

## Chương 2. ĐỊNH LUẬT NHIỆT ĐỘNG I

### 2.1. PHÁT BIỂU ĐỊNH LUẬT NHIỆT ĐỘNG I

Định luật nhiệt động I là định luật bảo toàn và biến hoá năng lượng viết cho các quá trình nhiệt động. Theo định luật bảo toàn và biến hoá năng lượng thì năng lượng toàn phần của một vật hay một hệ ở cuối quá trình luôn luôn bằng tổng đại số năng lượng toàn phần ở đầu quá trình và toàn bộ năng lượng nhận vào hay nhả ra trong quá trình đó.

Như đã xét ở mục 1.1.3.2. trong các quá trình nhiệt động, khi không xảy ra các phản ứng hoá học và phản ứng hạt nhân, nghĩa là năng lượng hoá học và năng lượng hạt nhân không thay đổi, khi đó năng lượng toàn phần của vật chất thay đổi chính là do thay đổi nội năng  $U$ , trao đổi nhiệt và công với môi trường.

Xét 1kg môi chất, khi cấp vào một lượng nhiệt  $dq$  thì nhiệt độ thay đổi một lượng  $dT$  và thể tích riêng thay đổi một lượng  $dv$ . Khi nhiệt độ  $T$  thay đổi chứng tỏ nội động năng thay đổi; khi thể tích  $v$  thay đổi chứng tỏ nội thế năng thay đổi và môi chất thực hiện một công thay đổi thể tích, Như vậy khi cấp vào một lượng nhiệt  $dq$  thì nội năng thay đổi một lượng là  $du$  và trao đổi một công là  $dl$ .

- Định luật nhiệt động I phát biểu: Nhiệt lượng cấp vào cho hệ một phần dùng để thay đổi nội năng, một phần dùng để sinh công:

$$dq = du + dl \quad (2-1)$$

- ý nghĩa của định luật nhiệt động: Định luật nhiệt động I cho phép ta viết phương trình cân bằng năng lượng cho một quá trình nhiệt động.

### 2.2. CÁC DẠNG BIỂU THỨC CỦA ĐỊNH LUẬT NHIỆT ĐỘNG I

Định luật nhiệt động I có thể được viết dưới nhiều dạng khác nhau như sau:  
Trong trường hợp tổng quát:

$$dq = du + dl \quad (2-1)$$

Đối với 1 kg môi chất:

$$\Delta q = \Delta u + l \quad (2-2)$$

Đối với  $G$  kg môi chất:

$$\Delta Q = \Delta U + L \quad (2-3)$$

Mặt khác theo định nghĩa entanpi, ta có:  $i = u + pv$ ,  
Lấy đạo hàm ta được:  $di = du + d(pv)$  hay  $du = di - pdv - vdp$ , thay vào (2-1) và chú ý  $dl = pdv$  ta có dạng khác của biểu thức định luật nhiệt động I như sau:

$$dq = di - pdv - vdp + pdv \quad (2-4)$$

$$dq = di - vdp \quad (2-4)$$

Hay:

$$dq = di + dl_{kt} \quad (2-5)$$

Đối với khí lý tưởng ta luôn có:

$$du = C_v dT$$

$$di = C_p dT$$

thay giá trị của  $du$  và  $di$  vào (2-1) và (2-4) ta có dạng khác của biểu thức định luật nhiệt động I :

$$dq = C_v dT + pdv \quad (2-6)$$

$$dq = C_p dT - vdp \quad (2-7)$$

đối với hệ hở:

$$dl_{kt} = dl_{dn} + d \frac{\omega^2}{2} + gdh \quad (2-8).$$

## Chương 3. CÁC QUÁ TRÌNH NHIỆT ĐỘNG CƠ BẢN CỦA KHÍ LÝ TUỞNG

### 3.1. KHÁI NIỆM

Khi hệ cân bằng ở một trạng thái nào đó thì các thông số trạng thái sẽ có giá trị xác định. Khi môi chất hoặc hệ trao đổi nhiệt hoặc công với môi trường thì sẽ xảy ra sự thay đổi trạng thái và sẽ có ít nhất một thông số trạng thái thay đổi, khi đó ta nói hệ thực hiện một quá trình nhiệt động.

Trong thực tế xảy ra rất nhiều quá trình nhiệt động khác nhau. Tổng quát nhất là quá trình đa biến, còn các quá trình đẳng áp, đẳng tích, đẳng nhiệt và đoạn nhiệt là các trường hợp đặc biệt của quá trình đa biến, được gọi là các quá trình nhiệt động có một thông số bất biến. Sau đây ta khảo sát các quá trình nhiệt động của khí lý tưởng.

#### 3.1.1. Cơ sở lí thuyết để khảo sát một quá trình nhiệt động

Khảo sát một quá trình nhiệt động là nghiên cứu những đặc tính của quá trình, quan hệ giữa các thông số cơ bản khi trạng thái thay đổi, tính toán độ biến thiên các thông số  $u$ ,  $i$ ,  $s$ , công và nhiệt trao đổi trong quá trình, biểu diễn các quá trình trên đồ thị  $p-v$  và  $T-s$ .

Để khảo sát một quá trình nhiệt động của khí lý tưởng ta dựa trên những qui luật cơ bản sau đây:

- Đặc điểm quá trình,
- Phương trình trạng thái,
- Phương trình định luật nhiệt động I,

Từ đặc điểm quá trình, ta xác lập được phương trình của quá trình. Phương trình trạng thái cho phép xác định quan hệ giữa các thông số trạng thái trong quá trình, còn phương trình định luật nhiệt động I cho phép ta tính toán công và nhiệt lượng trao đổi giữa khí lý tưởng với môi trường và độ biến thiên  $\Delta u$ ,  $\Delta i$  và  $\Delta s$  trong quá trình.

#### 3.1.2. Nội dung khảo sát

1. Định nghĩa quá trình và lập phương trình biểu diễn quá trình  $f(p,v) = 0$ ,
2. Dựa vào phương trình trạng thái  $pv = RT$  và phương trình của quá trình để xác định quan hệ giữa các thông số trạng thái cơ bản ở trạng thái đầu và cuối quá trình.
3. Tính lượng thay đổi nội năng  $\Delta u$ , entanpi  $\Delta i$  và entropi  $\Delta s$  trong quá trình. Đối với khí lý tưởng, trong mọi trường hợp nội năng và entanpi đều được tính theo các công thức:

$$\Delta u = C_v(T_2 - T_1) \quad (3-1)$$

$$\Delta i = C_p(T_2 - T_1) \quad (3-2)$$

4. Tính công thay đổi thể tích  $l$ , nhiệt lượng  $q$  trao đổi trong quá trình và hệ số biến hoá năng lượng:  $\alpha = \frac{\Delta u}{q}$ ,

5. Biểu diễn quá trình trên đồ thị  $p-v$ ,  $T-s$  và nhận xét.

### 3.2. CÁC QUÁ TRÌNH CÓ MỘT THÔNG SỐ BẤT BIẾN

#### 3.2.1. Quá trình đẳng tích

\* *Định nghĩa:*

Quá trình đẳng tích là quá trình nhiệt động được tiến hành trong điều kiện thể tích không đổi.

$$v = \text{const}, \quad dv = 0.$$

Ví dụ: làm lạnh hoặc đốt nóng khí trong bình kín có thể tích không thay đổi.

\* *Quan hệ giữa các thông số:*

Từ phương trình trạng thái của khí lý tưởng  $pv = RT$ , ta có:  $\frac{p}{T} = \frac{R}{v}$ ,

mà  $R = \text{const}$  và  $v = \text{const}$ , do đó suy ra:

$$\frac{p}{T} = \frac{R}{v} = \text{const} \quad (3-3)$$

hay:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \quad (3-4)$$

Công thức (3-4) chứng tỏ trong quá trình đẳng tích, áp suất thay đổi tỉ lệ thuận với nhiệt độ hoặc có thể viết:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad (3-5)$$

\* *Công thay đổi thể tích:*

Vì quá trình đẳng tích có  $v = \text{const}$ , nghĩa là  $dv = 0$ , do đó công thay đổi thể tích của quá trình:

$$L = \int_1^2 pdv = 0 \quad (3-6)$$

\* *Nhiệt lượng trao đổi với môi trường:*

Theo định luật nhiệt động I ta có:  $q = l + \Delta u$ , mà  $l = 0$  nên:

$$q = \Delta u = C_v (T_2 - T_1) \quad (3-7)$$

\* *Biến thiên entropi:*

Độ biến thiên entropi của quá trình được xác định bằng biểu thức:

$$ds = \frac{dq}{T}$$

mà theo (3-7) ta có  $q = \Delta u$  hay  $dq = du$ , do đó có thể viết:

$$ds = \frac{dq}{T} = \frac{C_v dT}{T} \quad (3-8)$$

lấy tích phân ta có:

$$\Delta s = s_2 - s_1 = \int_1^2 \frac{C_v dT}{T} \quad (3-9a)$$

hay:

$$\Delta s = C_v \ln \frac{T_2}{T_1} = C_v \ln \frac{p_2}{p_1} \quad (3-9b)$$

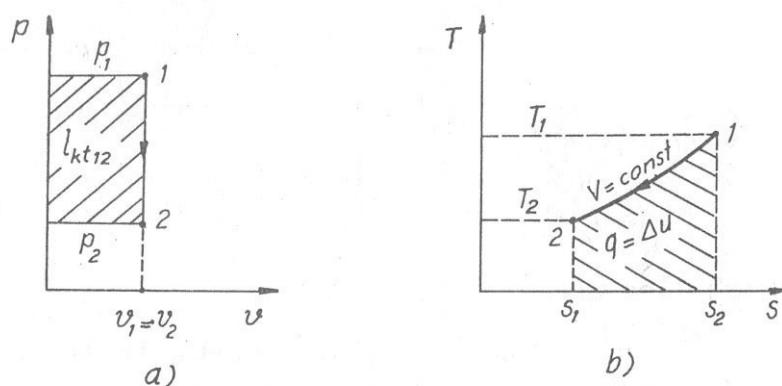
\* *Hệ số biến đổi năng lượng của quá trình:*

$$\alpha = \frac{\Delta u}{q} = 1 \quad (3-10)$$

Như vậy trong quá trình đẳng tích, nhiệt lượng tham gia vào quá trình chỉ để làm thay đổi nội năng của chất khí.

\* *Biểu diễn trên đồ thị:*

Trạng thái nhiệt động của môi chất hoàn toàn xác định khi biết hai thông số độc lập bất kỳ của nó. Bởi vậy ta có thể chọn hai thông số độc lập nào đó để lập ra đồ thị biểu diễn trạng thái của môi chất, đồ thị đó được gọi là đồ thị trạng thái. Quá trình đẳng tích được biểu thị bằng đoạn thẳng đứng 1-2 trên đồ thị p-v (hình 3.1a) và đường cong lôgarit trên đồ thị T-s (hình 3.1b). Diện tích  $12p_2v_1$  trên đồ thị p-v biểu diễn công kỹ thuật, còn diện tích  $12s_2s_1$  trên đồ thị T-s biểu diễn nhiệt lượng trao đổi trong quá trình đẳng tích.



Hình 3.1 Đồ thị p - v và T - s của quá trình đẳng tích

### 3.2.2. Quá trình đẳng áp

\* *Định nghĩa:*

Quá trình đẳng áp là quá trình nhiệt động được tiến hành trong điều kiện áp suất không đổi.

$$p = \text{const}, \quad dp = 0. \quad (3-11)$$

\* *Quan hệ giữa các thông số:*

Từ phương trình trạng thái của khí lý tưởng  $pv = RT$ , ta có:  $\frac{v}{T} = \frac{R}{p}$ ,

mà  $R = \text{const}$  và  $p = \text{const}$ , do đó suy ra:

$$\frac{v}{T} = \frac{R}{P} = \text{const} \quad (3-12)$$

nghĩa là trong quá trình đẳng áp, thể tích thay đổi tỉ lệ thuận với nhiệt độ hoặc:

$$\frac{v_1}{T_1} = \frac{v_2}{T_2} \text{ hay } \frac{v_1}{v_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad (3-13)$$

\* Công thay đổi thể tích của quá trình:

Vì quá trình đẳng áp có  $P = \text{const}$ , nên công thay đổi thể tích:

$$l = \int_1^2 P dv = P(v_2 - v_1) = R(T_2 - T_1) \quad (3-14)$$

\* Công kỹ thuật của quá trình:

$$l_{kt} = \int_1^2 -v dp = 0 \text{ vì } dp = 0, \quad (3-15)$$

\* Nhiệt lượng trao đổi với môi trường:

Theo định luật nhiệt động I ta có:  $q = \Delta i + l_{kt}$ , mà  $l_{kt} = 0$  nên:

$$q = \Delta i = C_p(T_2 - T_1) \quad (3-16)$$

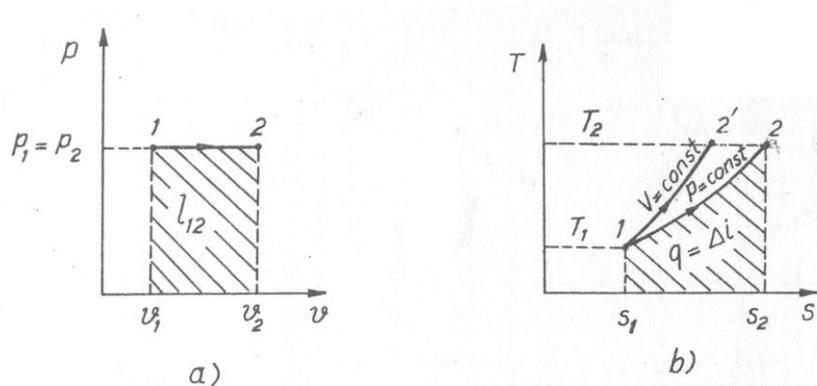
\* Biến thiên entropi:

Độ biến thiên entropi của quá trình được xác định bằng biểu thức:

$$dq = di - vdp = di \text{ (vì } dp = 0\text{)}, \text{ do đó ta có } ds = \frac{dq}{T} = \frac{di}{T}$$

Lấy tích phân ta có:

$$\Delta s = \int_1^2 \frac{dq}{T} = \int_1^2 \frac{C_p dT}{T} = C_p \ln \frac{T_2}{T_1} = C_p \ln \frac{v_2}{v_1} \quad (3-17)$$



Hình 3.2 Đồ thị p-v và T-s của quá trình đẳng áp

\* Hệ số biến đổi năng lượng của quá trình:

$$\alpha = \frac{\Delta u}{q} = \frac{C_v(T_2 - T_1)}{C_p(T_2 - T_1)} = \frac{1}{k} \quad (3-18)$$

\* Biểu diễn quá trình trên đồ thị:

Quá trình đẳng áp được biểu thị bằng đoạn thẳng nằm ngang 1-2 trên đồ thị p-v (hình 3.2a) và đường cong logarit 1-2 trên đồ thị T-s (hình 3.2b). Diện tích  $12v_2v_1$  trên đồ thị p-v biểu diễn công thay đổi thể tích, còn diện tích  $12s_2s_1$  trên đồ thị T-s biểu diễn nhiệt lượng trao đổi trong quá trình đẳng áp.

Để so sánh độ dốc của đường đẳng tích và đường đẳng áp trên đồ thị p-v, ta dựa vào quan hệ:  $ds_v = \frac{C_v dT}{T}$  và  $ds_p = \frac{C_p dT}{T}$ , từ đó suy ra:

$$\left( \frac{dT}{ds} \right)_v = \frac{T}{C_v} > \left( \frac{dT}{ds} \right)_p = \frac{T}{C_p} \text{ vì } C_p > C_v$$

từ đó ta thấy: trên đồ thị T-s, đường cong đẳng tích dốc hơn đường cong đẳng áp.

### 3.2.3. Quá trình đẳng nhiệt

\* *Định nghĩa:*

Quá trình đẳng nhiệt là quá trình nhiệt động được tiến hành trong điều kiện nhiệt độ không đổi.

$$T = \text{const}, \quad dt = 0. \quad (3-19)$$

\* *Quan hệ giữa các thông số:*

Từ phương trình trạng thái của khí lý tưởng  $pv = RT$ , mà  $R = \text{const}$  và  $T = \text{const}$ , do đó suy ra:

$$pv = RT = \text{const} \quad (3-20)$$

hay:  $p_1v_1 = p_2v_2$  (3-21)

nghĩa là trong quá trình đẳng nhiệt, thể tích thay đổi tỉ lệ nghịch với áp suất, suy

ra:  $\frac{p_1}{p_2} = \frac{v_2}{v_1}$  (3-22)

\* *Công thay đổi thể tích của quá trình:*

Vì quá trình đẳng nhiệt có  $T = \text{const}$ , nên công thay đổi thể tích:

$$l = \int_1^2 pdv = \int_{v_1}^{v_2} RT \frac{dv}{v} = RT \ln \frac{v_2}{v_1} \quad (3-23)$$

$$l = RT \ln \frac{v_2}{v_1} = p_1v_1 \ln \frac{v_2}{v_1} = p_2v_2 \ln \frac{v_2}{v_1} \quad (3-24)$$

hay:

$$l = RT \ln \frac{p_1}{p_2} = p_1v_1 \ln \frac{p_1}{p_2} = p_2v_2 \ln \frac{p_1}{p_2} \quad (3-25)$$

\* *Công kỹ thuật của quá trình:*

$$l_{kt} = \int_1^2 -vdp = - \int_{p_1}^{p_2} RT \frac{dp}{p} = RT \ln \frac{p_1}{p_2} = RT \ln \frac{v_2}{v_1} = l, \quad (2-26)$$

Trong quá trình đẳng nhiệt công thay đổi thể tích bằng công kỹ thuật.

\* *Nhiệt lượng trao đổi với môi trường:*

Lượng nhiệt tham gia vào quá trình được xác định theo định luật nhiệt động I là:  $dq = du + dl = di + dl_{kt}$ , mà trong quá trình đẳng nhiệt  $dT = 0$  nên  $du = 0$  và  $di = 0$ , do đó có thể viết:

$$dq = dl = dl_{kt} \text{ hoặc } q = l = l_{kt}. \quad (3-27)$$

Hay:

$$q = RT \ln \frac{p_1}{p_2} = RT \ln \frac{v_2}{v_1} \quad (3-28)$$

hoặc có thể tính:  $dq = Tds$

hay:  $q = T(s_2 - s_1) \quad (3-29)$

\* Biến thiên entropi của quá trình:

Độ biến thiên entropi của quá trình được xác định bằng biểu thức:

$$ds = \frac{dq}{T} = \frac{du + dl}{T} = \frac{dl}{T} = \frac{pdv}{T} \quad (3-30)$$

mà theo phương trình trạng thái ta có:  $\frac{p}{T} = \frac{R}{v}$ , thay vào (3-30) ta được:

$$ds = R \frac{dv}{v} \quad (3-31)$$

lấy tích phân (3-31) ta được độ biến thiên entropi trong quá trình đẳng nhiệt:

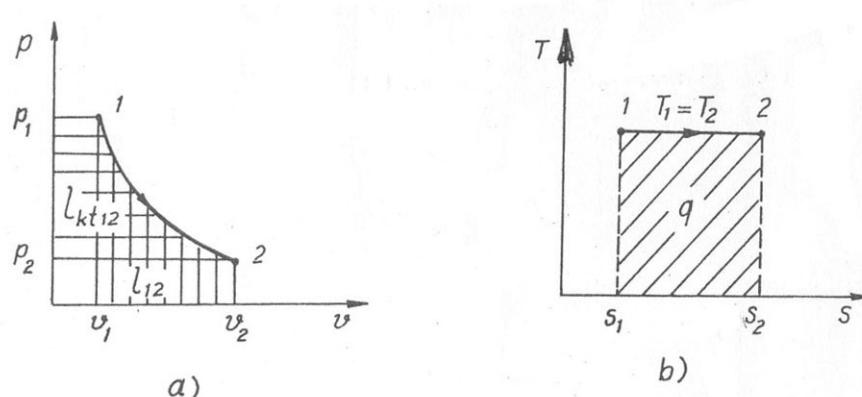
$$\Delta s = \int_1^2 \frac{dq}{T} = \int_1^2 R \frac{dv}{v} = R \ln \frac{v_2}{v_1} = R \ln \frac{p_1}{p_2} \quad (3-32)$$

\* Hệ số biến đổi năng lượng của quá trình:

Vì  $T_1 = T_2$  nên  $\Delta u = 0$ , do đó:

$$\alpha = \frac{\Delta u}{q} = 0 \quad (3-33)$$

\* Biểu diễn quá trình trên đồ thị:



Hình 3.3 Đồ thị p-v và T-s của quá trình đẳng nhiệt

Quá trình đẳng nhiệt được biểu thị bằng đường cong hyperbolic cân 1-2 trên đồ thị p-v (hình 3.3a) và đường thẳng nằm ngang 1-2 trên đồ thị T-s (hình 3.3b). Trên đồ thị p-v, diện tích  $12p_2p_1$  biểu diễn công kỹ thuật, còn diện tích

$12v_2v_1$  biểu diễn công thay đổi thể tích. Trên đồ thị T-s diện tích  $12s_2s_1$  biểu diễn nhiệt lượng trao đổi trong quá trình đẳng nhiệt.

### 3.2.4. Quá trình đoạn nhiệt

\* Định nghĩa:

Quá trình đoạn nhiệt là quá trình nhiệt động được tiến hành trong điều kiện không trao đổi nhiệt với môi trường.

$$q = 0 \text{ hay } dq = 0. \quad (3-34)$$

\* Phương trình của quá trình:

Từ các dạng của phương trình định luật nhiệt động I ta có:

$$dq = C_p dT - vdp = 0$$

$$dq = C_v dT + pdv = 0$$

suy ra:

$$C_p dT = vdp \quad (3-35)$$

$$C_v dT = -pdv \quad (3-36)$$

Chia (3-35) cho (3-36) ta được:

$$\frac{C_p}{C_v} = -\frac{vdp}{pdv} = k \quad (3-37)$$

hay:

$$\frac{dp}{p} + k \frac{dv}{v} = 0 \quad (3-38)$$

Lấy tích phân hai vế (3-38) ta được:

$$\ln p + k \ln v = \text{const}$$

$$\text{Hay: } pv^k = \text{const} \quad (3-39)$$

Biểu thức (3-39) là phương trình của quá trình đoạn nhiệt, k là số mũ đoạn nhiệt.

\* Quan hệ giữa các thông số:

Từ (3-39) ta có:

$$p_1 v_1^k = p_2 v_2^k$$

hay:

$$\frac{p_1}{p_2} = \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^k \quad (3-40)$$

Từ phương trình trạng thái ta có:  $p = \frac{RT}{v}$ , thay vào (3-40) ta được:

$$\frac{RT_1}{v_1} \cdot \frac{v_2}{RT_2} = \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^k \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^{k-1} \quad (3-41)$$

Từ (3-40) và (3-41) ta suy ra:

$$\frac{T_1}{T_2} = \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{k-1}{k}} \quad (3-42)$$

\* Công thay đổi thể tích của quá trình:

Có thể tính công thay đổi thể tích theo định luật nhiệt động I:

$$q = \Delta u + l = 0$$

suy ra:

$$l = \Delta u = C_v (T_1 - T_2) \quad (3-43)$$

hoặc cũng có thể tính công thay đổi thể tích theo định nghĩa:  $dl = pdv$ ,

$$l = \int_1^2 pdv \quad (3-44)$$

Từ (3-39) ta có:  $p_1 v_1^k = p v^k$ , suy ra:  $p = \frac{p_1 v_1^k}{v^k}$ , thay giá trị của p vào biểu thức (3-44) ta được công thay đổi thể tích:

$$l = p_1 v_1^k \int_1^2 \frac{dv}{v^k} \quad (3-45)$$

Lấy tích phân (3-45) và lưu ý rằng:  $p_1 v_1^k = p_2 v_2^k$ , ta xác định được công thay đổi thể tích của quá trình đoạn nhiệt theo các dạng khác nhau là:

$$l = p_1 v_1^k \frac{1}{k-1} [v_1^{1-k} - v_2^{1-k}] \quad (3-46a)$$

$$l = \frac{1}{k-1} [p_1 v_1 - p_2 v_2] \quad (3-46b)$$

$$l = \frac{R}{k-1} [T_1 - T_2] \quad (3-46c)$$

$$l = \frac{RT_1}{k-1} \left[ 1 - \frac{T_2}{T_1} \right] \quad (3-46d)$$

$$l = \frac{RT_1}{k-1} \left[ 1 - \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} \right] \quad (3-46e)$$

$$l = \frac{RT_1}{k-1} \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right] \quad (3-46g)$$

Tù công thức (3-37) ta có:

$$k = -\frac{vdp}{pdv} = \frac{dl_{kt}}{dl} \quad (3-47)$$

Từ đó suy ra quan hệ giữa công thay đổi thể tích và công kỹ thuật trong quá trình đoạn nhiệt là:

$$l_{kt} = k.l \quad (3-48)$$

\* Biến thiên entropi của quá trình:

Độ biến thiên entrôpi của quá trình đoạn nhiệt:

$$ds = \frac{dq}{T} = 0 \text{ hay } s_1 = s_2, \quad (3-49)$$

nghĩa là trong quá trình đoạn nhiệt entropi không thay đổi.

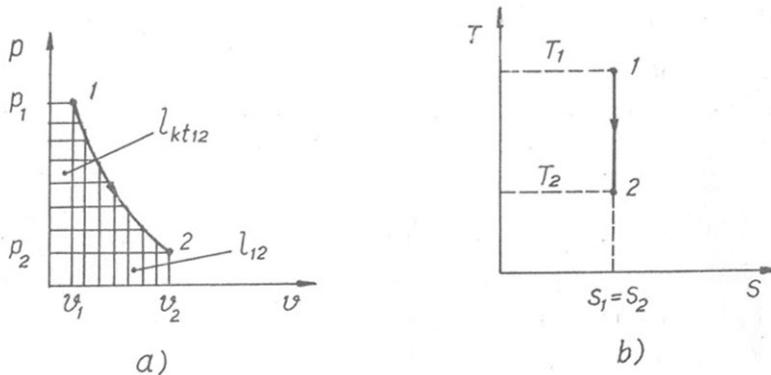
\* *Hệ số biến đổi năng lượng của quá trình:*

Vì  $q = 0$  nên:

$$\alpha = \frac{\Delta u}{q} = \infty \quad (3-50)$$

\* *Biểu diễn quá trình trên đồ thị:*

Quá trình đoạn nhiệt được biểu thị bằng đường cong hyperbol 1-2 trên đồ thị p-v (hình 3.4a) và đường thẳng đứng 1-2 trên đồ thị T-s (hình 3.4b). Trên đồ thị p-v, diện tích  $12p_2v_1$  biểu diễn công kỹ thuật, còn diện tích  $12v_2v_1$  biểu diễn công thay đổi thể tích, đường biểu diễn quá trình đoạn nhiệt dốc hơn đường đẳng nhiệt vì  $l_{kt} = kl$  mà  $k > 1$ .



Hình 3.4 Đồ thị p-v và T-s của quá trình đoạn nhiệt

### 3.3. QUÁ TRÌNH ĐA BIẾN

\* *Định nghĩa:*

Quá trình đa biến là quá trình nhiệt động xảy ra trong điều kiện nhiệt dung riêng của quá trình không đổi.

$$C_n = \text{const} \quad (3-51)$$

Trong quá trình đa biến, mọi thông số trạng thái đều có thể thay đổi và hệ có thể trao đổi nhiệt và công với môi trường.

\* *Phương trình của quá trình:*

Để xây dựng phương trình của quá trình đa biến ta sử dụng các dạng công thức của định luật nhiệt động I và chú ý rằng nhiệt lượng trao đổi trong quá trình đa biến có thể tính theo nhiệt dung riêng đa biến là  $dq = C_n dT$ , ta có:

$$dq = C_p dT - vdp = C_n dT, \quad (a)$$

$$dq = C_v dT + pdv = C_n dT, \quad (b)$$

Từ đó suy ra:

$$(C_n - C_p)dT = -vdp \quad (c)$$

$$(C_n - C_v)dT = pdv \quad (d)$$

Chia vế theo vế phương trình (c) cho (d) ta được:

$$\frac{C_n - C_p}{C_n - C_v} = -\frac{vdp}{pdv} \quad (3-52)$$

ký hiệu:

$$n = \frac{C_n - C_p}{C_n - C_v} \quad (3-53)$$

Ta thấy n là một hằng số vì  $C_n$ ,  $C_p$  và  $C_v$  đều là hằng số. Từ (3-52) và (3-53) ta có:

$$n = \frac{-vdp}{pdv} \quad (3-54)$$

hay  $npdv + vdp = 0$ , chia hai vế của phương trình cho  $pv$  ta được:

$$\frac{dp}{p} + n \frac{dv}{v} = 0$$

Lấy tích phân hai vế (3-55) ta được:

$$n \ln v + \ln p = \text{const}$$

Tiếp tục biến đổi ta được phương trình của quá trình đa biến:

$$pv^n = \text{const} \quad (3-55)$$

trong đó n là số mũ đa biến.

So sánh biểu thức (3-39) với (3-55) ta thấy: phương trình của quá trình đa biến giống hệt như dạng phương trình của quá trình đoạn nhiệt. Từ đó bằng các biến đổi tương tự như khi khảo sát quá trình đoạn nhiệt và chú ý thay số mũ đoạn nhiệt k bằng số mũ đa biến n, ta được các biểu thức của quá trình đa biến như sau::

\* Quan hệ giữa các thông số:

Từ (3-55) ta có:

$$p_1 v_1^n = p_2 v_2^n$$

hay:

$$\frac{p_1}{p_2} = \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^n \quad (3-56)$$

Từ phương trình trạng thái ta có:  $p = \frac{RT}{V}$ , thay vào (3-40) ta được:

$$\frac{RT_1}{V_1} \cdot \frac{V_2}{RT_2} = \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^n \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^{n-1} \quad (3-57)$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{n-1}{n}} \quad (3-58)$$

\* Công thay đổi thể tích của quá trình:

Có thể tính công thay đổi thể tích theo định luật nhiệt động I, hoặc cũng có thể tính theo định nghĩa  $dl = pdv$ , tương tự như ở quá trình đoạn nhiệt:

$$l = \int_1^2 pdv \quad (3-59)$$

$$l = \frac{1}{n-1} [p_1 v_1 - p_2 v_2] \quad (3-60)$$

$$l = \frac{RT_1}{n-1} \left[ 1 - \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1} \right] \quad (3-61)$$

$$l = \frac{RT_1}{n-1} \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right] \quad (-62)$$

$$l = \frac{RT_1}{n-1} \left[ 1 - \frac{T_2}{T_1} \right] \quad (3-63)$$

\* Công kỹ thuật của quá trình:

Từ biểu thức:

$$n = -\frac{vd\bar{p}}{pdv} = \frac{dl_{kt}}{dl}$$

ta suy ra quan hệ giữa công kỹ thuật và công thay đổi thể tích trong quá trình đa biến là:

$$l_{kt} = n.l \quad (3-64)$$

\* Nhiệt lượng trao đổi với môi trường:

Lượng nhiệt trao đổi với môi trường của quá trình được xác định theo nhiệt dung riêng đa biến:

$$dq = C_n dT$$

hoặc:

$$q = C_n(T_2 - T_1) \quad (3-65)$$

Từ (3-53) ta có:

$$(C_n - C_p) = n(C_n - C_v)$$

hay:  $C_n(n - 1) = C_v(n - k)$ , từ đó suy ra nhiệt dung riêng đa biến bằng:

$$C_n = C_v \frac{n - k}{n - 1} \quad (3-66)$$

Thay vào (3-55) ta được nhiệt lượng trao đổi trong quá trình đa biến bằng:

$$q = C_v \frac{n - k}{n - 1} (T_2 - T_1) \quad (3-67)$$

Tính cho khối G kg khí:

$$Q = GC_n(T_2 - T_1) \quad (3-68)$$

\* Biến thiên entropi của quá trình:

Độ biến thiên entropi của quá trình đoạn nhiệt:

$$\text{Từ biểu thức: } ds = \frac{dq}{T}, \text{ thay giá trị } dq = C_n dT \text{ vào ta có: } ds = \frac{C_n dT}{T}$$

và lấy tích phân ta được:

$$\Delta s = C_n \ln \frac{T_2}{T_1} \quad (3-69)$$

hoặc thay giá trị  $dq = C_v dT + pdv$  vào ta được:

$$ds = C_v \frac{dT}{T} + \frac{pdv}{T} = C_v \frac{dT}{T} + R \frac{dv}{v} \quad (3-70)$$

$$\Delta s = C_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1} \quad (3-71)$$

Hoặc thay giá trị ( $dq = C_p dT - vdp$ ) vào ta được:

$$ds = C_p \frac{dT}{T} - v \frac{dp}{T} = C_p \frac{dT}{T} + R \frac{dp}{p} \quad (3-72)$$

$$\Delta s = C_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1} \quad (3-73)$$

Hoặc có thể tính cách khác:

Từ phương trình trạng thái  $pv = RT$ , lấy vi phân ta được:

$$pdv + vdp = RdT \quad (3-74)$$

chia vế theo vế cho phương trình trạng thái ta được:

$$\frac{dv}{v} + \frac{dp}{p} = \frac{dT}{T} \text{ và thay vào (3-72) ta được:}$$

$$ds = C_p \left( \frac{dv}{v} + \frac{dp}{p} \right) - R \frac{dp}{p} = C_p \frac{dv}{v} + C_v \frac{dp}{p} \quad (3-75)$$

$$\Delta s = C_p \ln \frac{v_2}{v_1} - C_v \ln \frac{p_2}{p_1} \quad (3-76)$$

\* *Tính số mũ đa biến:*

$$n = -\frac{vdp}{pdv} \text{ suy ra: } n = -\frac{\frac{dp}{p}}{\frac{dv}{v}}$$

lấy tích phân ta được:

$$n = -\frac{\ln \frac{p_2}{p_1}}{\ln \frac{v_2}{v_1}} \quad (3-77)$$

Hoặc có thể cách khác theo  $q, l, k$ . Từ quan hệ (3-63) và (3-67) ta có:

$$l = \frac{R}{n-1} [T_1 - T_2] \quad (3-78a)$$

$$\text{và } q = C_v \frac{n-k}{n-1} [T_2 - T_1] \quad (3-78b)$$

Mặt khác ta lại có:  $R = C_p - C_v = C_v(k - 1)$ , thay giá trị của  $R$  vào công thức (3-78a) và để ý (3-78b0 ta có:

$$1 = C_v \frac{k-1}{n-1} [T_1 - T_2] = C_v \frac{n-k}{n-1} \cdot \frac{1-k}{n-k} [T_2 - T_1] = q \cdot \frac{1-k}{n-k}$$

hay:  $\frac{q}{1}(1-k) = n-k$

từ đó suy ra:

$$n = \frac{q}{1}(1-k) + k \quad (3-79)$$

\* Hệ số biến đổi năng lượng của quá trình:

$$\alpha = \frac{\Delta u}{q} = \frac{C_v(T_2 - T_1)}{C_v \frac{n-k}{n-1}(T_2 - T_1)} = \frac{n-1}{n-k} \quad (3-80)$$

\* Tính tổng quát của quá trình:

Quá trình đa biến là quá trình tổng quát với số mũ đa biến  $n = -\infty \div +\infty$ , các quá trình nhiệt động cơ bản còn lại chỉ là các trường hợp riêng của nó. Thật vậy, từ phương trình  $p v^n = \text{const}$  ta thấy:

Khi  $n = 0$ , phương trình của quá trình là  $p v^0 = \text{const}$ , hay  $p = \text{const}$  với nhiệt dung riêng  $C_n = C_p$ , quá trình là đẳng áp.

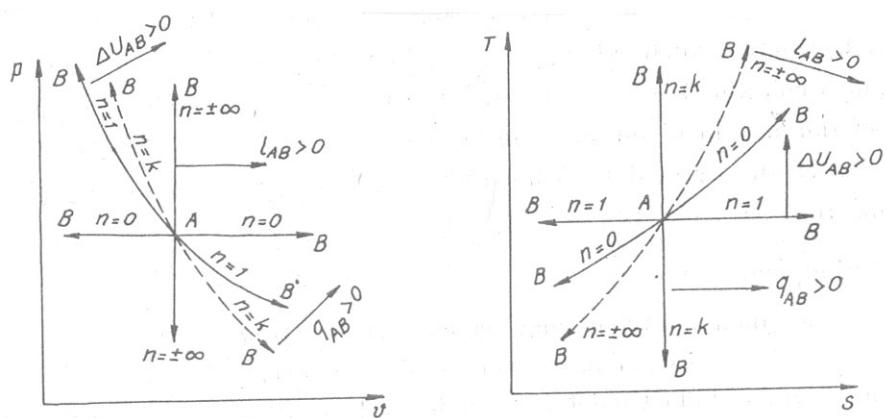
Khi  $n = 1$ , phương trình của quá trình là  $p v^1 = \text{const}$ , hay  $T = \text{const}$  với nhiệt dung riêng  $C_T = \pm\infty$ , quá trình là đẳng nhiệt.

Khi  $n = k$ , phương trình của quá trình là  $p v^k = \text{const}$ , hay  $q = 0$  với nhiệt dung riêng  $C_n = 0$ , quá trình là đoạn nhiệt.

Khi  $n = \pm\infty$ , phương trình của quá trình là  $p v^{\pm\infty} = \text{const}$ , hay  $v = \text{const}$  với nhiệt dung riêng  $C_n = C_v$ , quá trình là đẳng tích.

Như vậy các quá trình đoạn nhiệt ( $C = 0$ ), đẳng nhiệt ( $C = \pm\infty$ ), đẳng tích ( $C = C_v$ ), đẳng áp ( $C = C_p$ ) là các trường hợp riêng của quá trình đa biến.

\* Biểu diễn quá trình trên đồ thị:



Hình 3-5. Đồ thị p-v và T-s của quá trình đa biến

Quá trình đa biến 1-2 bất kỳ với  $n = -\infty \div +\infty$  được biểu diễn trên đồ thị p-v và T-s hình 3.6. Số mũ đa biến thay đổi từ  $-\infty$  theo chiều kim đồng hồ tăng dần lên đến 0, 1 rồi k ( $k > 0$ ) và cuối cùng bằng  $+\infty$ .

Trên đồ thị p-v, đường cong biểu diễn quá trình đa biến dốc hơn đường cong của quá trình, vì quá trình đẳng nhiệt có  $n = 1$ , còn quá trình đoạn nhiệt có  $n = k$ , ( $k > 1$ ).

\* Khảo sát dấu của  $\Delta u, q$  theo số mũ n:

Dựa vào đồ thị p-v và T-s của quá trình đa biến ta có thể xét dấu của biến thiên nội năng, công thay đổi thể tích và nhiệt lượng trao đổi trong các quá trình:

Khi nhiệt độ tăng, biến đổi nội năng sẽ mang dấu dương. Vậy  $\Delta u_{AB} > 0$  khi quá trình xảy ra nằm phía trên đường đẳng nhiệt và ngược lại.

Khi thể tích tăng, công mang dấu dương. Vậy  $l_{AB} > 0$  khi quá trình xảy ra nằm phía bên phải đường đẳng tích và ngược lại.

Khi entropi tăng, nhiệt lượng trao đổi của quá trình sẽ mang dấu dương và ngược lại. Vậy  $q_{AB} > 0$  khi quá trình xảy ra nằm phía trên đường đoạn nhiệt và ngược lại.

| Vùng | Số mũ n          | $C = \frac{n-k}{n-1} C_n$ | v tăng     |   | v giảm     |   |
|------|------------------|---------------------------|------------|---|------------|---|
|      |                  |                           | $\Delta u$ | q | $\Delta u$ | Q |
| A    | $0 < n < 1$      | +                         | +          | + | -          | - |
| B    | $1 < n < k$      | -                         | -          | + | +          | - |
| C    | $k < n < \infty$ | +                         | -          | - | +          | + |