot [y_2(i) + 3,0140019 \cdot y_1(i) + 0,00000807] \\ y_2(i+1) = y_3(i) - 3,006992 \cdot y_1(i) - 0,00000799 \\ y_3(i+1) = y_1(i) \end{cases}$$

2- Xây dựng theo hàm truyền đạt của hệ thống hở

Từ kết quả bài II-2 ta có hàm truyền đạt của hệ thống hở :

$$W(z) = \frac{0,008}{z - 1} + \frac{0,00267}{1,005z - 1} - \frac{0,01067}{1,002z - 1}$$

Cấu trúc của hệ thống được mô tả trong hình II-31



Hình II-31 Sơ đồ cấu trúc hệ thống

Quá trình động học của hệ thống được mô tả bằng hệ phương trình trạng thái :

$$\left\{ \begin{array}{l} y_1(i+1) = y_1(i) + 0,008.[1 - y(i)] \\ y_2(i+1) = \frac{y_2(i) + 0,00267.[1 - y(i)]}{1,005} \\ y_3(i+1) = \frac{y_3(i) + 0,01067.[1 - y(i)]}{1,002} \\ y(i) = \sum_{k=1}^3 y_k(i) \end{array} \right.$$

## A. NGÔN NGỮ MÔ PHÒNG TUTSIM

TUTSIM là ngôn ngữ mô phỏng để tính toán các quá trình động học xảy ra trong các hệ thống động học được mô tả bằng sơ đồ khối hoặc biểu đồ graph. Ngôn ngữ TUTSIM là do các kĩ sư điều khiển thuộc trường Đại học tổng hợp kĩ thuật Twente Hà Lan đề xướng và phát triển. TUTSIM là nhãn hiệu đăng kí thương mại, nhưng đồng thời cũng là cụm kí tự viết tắt từ cụm từ :

Twente University of Technology SIMulation program.

*(Chương trình mô phỏng của trường Đại học tổng hợp kĩ thuật Twente)*

Bản gốc của ngôn ngữ TUTSIM được viết cho máy tính PDP-11. Sau đây để mở rộng phạm vi sử dụng TUTSIM đã được viết cho máy tính APPLE và CP/M đồng thời công ty Meerman Automation ở Ze Neede Hà Lan ra đời. Năm 1982 TUTSIM xâm nhập vào Hoa Kỳ và từ đấy xuất hiện "version 1.0" cho máy tính IBM-PC. Hiện nay TUTSIM được sử dụng rộng rãi ở châu Âu và Bắc Mỹ. TUTSIM xâm nhập vào Việt Nam thông qua con đường hợp tác Việt Nam - Hà Lan (VH) từ năm 1982. Đề tài VH-5 của bộ môn Điều khiển tự động ở trường Đại học bách khoa Hà Nội là khách hàng Việt Nam đầu tiên sử dụng ngôn ngữ TUTSIM của hãng Meerman Automation. Lúc đấy mới chỉ có TUTSIM cho Apple, sau đấy có thêm TUTSIM cho IBM-PC. TUTSIM là công cụ hữu hiệu giúp sinh viên nắm vững giáo trình lí thuyết điều khiển tự động, thiết bị tự động v.v... Nó cũng là một trợ thủ đắc lực cho các nhà nghiên cứu khoa học. VH-5 có đầy đủ tài liệu về TUTSIM có thể giúp bạn đọc tìm hiểu kĩ về nó. Trong khuôn khổ quyển sách này tác giả chỉ có thể giới thiệu sơ lược về TUTSIM để bạn đọc tiếp cận làm quen với nó.

Để mô phỏng một quá trình động học bằng ngôn ngữ TUTSIM trước hết chúng ta phải có mô tả toán học của quá trình động học. Trên cơ sở mô hình toán học này chúng ta xây dựng mô hình khối TUTSIM và sau đấy là chạy chương trình để nhận kết quả. Để tìm hiểu ngôn ngữ TUTSIM chúng ta phải nắm được ba vấn đề cơ bản của nó là : các khối cấu trúc TUTSIM, trình tự chạy TUTSIM và các tập lệnh của TUTSIM.

### I. CÁC KHỐI CỦA TUTSIM

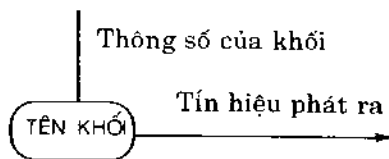
Tài liệu này không giới thiệu tất cả các khối của TUTSIM mà chỉ giới thiệu một số khối đặc trưng thường sử dụng trong mô phỏng các hệ thống điều chỉnh tuyến tính để bạn đọc thấy được cấu trúc của khối .

#### *1. Khối nguồn hay còn gọi là khối đầu vào*

Chức năng của các khối này là tạo ra dạng tín hiệu cần thiết tác động lên đầu vào của hệ thống. Cấu trúc của khối có dạng :

Các khối nguồn thường sử dụng là :

- CON là khối phát giá trị cố định thường dùng để phát hàm bậc thang. Khối này có một thông số là giá trị phát ra.

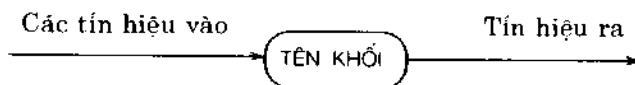


- PLS là khối phát xung vuông có ba tham số là thời gian bắt đầu phát xung, thời gian kết thúc xung và chiều cao của xung.

- TIM là khối phát thời gian theo quá trình tính toán.

## 2. Các khối toán học

a- Các khối toán học không có thông số thực hiện các phép tính toán học của tín hiệu vào để tạo nên tín hiệu ra. Cấu trúc của khối:



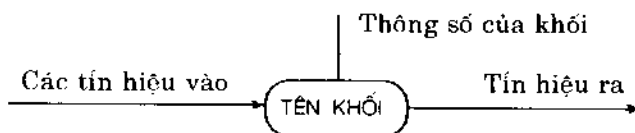
Các khối thường sử dụng :

- SUM: tín hiệu ra là tổng đại số của tín hiệu vào.
- MUL : tín hiệu ra là tích số các tín hiệu vào.
- SIN : tín hiệu ra là sin của tổng đại số các tín hiệu vào.
- COS : tín hiệu ra là cos của tổng đại số tín hiệu vào.
- DIV : tín hiệu ra bằng tín hiệu vào thứ nhất chia cho tín hiệu vào thứ hai.

khối này chỉ có hai tín hiệu vào.

- SQT : tín hiệu ra là căn bậc hai của tổng đại số các tín hiệu vào.

b- các khối toán học có thông số thực hiện các phép tính toán học giữa tổng đại số các tín hiệu vào với thông số của khối để tạo thành tín hiệu ra. Cấu trúc của khối :



Các khối thường gặp :

- GAI: khối khuếch đại. Tín hiệu ra bằng tổng đại số của các tín hiệu vào nhân với thông số của khối.
- ATT: khối suy giảm. Tín hiệu ra bằng tổng đại số của tín hiệu vào chia cho thông số của khối.

### 3. Các khối động học liên tục.

Đây là các khối mô phỏng một số khâu động học cơ bản. Các khối này có ít nhất một thông số là điều kiện đầu, còn ngoài ra tùy thuộc chức năng của khối mà có thêm một hoặc hai thông số khác. Cấu trúc của khối như khối đại số có thông số. Các khối thường gặp :

- INT: tín hiệu ra là tích phân tổng đại số tín hiệu vào theo nguyên lý tích phân Adams. Khối này có một thông số là điều kiện đầu.
- EUL: tín hiệu ra là tích phân tổng đại số của tín hiệu vào theo nguyên lý tích phân Ôle. Khối này có một thông số là điều kiện đầu.
- FIO: đây là khối mô phỏng khâu quán tính bậc nhất. Khối này có ba thông số là hệ số khuếch đại, hằng số thời gian và điều kiện đầu.
- DEL: khối tạo hàm trễ. Khối này có ba thông số là : số lượng giá trị được cất giữ trong thời gian trễ, thời gian trễ và điều kiện đầu.
- ADL: khối trễ đại số hay còn gọi là khối trễ một nhịp. Tín hiệu ra của khối tại thời điểm hiện tại bằng tổng đại số các tín hiệu vào tại thời điểm trước. Khối này chỉ có một thông số là điều kiện đầu.

### 4. Các khối tạo hàm đặc biệt

- PID là khối tạo hàm tỉ lệ vi tích phân theo hàm truyền đạt :

$$W(p) = K \left( \frac{1}{T_i \cdot p} + \frac{T_d \cdot p + 1}{\alpha \cdot T_d \cdot p + 1} \right)$$

Khối PID có sáu thông số là : hệ số khuếch đại K, hằng số thời gian tích phân  $T_i$ , hằng số thời gian vi phân  $T_d$ , hằng số  $\alpha$ , điều kiện đầu của tích phân và điều kiện đầu của vi phân.

Từ khối này có thể tạo ra các qui luật điều chỉnh sau:

- Qui luật tỉ lệ (P)  $W(p) = K$  khi  $T_i \gg 1$  và  $T_d = 0$
- Qui luật tỉ lệ tích phân (PI)

$$W(p) = K \left( 1 + \frac{1}{T_i p} \right) \text{ khi } T_d = 0 \text{ hoặc } \alpha = 1$$

- Qui luật tỉ lệ vi phân (PD)  $W(p) = K(1 + T_d p)$  khi  $\alpha < 1$

Khi sử dụng qui luật tỉ lệ vi tích phân (PID) thì  $\alpha < 1$

## II. TRÌNH TỰ CHẠY TUTSIM

Để khởi động TUTSIM chúng ta cho chạy file TUTSIM .EXE lúc đấy trên màn hình sẽ xuất hiện :

INPUT FROM ?

K = MODEL INPUT FROM KEYBOARD

F = MODEL INPUT FROM DISK FILE

N = CONTINUE WITH PRESENT MODEL

? :

Để vào chương trình phải chọn một trong ba khoá K, F hoặc N.

Khoá K báo cho máy biết chương trình được vào từ bàn phím.

Khoá F chương trình được vào từ ổ đĩa.

Khoá N không vào chương trình mới mà sử dụng ngay chương trình đang tồn tại trong bộ nhớ của máy. Thông thường khi mới bắt đầu ta thường vào chương trình từ bàn phím, vì vậy ấn khoá K. Trên màn hình sẽ xuất hiện :

### MODEL STRUCTURES

Format : BLOCKNUMBER,TYPE,INPUT1,INPUT2,... ;COMMENT

Đây là đoạn chương trình dùng để khai báo cấu trúc mô phỏng cho máy. Mỗi câu lệnh khai báo bắt đầu bằng mã số của khối, kiểu của khối, mã số các khối được lấy làm tín hiệu vào 1, vào 2 v.v. Giữa mỗi thành phần câu lệnh được ngăn cách nhau bằng dấu phẩy (.). Cuối câu lệnh là phần chú thích, nếu cần thiết, để sau này dễ đọc chương trình. Phần này được ngăn cách với phần trước bằng dấu chấm phẩy (;). Mỗi câu lệnh được kết thúc bằng phím ENTER. Sau khi đã khai báo xong cấu trúc thì ấn tiếp một lần phím ENTER nữa. Lúc đấy trên màn hình sẽ xuất hiện :

### MODEL PARAMETERS

Format : BLOCKNUMBER, PARAMETER1, PARAMETER2,...

Đoạn chương trình này cho phép chúng ta vào thông số cần thiết cho các khối mô phỏng. Mỗi câu lệnh bắt đầu bằng mã số của khối và sau đấy là các thông số của nó. Mỗi phần trong câu lệnh được ngăn cách nhau bằng dấu phẩy. Mỗi câu lệnh được kết thúc bằng ấn phím ENTER. Nếu ấn tiếp một lần phím ENTER nữa thì máy sẽ hiểu là phần vào thông số đã kết thúc, lúc đấy trên màn hình sẽ xuất hiện :

### PLOTBLOCKS AND RANGES

Format : BLOCKNUMBER, PLOT-MINIMUM, PLOT-MAXIMUM

Horz :

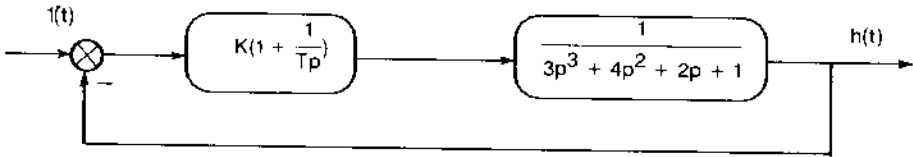
Khi thực hiện đoạn chương trình này máy tính sẽ đặt màn hình ở chế độ đồ

- L liệt kê chương trình trên màn hình.
- TS hiện một dòng cấu trúc.
- E khởi động lại TUTSIM .
- A rời TUTSIM về DOS.

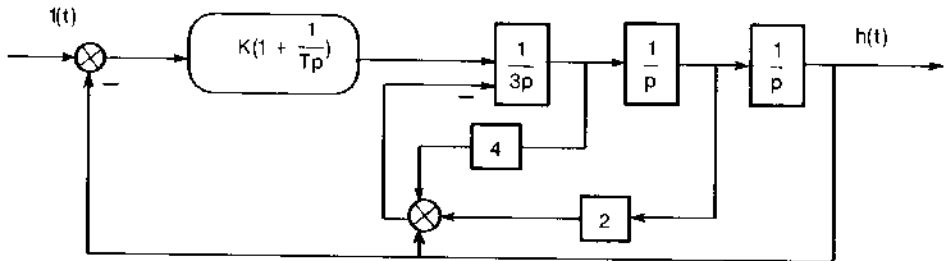
Mỗi lệnh chỉ được chấp nhận khi trên màn hình có từ **COMMAND**

## B. VÍ DỤ MÔ PHỎNG BẰNG TUTSIM

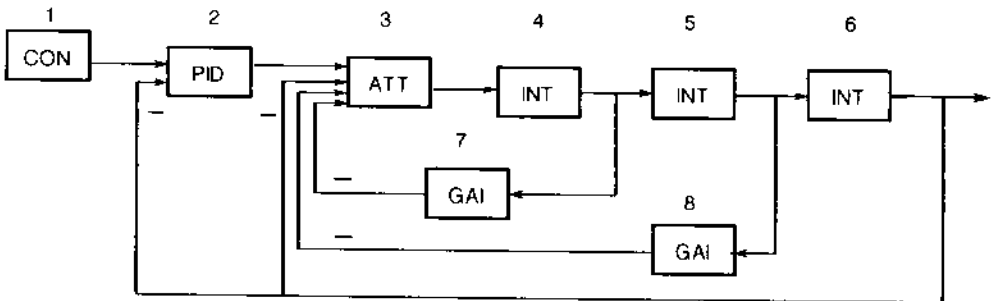
Xác định hàm quá độ của hệ thống điều chỉnh tự động có sơ đồ khối :



Do trong TUTSIM không có khâu bậc ba nên từ sơ đồ khối ta phải xây dựng sơ đồ cấu trúc :



Trên cơ sở sơ đồ khối cấu trúc này chúng ta xây dựng được sơ đồ khối cấu trúc mô phỏng bằng ngôn ngữ TUTSIM như sau :



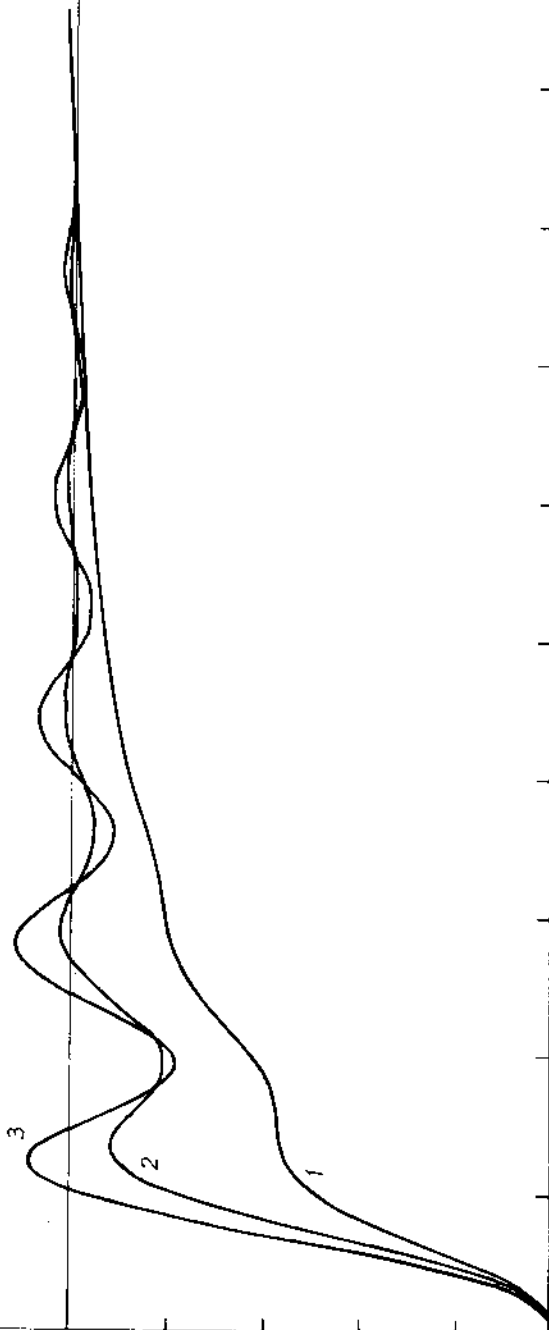




# TUTSIM

Timino: 0.0100000 .DELTA : 70.0000 .RANGE  
PlotBlocks and Scales:  
Format:

BlockNo.	Plot-MINimum.	Plot-MAXimum:	Comment
Horz: 0	: 0.0000	: 70.0000	: Time
Y1: 1	: 0.0000	: 2.0000	
Y2: 6	: 0.0000	: 2.0000	
Y3: :	: :	: :	
Y4: :	: :	: :	



## TÀI LIỆU THAM KHẢO

- 1 - *Cheoria automachitreskovo upravlenhia*  
L.S. Golfarb, A.V. Baltrushevich, A.V. Nhetushin ...  
"Vushaia Shcola" 1976, 1983.
- 2 - *Automachika, chelemekhanika i sischem upravlenhia proizvodstvenitmi prosesami*  
M.M. Maizel  
"Vushaia Shcola" 1972.
- 3 - *Metod cheorii automachitreskovo upravlenhia*  
A.A. Fendbaum, A.G. Butkovski  
"Nauka" 1971
- 4- *Cheoria automachitreskovo upravlenhia cheploenergechitreskimi prosesami*  
V. Ia. Rotatr  
"Energogavtomizdat" 1985 .
- 5 - *Linear systems and optimal control*  
C.K.Chui, G.Chen  
Springer-verlag Berlin, Heidelberg New York, London, Paris, Tokyo
- 6 - *Lý thuyết điều khiển tự động, tập I*  
Phạm Công Ngô  
Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật. 1994
- 7 - *TUTSIM User manual . IBM.PC DOS version*  
The Engineering and Design Aid

# MỤC LỤC

Trang

Lời nói đầu	3
Các cụm từ viết tắt	5
<i>Phần mở đầu :</i> KHÁI QUÁT CHUNG VỀ ĐIỀU KHIỂN	
§I-1 Các khái niệm cơ bản	7
§I-2 Phân loại hệ thống điều chỉnh tự động	9
§I-3 Ví dụ về hệ thống điều chỉnh tự động và nhiệm vụ của lý thuyết điều khiển tự động	13
<i>Phần I</i> HỆ THỐNG ĐIỀU CHỈNH TUYẾN TÍNH LIÊN TỤC	
<i>Chương I</i> Mô tả toán học hệ thống tuyến tính liên tục	
§I-1 Các đặc tính của phần tử	17
I-1.1 Đặc tính tĩnh	17
I-1.2 Đặc tính động học của phần tử	18
I-1.3 Các đặc tính thời gian của phần tử	19
I-1.4 Các đặc tính tần số của phần tử	21
§I-2 Các khâu động học cơ bản	23
I-2.1 Các khâu nguyên hàm	23
I-2.2 Khâu tích phân	31
I-2.3 Khâu vi phân lý tưởng	33
I-2.4 Khâu trễ	34
§I-3 Đại số sơ đồ khối	35
I-3.1 Hệ thống các phần tử mắc nối tiếp	35
I-3.2 Hệ thống các phần tử mắc song song	35
I-3.3 Hệ thống có mạch mắc phản hồi	36
I-3.4 Chuyển đổi vị trí tín hiệu	37
§I-4 Các khâu động học phức tạp	39
I-4.1 Khâu không ổn định bậc nhất	39
I-4.2 Khâu tích phân bậc hai	40
I-4.3 Khâu tỉ lệ tích phân	42
I-4.4 Khâu vi phân thực	43
I-4.5 Khâu tỉ lệ vi phân	45
I-4.6 Khâu tích vi phân	46
§I-5 Các đặc tính của hệ thống điều chỉnh tự động	48
I-5.1 Mô tả động học hệ thống trong miền thời gian	49
I-5.2 Các đặc tính tần số của hệ thống	56
§I-6 Các phương pháp xác định hàm truyền của phần tử	59

1-6.1	Phương pháp giải tích	59
1-6.2	Phương pháp thực nghiệm chủ động	60
1-6.3	Ví dụ về xác định hàm truyền của phần tử và hệ thống điều chỉnh tự động	61
§I-7	Giải các bài tập mẫu	67
<b>Chương II Khảo sát tính ổn định của hệ thống điều chỉnh tự động</b>		
§II-1	Khái niệm về ổn định của hệ thống điều chỉnh tự động	74
§II-2	Các tiêu chuẩn ổn định đại số	76
II-2.1	Điều kiện ổn định cần thiết	76
II-2.2	Tiêu chuẩn ổn định Hurwitz (Hurwitz)	78
II-2.3	Tiêu chuẩn ổn định Rao	79
§II-3	Các tiêu chuẩn ổn định tần số	81
II-3.1	Tiêu chuẩn ổn định Mikhailôp	81
II-3.2	Tiêu chuẩn ổn định Najquyt	83
§II-4	Phân miền D	92
II-4.1	Khái niệm về phân miền D	92
II-4.2	Phân miền D trong toạ độ một tham số	92
II-4.3	Phân miền D trong toạ độ hai tham số	94
§II-5	Phương pháp quỹ đạo nghiệm số	97
§II-6	Các bài tập giải mẫu	101
<b>Chương III Đánh giá chất lượng quá trình quá độ</b>		
§III-1	Các chỉ tiêu chất lượng quá độ của quá trình điều chỉnh	113
III-1.1	Chỉ tiêu chất lượng trạng thái tĩnh	113
III-1.2	Chỉ tiêu trạng thái quá độ	113
III-1.3	Các chỉ tiêu tích phân	114
§III-2	Đánh giá chất lượng hệ thống ở trạng thái xác lập	116
III-2.1	Tín hiệu vào là khâu bậc thang $A.1(t)$	117
III-2.2	Tín hiệu vào có dạng đường tích phân $A.t$	117
§III-3	Đánh giá chất lượng trạng thái quá độ	118
III-3.1	Đánh giá chất lượng quá độ theo sự phân bố nghiệm số của phương trình đặc tính	118
III-3.2	Đánh giá chất lượng quá độ theo đặc tính TBP của hệ thống hở	123
§III-4	Hệ thống điều chỉnh tự động với các quy luật điều chỉnh chuẩn	125
III-4.1	Quy luật tỉ lệ (P)	126
III-4.2	Quy luật tích phân (I)	126
III-4.3	Quy luật tỉ lệ tích phân (PI)	127
III-4.4	Quy luật tỉ lệ vi phân (PD)	128
III-4.5	Quy luật tỉ lệ vi tích phân (PID)	128
§III-5	Xác định hàm quá độ của hệ thống điều chỉnh tự động	129
III-5.1	Tính hàm quá độ	129

III-52	Mô hình hoá hệ thống	133
§III-6	Nâng cao chất lượng hệ thống điều chỉnh tự động	137
III-6.1	Phương pháp bù tác động nhiễu	137
III-6.2	Xây dựng hệ thống điều chỉnh tầng	139
III-6.3	Hệ thống điều chỉnh phân li	140
§III-7	Giải các bài toán mẫu	142
<i>Phần II</i>	<b>IIỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN XUNG</b>	
<i>Chương I</i>	<b>Tổng quát về hệ thống điều khiển xung</b>	
§I-1	Các khái niệm cơ bản	147
§I-2	Cơ sở toán học của lí thuyết điều khiển xung tuyến tính	150
I-2.1	Các đặc trưng cơ bản của tín hiệu rời rạc	150
I-2.2	Phổ và ảnh của tín hiệu rời rạc	152
I-2.3	Mối liên hệ giữa phổ của tín hiệu rời rạc và tín hiệu liên tục	156
I-2.4	Sự truyền tín hiệu qua hệ thống rời rạc	158
<i>Chương II</i>	<b>Lí thuyết hệ thống điều khiển xung tuyến tính</b>	
§II-1	Mô tả động học hệ thống điều khiển xung	161
II-1.1	Hàm truyền đạt của hệ xung hở	161
II-1.2	Xác định hàm truyền đạt của hệ xung hở từ hàm truyền đạt của phần TTLT	162
II-1.3	Đặc tính tần số của hệ xung hở	165
II-1.4	Mô tả động học hệ thống điều khiển xung kín	171
§II-2	Khảo sát tính ổn định của hệ thống điều khiển xung	177
II-2.1	Khái niệm ổn định của hệ thống điều khiển xung	177
II-2.2	Tiêu chuẩn ổn định đại số	179
II-2.3	Tiêu chuẩn ổn định tần số	182
II-2.4	Phân miền ổn định	186
§II-3	Khảo sát chất lượng quá trình quá độ	188
II-3.1	Phân tích chất lượng quá trình quá độ	188
II-3.2	Hệ thống tối ưu tác động nhanh	191
II-3.3	Khảo sát hệ thống	193
§II-4	Các bài toán giải mẫu	198
<i>Phụ lục</i>		
A	Ngôn ngữ mô phỏng TUTSIM	204
B	Ví dụ mô phỏng bằng ngôn ngữ TUTSIM	209
<i>Tài liệu tham khảo</i>		212

# **CƠ SỞ LÝ THUYẾT ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG**

*Tác giả* PTS. NGUYỄN VĂN HÒA

*Chịu trách nhiệm xuất bản:* **PGS., PTS. TÔ ĐĂNG HẢI**  
*Biên tập :* **DIỆU THÚY**  
*Sửa chế bản:* **DIỆU THÚY**  
*Trình bày và làm chế bản:* **CẦM TIỆP**  
*Vẽ bìa:* **TRẦN QUANG**

**NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT**  
**Hà Nội 2006**

---

In 800 cuốn khổ 16 x 24 cm tại Công ty cổ phần In Hàng không  
Quyết định xuất bản số: 409-2006/CXB/10-33/KHKT  
In xong và nộp lưu chiểu tháng 8/2006



1956 - 2006

TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI  
**50** NĂM XÂY DỰNG  
VÀ PHÁT TRIỂN

eri số lý thuyết điều khiển .



1 006091 800214

29.000 VND

2 0 6 2 5 9



8 935048 962596

Giá: 29.000<sup>d</sup>